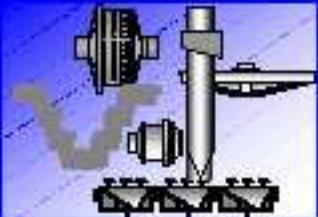


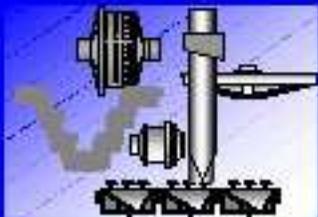


Introducción

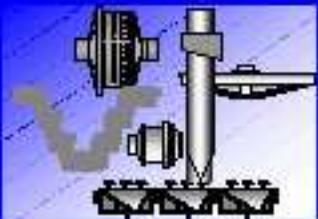
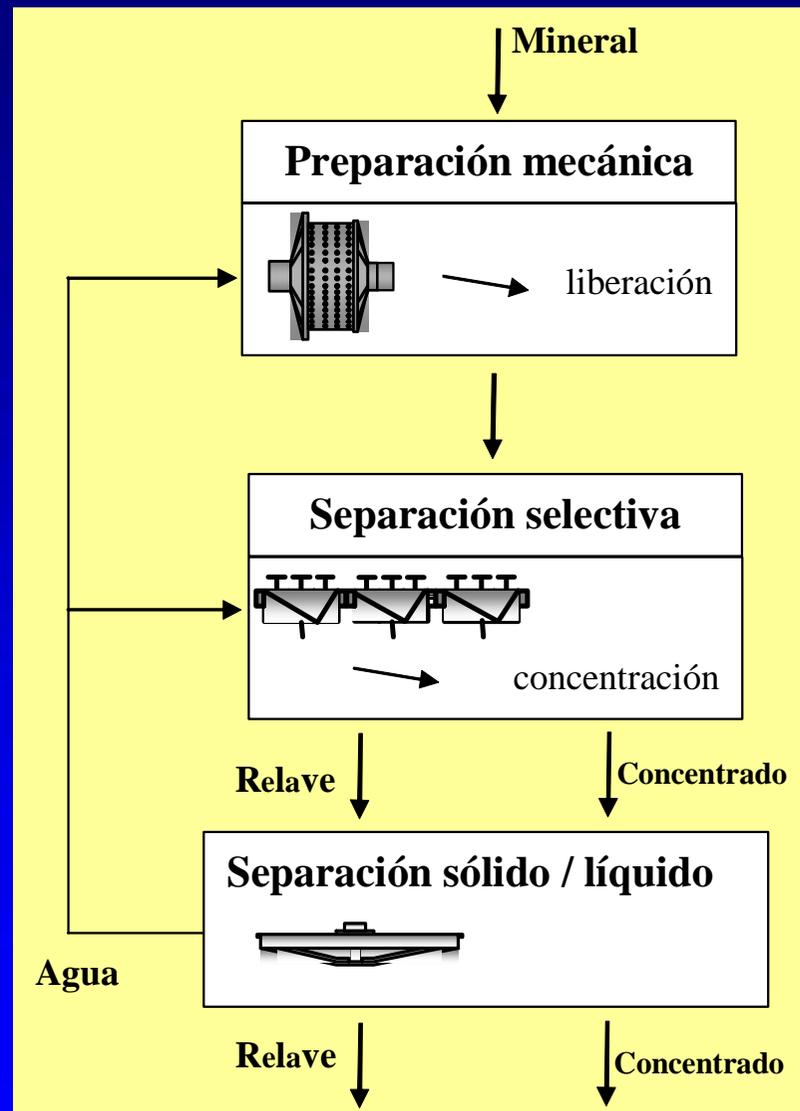


Antecedentes

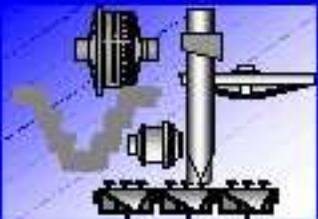
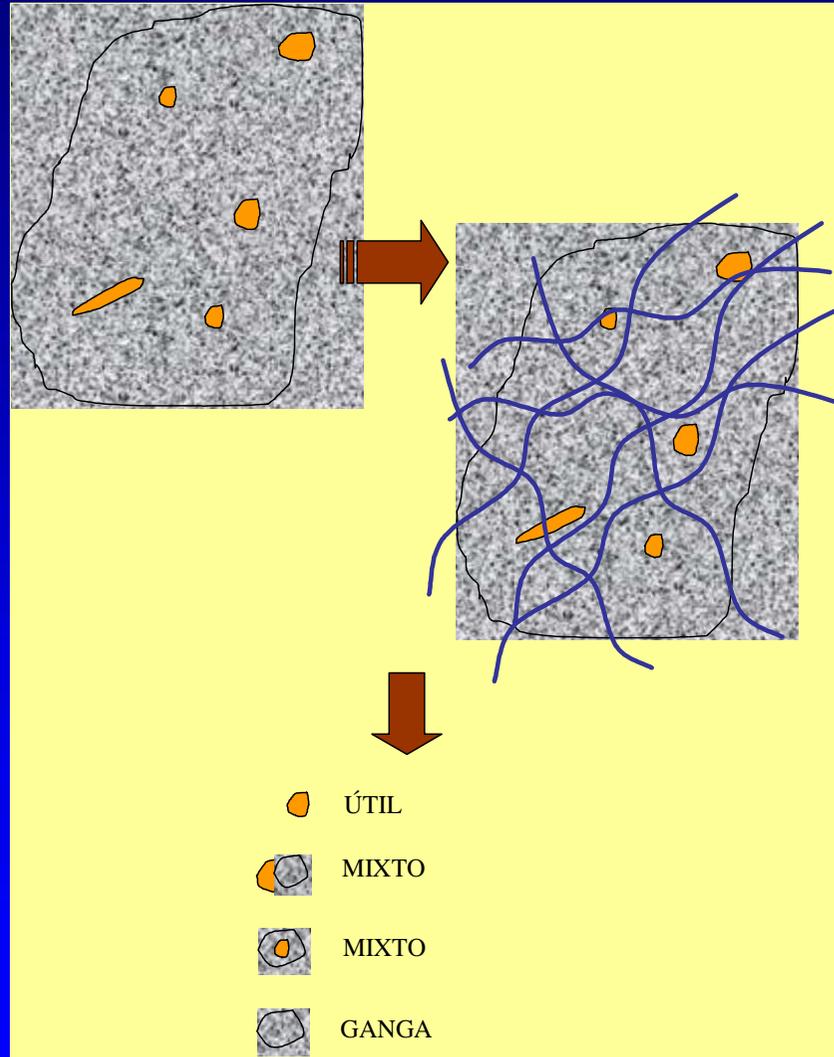
- ☺ El mineral de una operación minera consiste de diversas especies minerales, algunas de ellas de valor comercial (generalmente las menos abundantes) y otras de menor o sin valor relativo (ganga).
- ☺ Estos minerales pueden ser clasificados como metálicos o industriales, según su uso. Ciertos minerales pueden explotarse para más de un propósito y por lo tanto ser metálicos o industriales según el caso.
- ☺ El procesamiento de minerales sigue a la explotación minera con el objetivo de: preparar el mineral para la extracción del metal valioso (menas metálicas) o entregar un producto final (minerales industriales y carbón).
- ☺ Tras el procesamiento, el producto adquiere un valor de mercado y puede transarse. Por lo tanto el procesamiento de minerales genera el primer producto comercializable o con precio y mercado de referencia.



