

TAREA RECUPERATIVA

1. Considere conocidas las fórmulas de $\text{sen}(x+y)$ y de $\cos(x+y)$ además del teorema de Pitágoras. Demuestre que:

a)

$$\text{sen}(x) + \text{sen}(y) = 2\text{sen}\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\text{sen}(x) - \text{sen}(y) = 2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\text{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\cos(x) + \cos(y) = 2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\cos(x) - \cos(y) = -2\text{sen}\left(\frac{x+y}{2}\right)\text{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

Indicación: escriba x como

$$x = \frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{2};$$

b)

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+\cos(x)}{2}}$$

$$\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\cos(x)}{2}},$$

si $0 \leq x \leq \pi$.

2. a) Demuestre por inducción que para todo n natural

$$\cos\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots\sqrt{2}}}}$$

donde aparecen exactamente n raíces anidadas.

- b) Encuentre una fórmula que permita definir la expresión anterior por recurrencia, evitando así los puntos suspensivos y la explicación acerca del número de raíces anidadas.