

Pauta P3 Control N°3

P3 La velocidad de caída (en metros por segundo) de una persona que se lanza desde un avión, después de t segundos de haber abierto su paracaídas viene dada por la función:

$$v(t) = 12 - 8 \cdot e^{\frac{-5t}{4}}.$$

- (i) **¿Cual es la velocidad que lleva la persona al momento de abrirse el paracaídas?.**

Como al momento de abrirse el paracaídas han pasado 0 segundos desde que se ha abierto el paracaídas, podemos hacer uso de la función v para calcular la velocidad de la persona, evaluando esta función en $t = 0$. Nos queda:

$$v(0) = 12 - 8 \cdot e^{\frac{-5 \cdot 0}{4}} = 12 - 8 \cdot e^0 = 12 - 8 = 4.$$

Se concluye que la velocidad de caída de la persona al momento de abrirse el paracaídas es $4 \frac{m}{s}$.

- (ii) **¿Como función del tiempo t la velocidad de caída es creciente, decreciente o ninguna de las anteriores?. Justifique su respuesta.**

Como el tiempo es siempre positivo o igual a cero, sólo analizaremos la función v tomando como su dominio a $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. Observamos que en este dominio el término $8 \cdot e^{\frac{-5t}{4}}$ es una función decreciente (a mayor t da como resultado un número más pequeño), por lo tanto v es una función creciente, pues a medida que t crece se le está restando a 12 un número cada vez más pequeño (y por lo tanto v crece).

Otra forma de hacer esta parte de la pregunta es demostrar que la función v es creciente, ya sea usando la definición o el concepto de razón de cambio.

Conclusión: v es creciente (estrictamente) en todo su dominio.

- (iii) **¿Cual es la velocidad máxima de caída desde que se abre el paracaídas?.**

De la parte anterior, como la función v es estrictamente creciente entonces no alcanza un valor de velocidad máxima en su dominio (pues la velocidad siempre va aumentando si aumenta t).

Por otro lado, se puede observar de la fórmula que define a v , que de todas maneras existe una cota superior a la velocidad que puede alcanzar la persona, que es de $12 \frac{m}{s}$.

- (iv) **¿Cual es la velocidad mínima de caída desde que se abre el paracaídas?.**

De lo visto en la parte (ii) (v creciente), se concluye que la velocidad mínima de caída alcanzada por la persona debe ser la inicial, es decir, $4 \frac{m}{s}$.

- (v) **¿Cuanto tiempo debe pasar para que la velocidad de caída alcance los 12 metros por segundo?.**

Para ningún tiempo t se alcanza la velocidad de $12 \frac{m}{s}$, pues según la fórmula de la velocidad ($v(t)$) a 12 se le resta siempre algo **positivo**, por lo tanto la velocidad de caída es menor estricta que 12, $\forall t \in Dom(v)$. Dicho de otra manera la ecuación $v(t) = 12$ no tiene solución en $Dom(v)$, que es donde nos interesa encontrarla.

Como comentario, se puede observar que a medida que t es cada vez más grande el término $8 \cdot e^{\frac{-5t}{4}}$ se hace muy pequeño (y cada vez más pequeño), por lo que para valores de t muy grandes, el valor de la función $v(t)$ es bastante parecido a 12. Según este razonamiento intuitivo podríamos decir que $v(t)$ *tiende* al valor 12 si t *tiende* a infinito (concepto de límite de una función).

- (vi) **Grafique la función v .**

Propuesto.

Hint: Utilice traslaciones y escalamientos de la función e^t , y ocupe también la información obtenida en las partes anteriores de esta pregunta.