Etapas

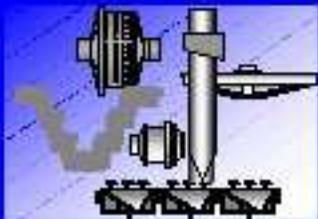


Liberación

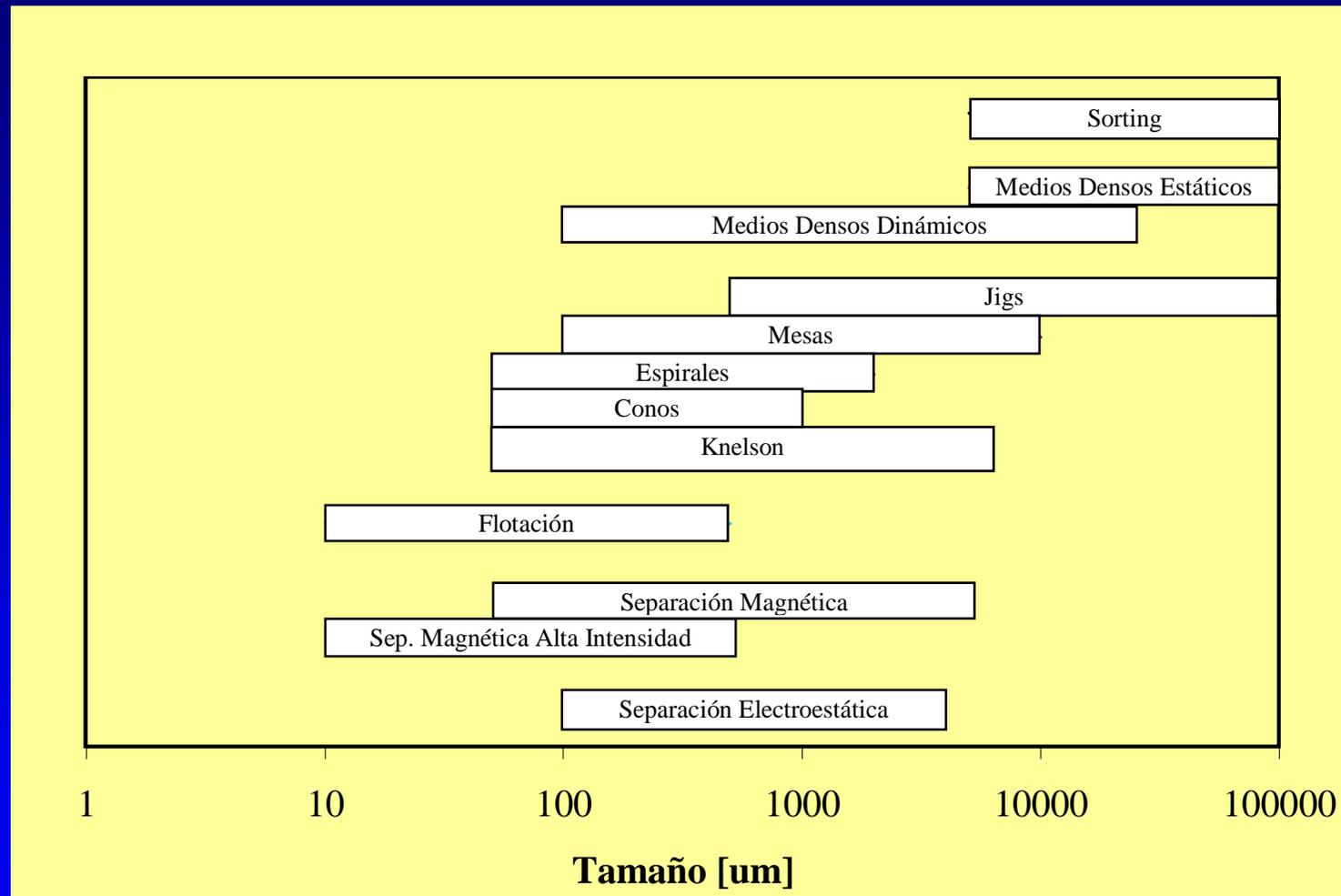


Métodos de concentración

<i>Propiedad</i>	<i>Proceso</i>	<i>Medio</i>
Apariencia, color, brillo, radioactividad, etc.	Sorting	Generalmente en seco
Gravedad específica	Concentración Gravitacional	Generalmente en húmedo
Gravedad específica	Separación por medios densos	En húmedo, en un medio denso
Susceptibilidad magnética	Concentración magnética	En seco o en húmedo
Conductividad	Separación electrostática	En seco
Físico – química: mojabilidad, hidrofobicidad	Flotación	En húmedo



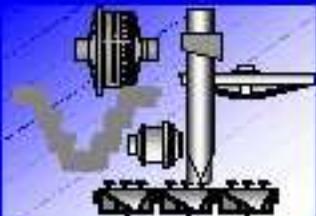
Aplicabilidad según tamaños



Variables

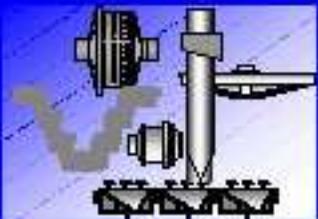
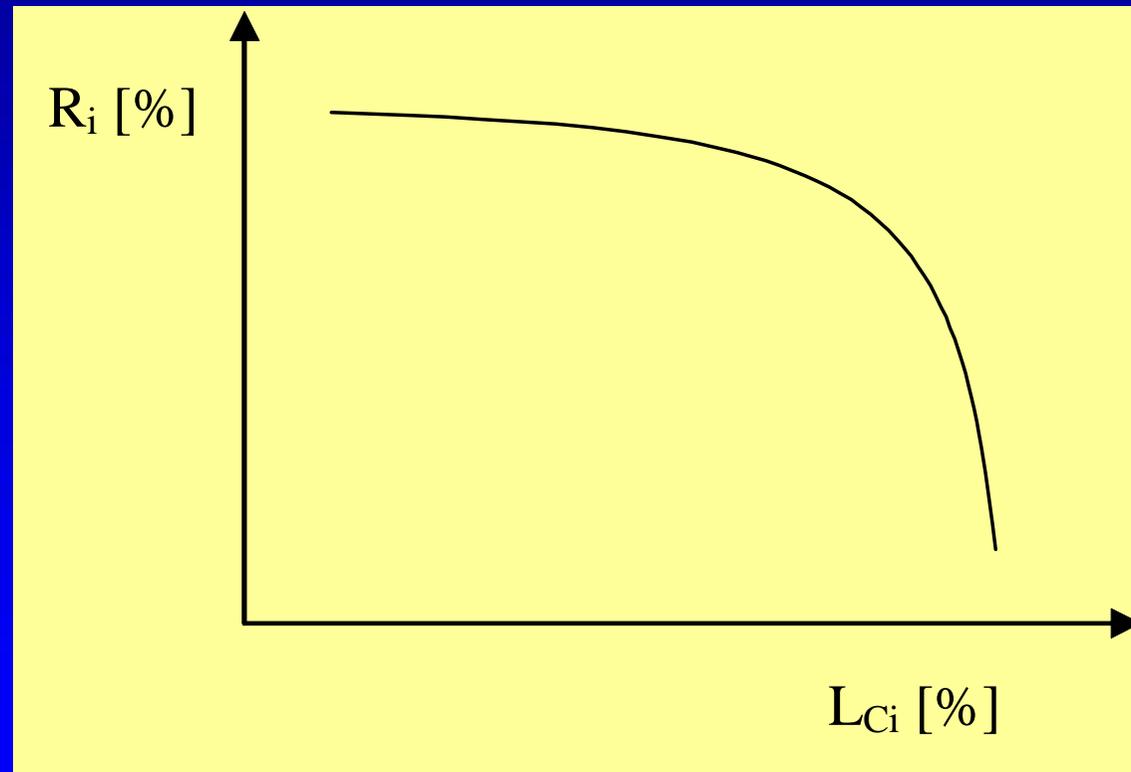


Leyes de los productos	Recuperación metalúrgica
L_i [%, g/t]	R_i [%] = $\frac{G_{SC} L_{Ci}}{G_{SA} L_{Ai}} 100 = \frac{(L_{Ai} - L_{Ri}) L_{Ci}}{(L_{Ci} - L_{Ri}) L_{Ai}} 100$



Recuperación – ley de concentrado

Se trata de maximizar estos valores, pero en la práctica se debe optar por valores que maximicen el "óptimo económico" del proceso, ya que se relacionan de manera inversa.



Principales minerales en Chile en concentración

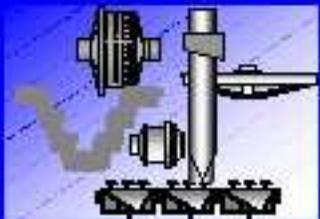
Mineral	Fórmula	Metal [%]	Gravedad Específica	Respuesta Magnética / electroestática
Calcopirita	CuFeS_2	34,6% Cu	4,1 – 4,3	NM / C
Calcosina	Cu_2S	79,8% Cu	5,5 – 5,8	NM / C
Bornita	Cu_5FeS_4	63,3% Cu	5,0 – 5,2	NM / C
Covelina	CuS	66,5% Cu	4,6	NM / C
Enargita	Cu_3AsS_4	48,4% Cu	4,4	P / C
Tenantita	$\text{Cu}_{12}\text{As}_4\text{S}_{13}$	51,6 % Cu	4,4 – 4,5	P / C
Tetrahedrita	$\text{Cu}_{12}\text{Sb}_4\text{S}_{13}$	45,8 % Cu	4,4 – 5,1	P / C
Magnetita	Fe_3O_4	72,4% Fe	5,2	F / C
Molibdenita	MoS_2	60,0% Mo	4,7 – 5,0	NM / C
Blenda	ZnS	67,1% Zn	3,9 – 4,1	P / C
Galena	PbS	86,6% Pb	7,4 – 7,6	NM / C
Pirita	FeS_2	46,7% Fe	4,9 – 5,2	NM / C
Cuarzo	SiO_2	46,8% Si	2,7	NM / NC





Fundamentos:

➤ **Material Particulado**



Material Particulado

Mineral

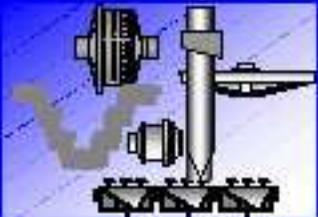


**Etapas de Reducción
de Tamaño**



Partículas

**Material
Particulado**



Material Particulado



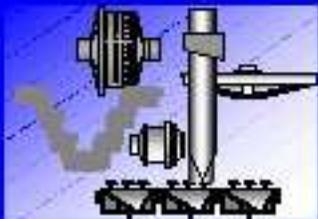
- **Tamaño**
- **Forma**
- **Densidad**
- **Superficie**

Distribución de tamaños

Superficie específica

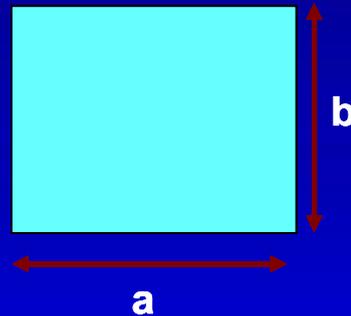
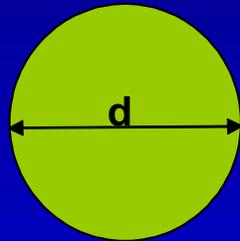
Porosidad

Densidad



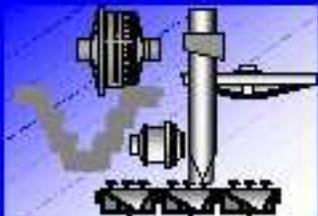
Material Particulado

Tamaño:



El tamaño de una partícula irregular es difícil o imposible de determinar en forma exacta. Los términos LONGITUD, ANCHO, ESPESOR y DIÁMETRO; tienen poco significado, ya que se presentan muchos valores distintos.

En el caso de las partículas irregulares, que constituyen la generalidad, se utiliza el concepto de: **“DIÁMETRO NOMINAL O EQUIVALENTE”**

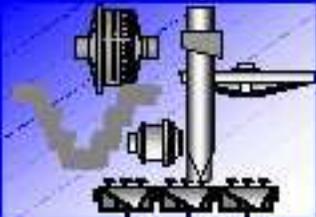


Material Particulado

Diámetro Equivalente:

Diámetro de una esfera que se comporta de la misma forma que una determinada partícula, cuando es sometida a una operación específica. Se asigna dependiendo del método de medición aplicado, dentro de los diámetros más utilizados están:

- a) Diámetro de Stokes: medido por técnicas de sedimentación (d_{st})
- b) Diámetro del Área Proyectada: medido por microscopía (d_A), análisis de imágenes.
- c) Diámetro de la Malla: medido por tamizaje (d_M)



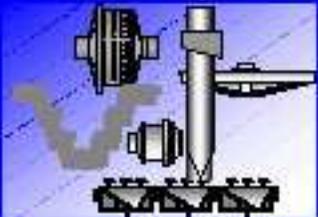
Material Particulado

Diámetro de Stokes (d_{st}):

$$d_{St} = \left[\frac{18 \mu}{\Delta \rho g} v_s \right]^{1/2}$$

Donde:

- μ = Viscosidad (dinámica) del fluido [g/(cm s)]
- $\Delta \rho$ = Diferencia entre la densidad del sólido y la del líquido [g/cm³]
- v_s = Velocidad terminal de sedimentación de la partícula [cm/s]
- g = Aceleración de gravedad [cm/s²]

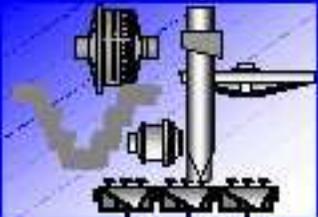


Material Particulado

Diámetro del Área Proyectada (d_A):

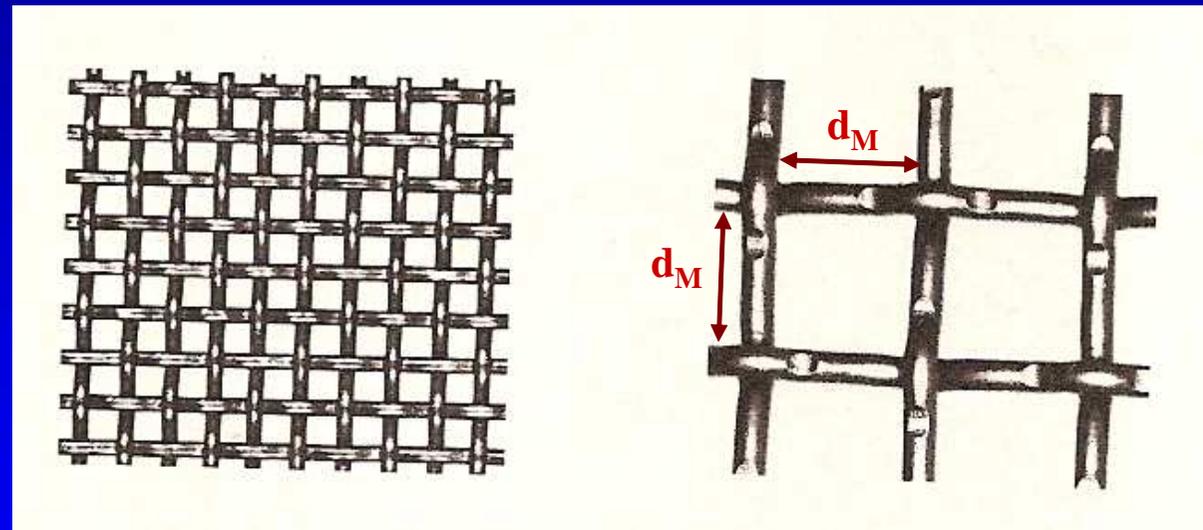


$$d_A = \sqrt{\frac{4 A_p}{\pi}}$$



Material Particulado

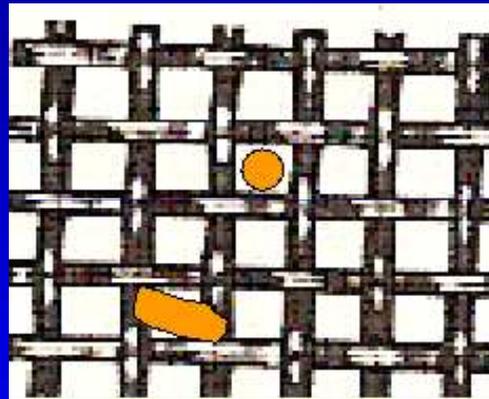
Diámetro de la Malla (d_M):



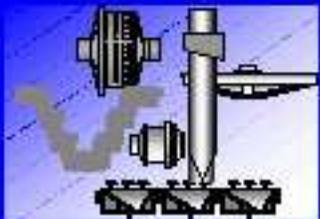
Material Particulado

Forma:

La forma de las partículas es importante en la mayoría de los procesos. Por ejemplo, en los procesos de clasificación, flotación, separación sólido – líquido, etc.; una partícula esférica no se comporta igual que una partícula laminar.



La forma de las partículas se define con diversos indicadores, basados en una o dos dimensiones características de la partícula. Los más utilizados son: el **factor de forma de superficie α_s** , el **factor de forma de volumen α_v** y la **esfericidad ψ** .



Material Particulado

Factor de Forma de Superficie α_s :

$$\alpha_s = \frac{S_p}{d_n^2}$$

donde:

S_p = Área superficial de una partícula irregular
 d_n = Diámetro nominal de una partícula irregular

Para una esfera, cuyo diámetro nominal sea el diámetro del área proyectada el valor de α_s es π .



Material Particulado

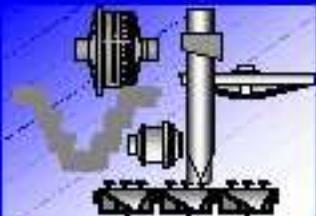
Factor de Forma de Volumen α_v :

$$\alpha_v = \frac{V_P}{d_n^3}$$

donde:

V_p = Volumen de una partícula irregular
 d_n = Diámetro nominal de una partícula irregular.

Para una esfera, cuyo diámetro nominal sea el diámetro del área proyectada, el valor de α_v es $\pi/6$.



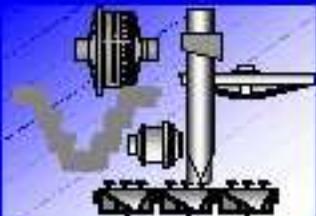
Material Particulado

Esfericidad ψ :

El concepto de ψ corresponde a la razón entre el área superficial de una esfera (S_e) y el de una partícula (S_p) ambas de igual volumen ($V_e = V_p$). Su expresión es la siguiente:

$$\psi = \frac{S_e}{S_p} = 4,84 \frac{(\alpha_v)^{2/3}}{\alpha_s}$$

Para una esfera, cuyo diámetro nominal sea el diámetro del área proyectada, el valor de ψ es 1.



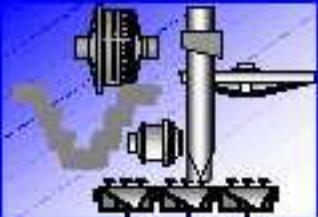
Material Particulado

Está compuesto por partículas irregulares de diferentes tamaños que, generalmente, tienen forma similar cuando provienen de un origen común.



¿Cuál es el tamaño representativo de este material particulado?

- Diámetro medio
- Media Geométrica
- Diámetros estadísticos (d_{32} , d_{10} , etc.)



Material Particulado

El material particulado no es uniforme, sino que presenta una distribución de tamaños. Para su determinación se recurre a propiedades asociadas al conjunto de partículas: número (0), largo (1), área superficial (2), masa o volumen (3).

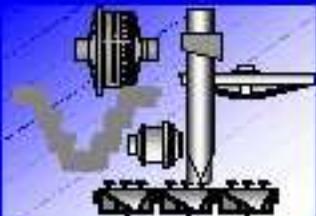
Distribución de Tamaños

Considerando que la distribución de tamaños es continua, una vez definido el tamaño nominal de una partícula, es necesario cuantificar la frecuencia con que ese tamaño aparece en el material particulado. Para esto se define las funciones:

Frecuencia: $f(x)$ y distribuciones acumuladas: $F(x)$

que se relacionan según:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

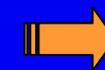
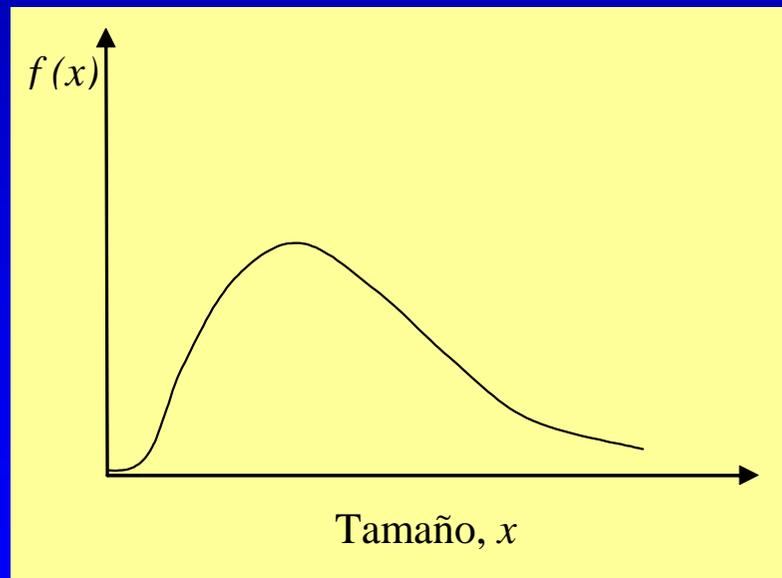


Material Particulado

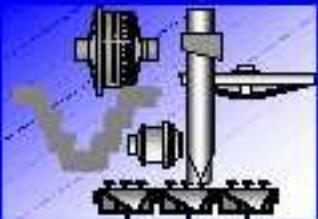
😊 Función frecuencia, $f(x)$:

La frecuencia relativa $f(x) dx$ tiene el siguiente significado:

- Probabilidad de encontrar una partícula de tamaño comprendido entre x y $x + dx$.
- Fracción de partículas del material con tamaños comprendidos entre x y $x + dx$.



$$\int_0^{\infty} f(x) dx = 1$$

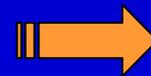
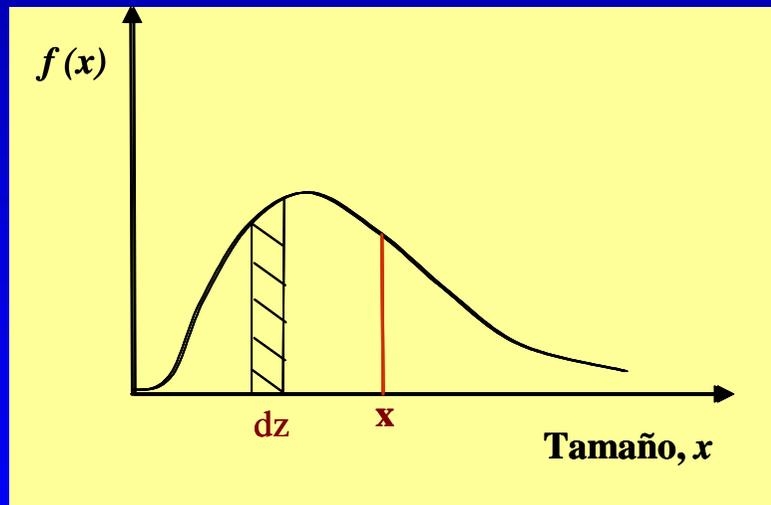


Material Particulado

☺ Funciones distribución acumulada bajo y sobre tamaño, $F(x)$

La función acumulada bajo tamaño, $F_u(x)$, tiene el siguiente significado:

- Probabilidad de encontrar una partícula de tamaño menor a x .
- Fracción de partículas con tamaños menores a x .



$$F_u(x) = \int_0^x f(z) d(z)$$

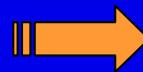
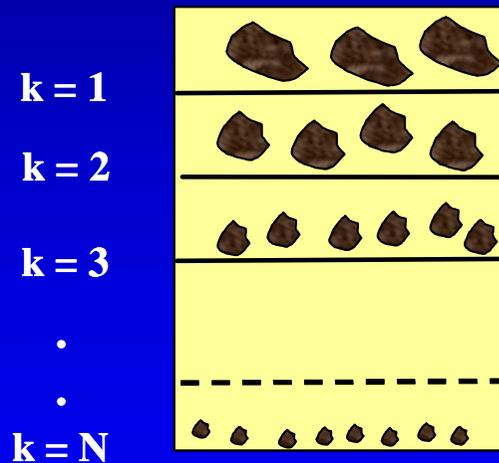
La función acumulada sobre tamaño $F_o(x)$ corresponde al complemento, es decir:

$$F_u(x) + F_o(x) = 1$$

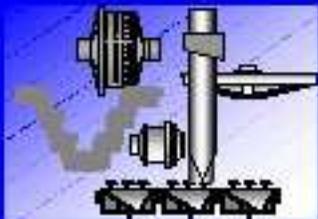


Material Particulado

Los métodos disponibles para determinar las distribuciones de tamaños, permiten medir fracciones de partículas en forma discreta. En este caso la frecuencia pasa a denominarse fracción retenida, f_k , que representa la fracción de partículas retenidas en el tamaño k y de tamaños menores a $k - 1$.



$$\sum_{k=1}^N f_k = 1$$



Material Particulado

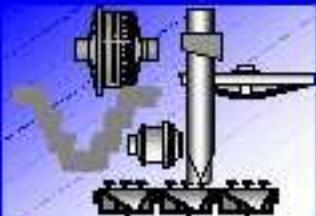
Se define las distribuciones discretas de la siguiente forma:

- Fracción acumulada bajo tamaño

$$F_u(x_i) = \sum_{k=i+1}^N f_k$$

- Fracción acumulada sobre tamaño

$$F_o(x_i) = \sum_{k=1}^i f_k$$

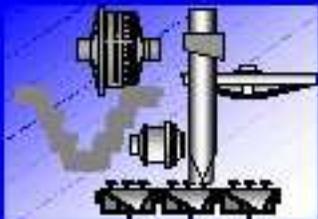


Material Particulado

Existen diversas funciones de frecuencia $f(x)$ (continuo) y fracciones retenidas f_k (discreto), según si se expresan en número $f_0(x)$, en longitud $f_1(x)$, en superficie $f_2(x)$ o en masa $f_3(x)$ de partículas contenidas en cada clase de tamaño.

Cual forma usar está directamente asociado al método experimental de medición de la frecuencia de partículas en cada fracción de tamaño. Es así como, cuando se utiliza una caracterización mediante microscopía, se realiza un conteo de partículas por tamaño y por lo tanto la frecuencia resultante es en número: f_0 .

En este caso:

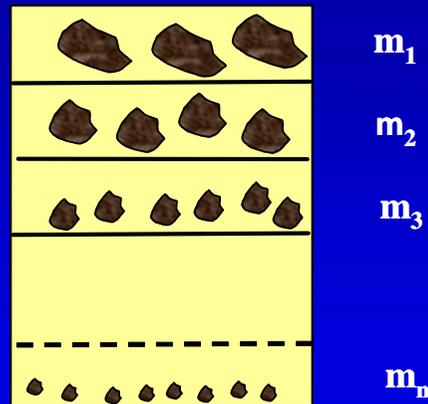


Tamaño	Nº de partículas	$f_0(x)$
- $x_1 + x_2$	n_1	$n_1 / \sum n_i$
- $x_2 + x_3$	n_2	$n_2 / \sum n_i$
·	·	·
·	·	·
·	·	·
- $x_{N-1} + x_N$	n_n	$n_n / \sum n_i$
	$\sum n_i$	$\sum f_{0i} = 1$

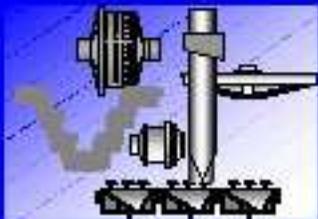
Material Particulado

En el caso más habitual, cuando se utiliza una serie de tamices, se realiza un pesaje de las partículas retenidas en cada fracción de tamaño y por lo tanto la frecuencia resultante es en masa: f_3 .

En este caso:



Tamaño	Masa de partículas	$f_3(x)$
- $x_1 + x_2$	m_1	$m_1 / \sum m_i$
- $x_2 + x_3$	m_2	$m_2 / \sum m_i$
•	•	•
•	•	•
•	•	•
- $x_{N-1} + x_N$	m_n	$m_n / \sum m_i$
	$\sum m_i$	$\sum f_{3i} = 1$

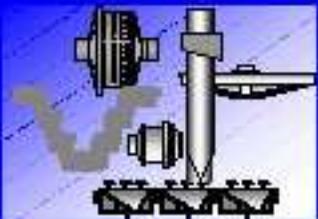


Material Particulado



← Agitador de tamices

↓ Tamiz



Material Particulado

La medición condiciona la función de frecuencia $f_j(x)$ obtenida. Si es necesario determinar otra de estas funciones, por ejemplo, si se tiene la frecuencia en número, $f_0(x)$ y se requiere en masa, $f_3(x)$, se utiliza la siguiente ecuación de transformación:

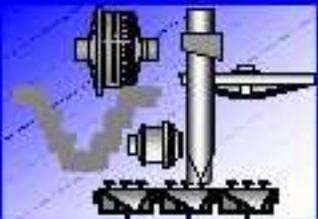
$$f_3(x) = \frac{\alpha_v(x) \rho(x) x^{3-0} f_0(x)}{\int_0^{\infty} \alpha_v(x) \rho(x) x^{3-0} f_0(x) dx}$$

En el caso más frecuente, en que el factor de forma (α_v) y la densidad de las partículas (ρ) no dependen del tamaño, se obtiene:

$$f_3(x) = \frac{x^3 f_0(x)}{\int_0^{\infty} x^3 f_0(x) dx}$$

Para cualquier otra transformación entre funciones de frecuencia, de $f_i(x)$ a $f_j(x)$, con $i = 0, 1, 2, 3$ y $j = 0, 1, 2, 3$; se utiliza:

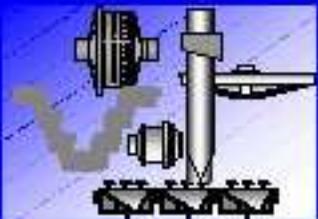
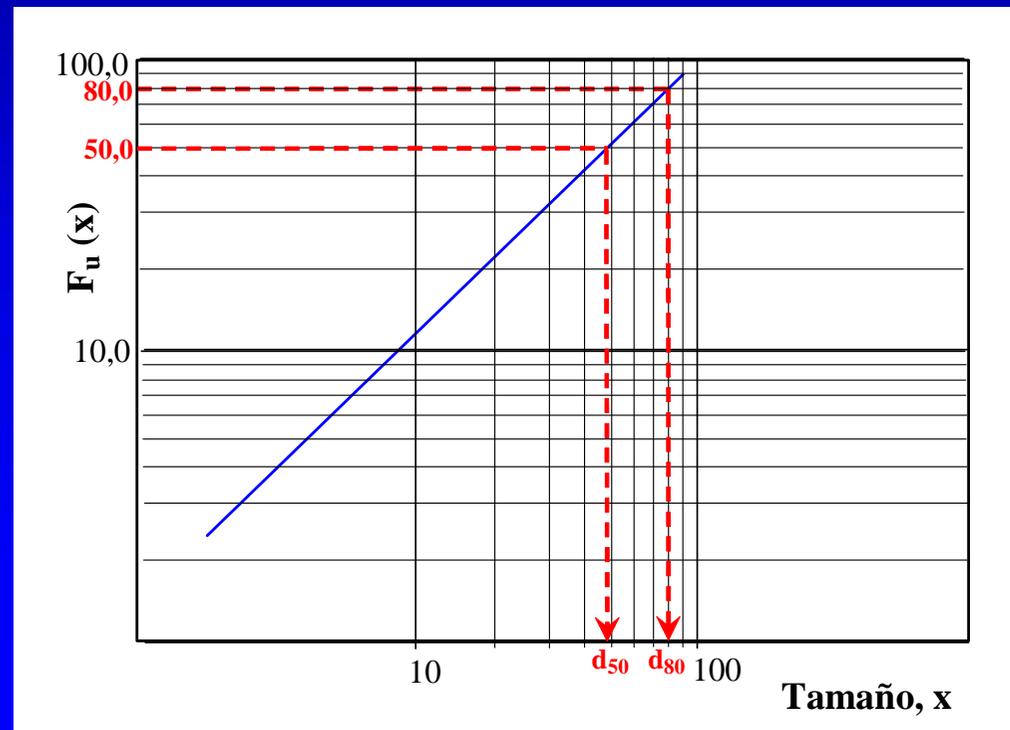
$$f_j(x) = \frac{x^{j-i} f_i(x)}{\int_0^{\infty} x^{j-i} f_i(x) dx}$$



Material Particulado

Tamaños Característicos de una Distribución:

- **Tamaño d_{50}** : corresponde al tamaño bajo el cual se encuentra el 50% de la muestra.
- Otros tamaños característicos: d_{75} , d_{80} , d_{25} .



Material Particulado

Modelos de Distribución de Tamaños:

Existen varias funciones capaces de representar adecuadamente las distribuciones de tamaño de material particulado. Las más comunes son:

- ❖ **Distribución GAUDIN SCHUHMANN**
- ❖ **Distribución ROSIN-RAMMLER**
- ❖ **Distribución LOG - NORMAL**

En la mayoría de los casos no hay justificación teórica para preferir una función u otra, y se usa solamente la calidad del ajuste. La Gaudin Schuhmann tiende a representar mejor en los tamaños finos y la Rosin Rammler en los tamaños gruesos, pero no es siempre así.



Material Particulado

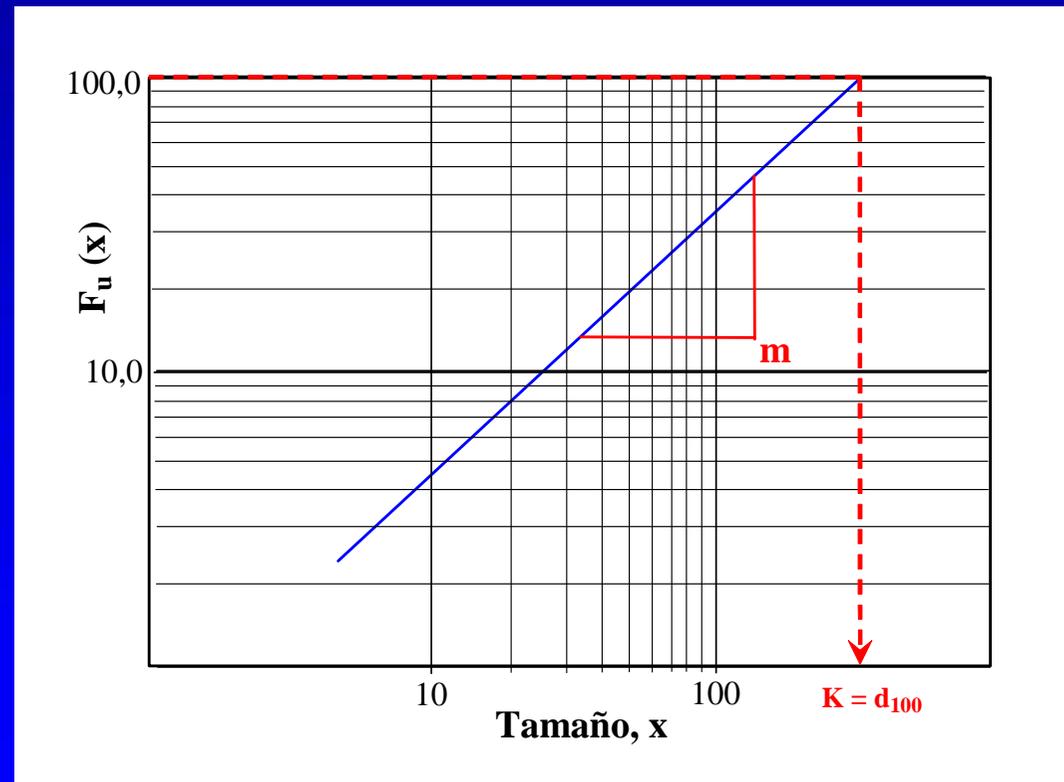
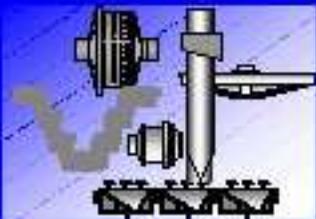
❖ Distribución GAUDIN-SCHUHMANN

Esta distribución de tamaño es la más utilizada, por su simpleza, para representar sistemas particulados en el campo de la mineralurgia.

$$F_u(x) = \left(\frac{x}{K}\right)^m$$

K = Módulo del tamaño.
Corresponde al tamaño máximo.

m = Módulo de la distribución.
Indicativo de la amplitud de la distribución (pendiente).



Material Particulado

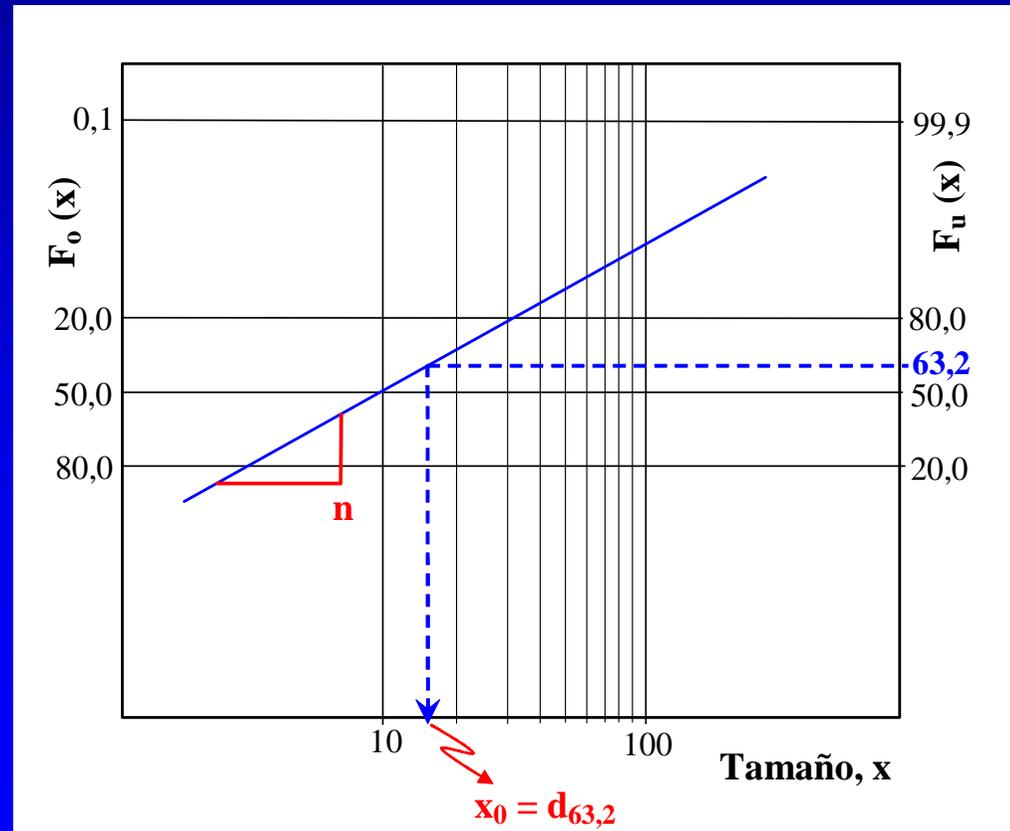
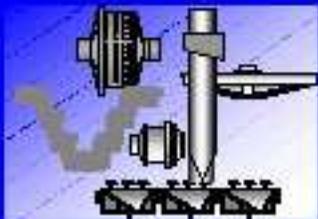
❖ Distribución ROSIN-RAMMLER

Esta distribución de tamaño sigue una línea recta en un gráfico del doble logaritmo del inverso de $F_o(x)$ versus el logaritmo del tamaño.

$$F_U(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{x_0}\right)^n\right)$$

x_0 = Tamaño característico y tiene unidad de longitud ($x_0 = d_{63,2}$).

n = Módulo de la distribución.
Indicativo de la amplitud de la distribución (pendiente).



Material Particulado

❖ Distribución LOG - NORMAL

Esta distribución tiene un significado teórico importante, ya que Kolmogorov demostró que tras sucesivas etapas de fragmentación que produzcan un número aleatorio de fragmentos de tamaños aleatorios, y sin fragmentación preferente de algunos tamaños, la distribución de tamaños de los fragmentos tenderá a una distribución log - normal.

$$F_U(x) = 2 G(x) \left(\frac{\text{Ln}(x/d_{50})}{\text{Ln}(d_{84}) - \text{Ln}(d_{16})} \right)$$

Donde G (x) es la distribución Gaussiana o Normal:

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



Material Particulado

Otras propiedades:

❖ Superficie específica:

$$\hat{S} = \frac{\bar{S}}{\rho \bar{V}} = \frac{\alpha_s}{\rho \alpha_v \bar{x}}$$

❖ Porosidad:

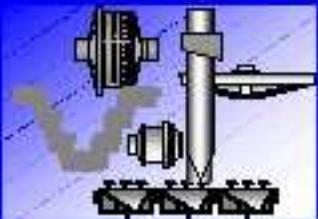
$$\varepsilon = \frac{V_{huecos}}{V_{lecho}} = \frac{V_{huecos}}{V_{particulado} + V_{huecos}}$$

❖ Densidad:

$$\rho = \frac{M_{particulado}}{V_{particulado}}$$

❖ Densidad aparente:

$$\rho_{ap} = \frac{M_{particulado}}{V_{lecho}} = \rho (1 - \varepsilon)$$



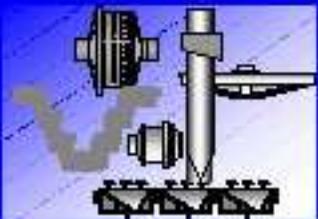
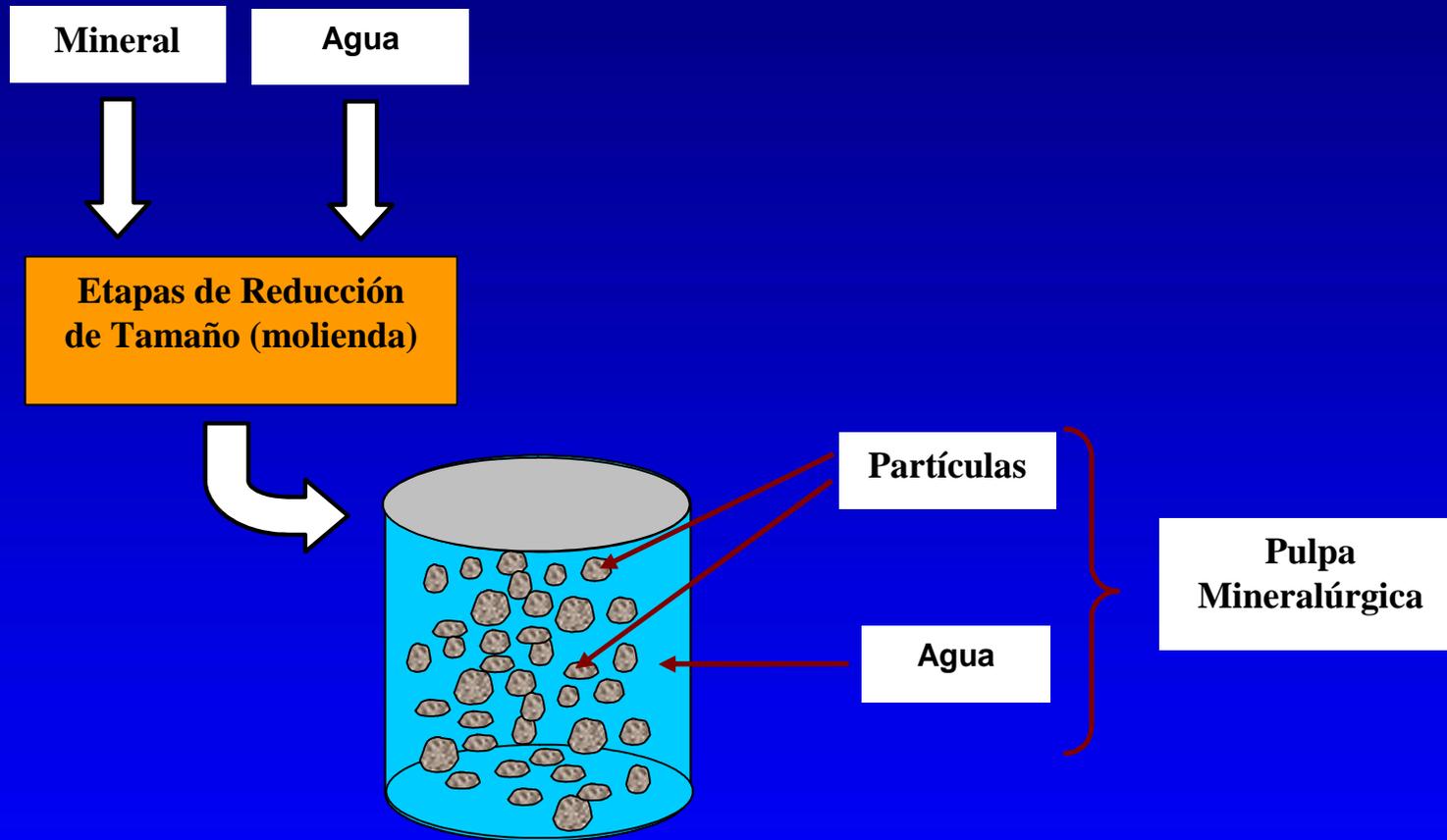


Fundamentos:

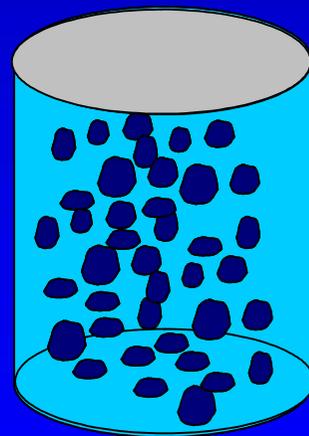
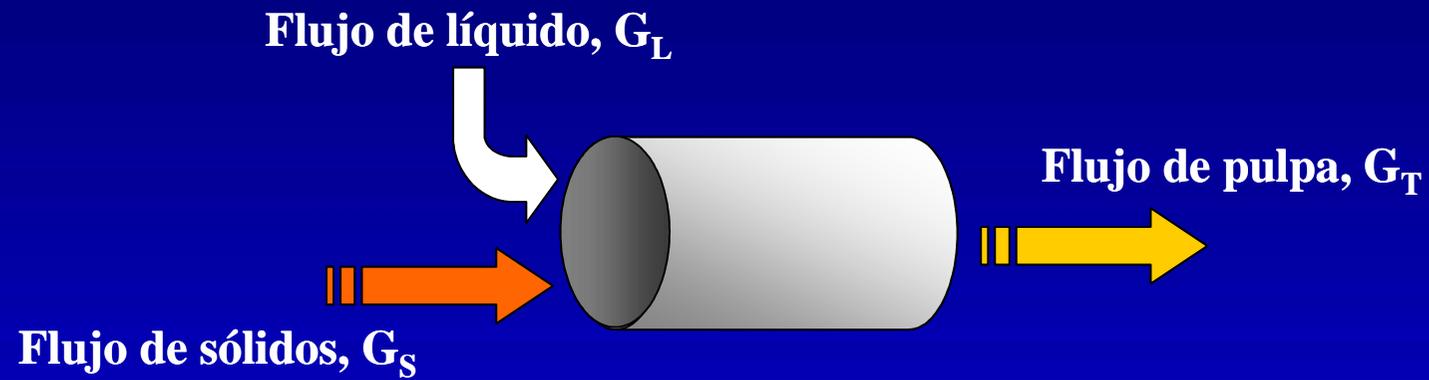
➤ **Pulpas mineralúrgicas**



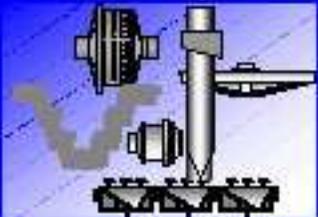
Pulpas mineralúrgicas



Pulpas mineralúrgicas



- Densidad de pulpa
- Concentración de sólidos, en peso y en volumen
- Dilución
- Viscosidad



Pulpas mineralúrgicas

Para expresar la composición de una pulpa de minerales y sus propiedades, se adopta la siguiente notación:

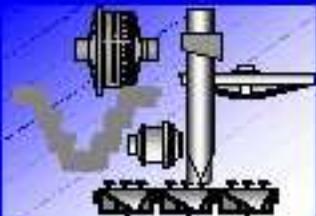
Flujo		Subíndices	
Notación	Tipo	Notación	Tipo
G	Másico (t/h)	S	Sólido
		L	Líquido
Q	Volumétrico (m ³ /h)	T	Pulpa

Flujo másico:

$$G_T = G_S + G_L$$

Flujo volumétrico:

$$Q_T = Q_S + Q_L$$



Pulpas mineralúrgicas

❖ Densidades:

$$\rho_S = \frac{G_S}{Q_S} \quad (t/m^3)$$

$$\rho_L = \frac{G_L}{Q_L} \quad (t/m^3)$$

$$\rho_T = \frac{G_T}{Q_T} \quad (t/m^3)$$

❖ Gravedad específica del sólido, Γ_S :

$$\Gamma_S = \frac{\rho_S}{\rho_L}$$

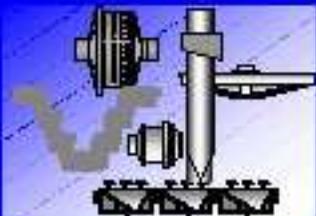
❖ Concentraciones de sólidos:

En peso:

$$C_P = \frac{G_S}{G_T} 100 \quad (\%)$$

En volumen:

$$C_V = \frac{Q_S}{Q_T} 100 \quad (\%)$$



Pulpas mineralúrgicas

❖ Dilución:

$$D = \frac{G_L}{G_S}$$

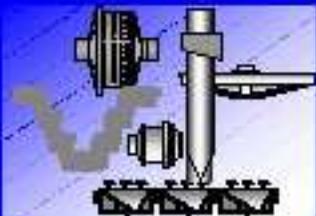
❖ Relaciones entre las variables:

$$\rho_T = \frac{\rho_S \rho_L}{\rho_S (1 - C_P) + \rho_L C_P}$$

$$C_P = \frac{\rho_S}{\rho_T} C_V$$

$$D = \frac{1 - C_P}{C_P}$$

$$\rho_T = \rho_L + (\rho_S - \rho_L) C_V$$



Pulpas mineralúrgicas

❖ Viscosidad:

Es la propiedad de un fluido que indica su resistencia al esfuerzo tangencial. Es función de la temperatura. La unidad de medida más utilizada es el centipoise, cP, (equivalente a 1 g/(cm s)). El agua pura a 20 °C tiene una viscosidad de 1,002 cP.

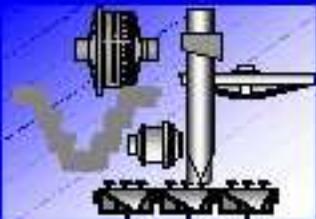
La viscosidad se puede expresar como:

$$\mu = \frac{\tau}{dv/dy}$$

donde:

τ = Esfuerzo de corte.

dv/dy = Tasa de deformación angular de la mezcla (v = velocidad del fluido, y = distancia perpendicular a la dirección del flujo).



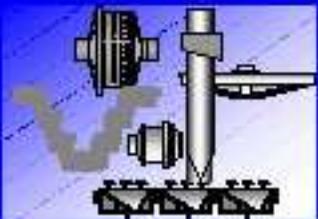
Pulpas mineralúrgicas

Para determinar la viscosidad de una pulpa, μ_p , en función de la viscosidad del agua, μ , y de la concentración de sólidos en volumen, C_v , se utiliza la ecuación de Wellman:

$$\frac{\mu_p}{\mu} = \frac{\exp^{(-10,4 C_v)}}{\left(1 - \frac{C_v}{0,62}\right)^8}$$

Aunque esta ecuación no lo indica, otras variables (como el pH) también inciden en la viscosidad. Es usual también expresar la viscosidad cinemática de un fluido, ν (m²/s), que corresponde al cociente entre la viscosidad (kg/m s) y la densidad (kg/m³) del fluido:

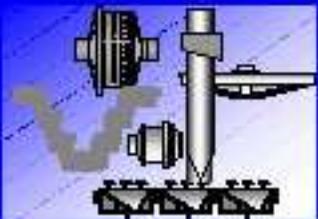
$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$



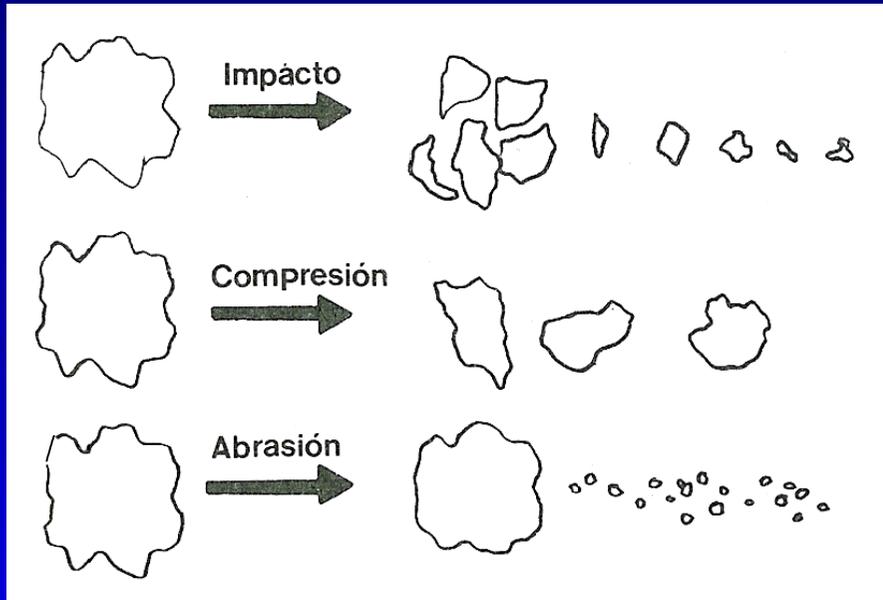


Fundamentos:

➤ Fragmentación de Partículas

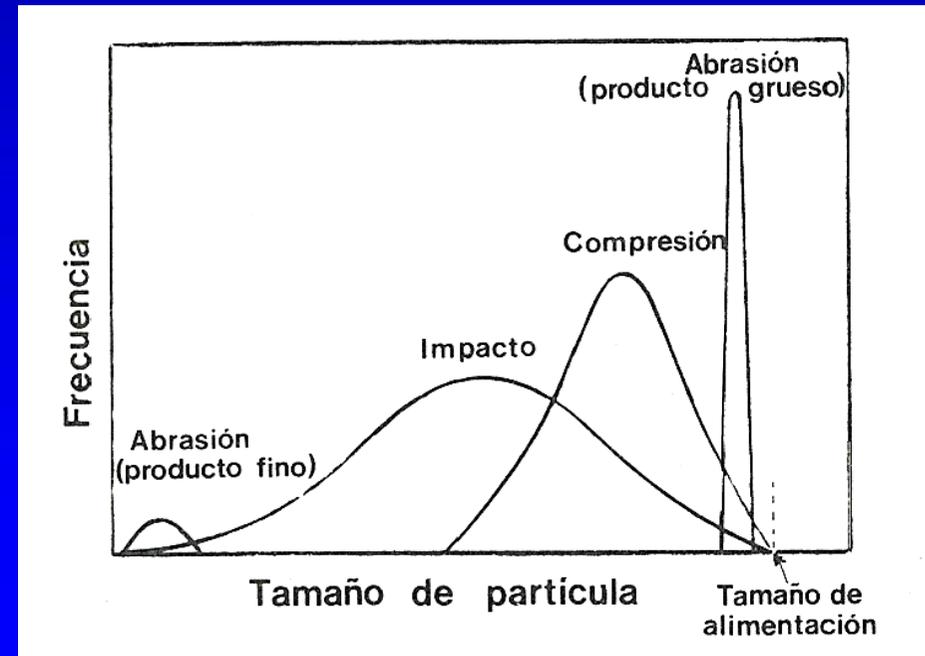
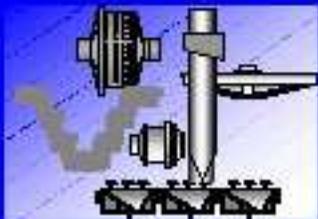
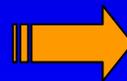


Fragmentación



← **Mecanismos de fragmentación**

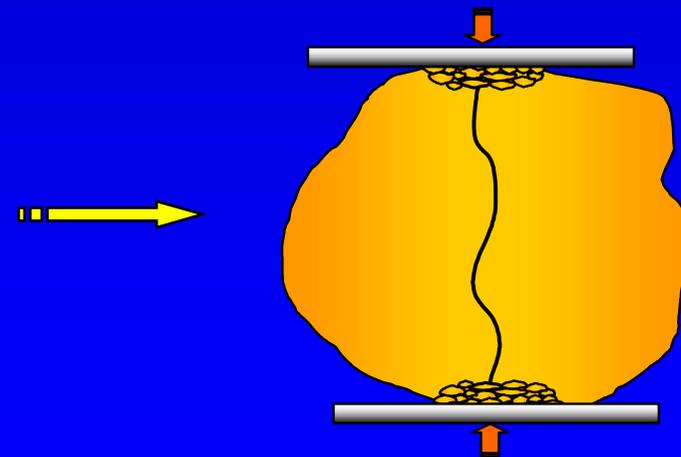
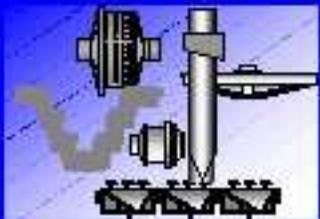
Granulometrías de fragmentos



Fragmentación

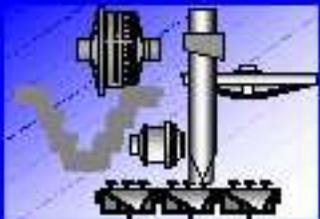
- ❖ La fractura por abrasión ocurre cuando se aplica una energía insuficiente para fracturar la partícula. Sólo se produce esfuerzos localizados en pequeñas áreas que se fracturan dando una distribución de partículas muy finas.
- ❖ La fractura por compresión ocurre cuando la energía aplicada es justo lo suficiente para cargar pocas regiones de la partícula al punto de ruptura y sólo resultan unas pocas partículas gruesas.
- ❖ La fractura por impacto ocurre cuando se aplica una energía en exceso de la requerida para fracturar la partícula y el resultado es un gran número de fragmentos con un ancho espectro de tamaños.

En la práctica estos eventos no ocurren aislados. Por ejemplo, es bastante común que ocurra abrasión en los puntos de carga en compresión.



Fragmentación

- ❖ Los materiales particulados se fracturan primariamente por esfuerzos compresivos aplicados rápidamente por impacto. Fracturas secundarias se ocasionan por un alto esfuerzo de cizalle, particularmente en la superficie de las partículas.
- ❖ **Dureza** y **tenacidad** son conceptos diferentes. La dureza de un material representa su capacidad a resistir la indentación y la deformación. Los minerales son generalmente bastante duros. La tenacidad, en cambio, es la capacidad de resistir esfuerzos sin fractura o falla. Esta última característica es de primordial interés para la conminución.
- ❖ La mayoría de los minerales son frágiles y resisten la tendencia a deformarse plásticamente. Sin embargo, generalmente no son tenaces y pueden ser fracturados con relativa facilidad, debido a la presencia en ellos de micro y macro fallas causadas por su origen y tratamiento anterior.



Fragmentación

- ❖ Bajo esfuerzo, una falla tiende a un incremento en la intensidad del esfuerzo en la punta de dicha falla, la que por tanto se propaga. La ecuación de Griffith permite calcular el esfuerzo en la punta de una grieta, σ_g , de la siguiente manera:

$$\sigma_g = 2\sigma \left(\frac{L}{r} \right)^{1/2}$$

σ = esfuerzo promedio

L = $\frac{1}{2}$ del largo de la grieta

r = radio de curvatura de la punta de la grieta.

- ❖ El esfuerzo requerido para romper la ligazón interatómica de un material, σ_t , es:

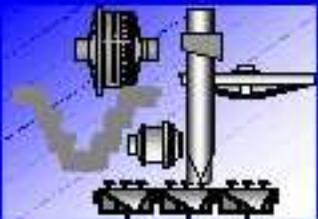
$$\sigma_t = \left(\frac{\gamma Y}{\alpha} \right)^{1/2}$$

γ = tensión superficial del sólido (≈ 1 N/m)

Y = módulo de Young ($\approx 10^{10}$ N/m²)

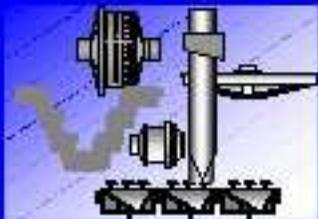
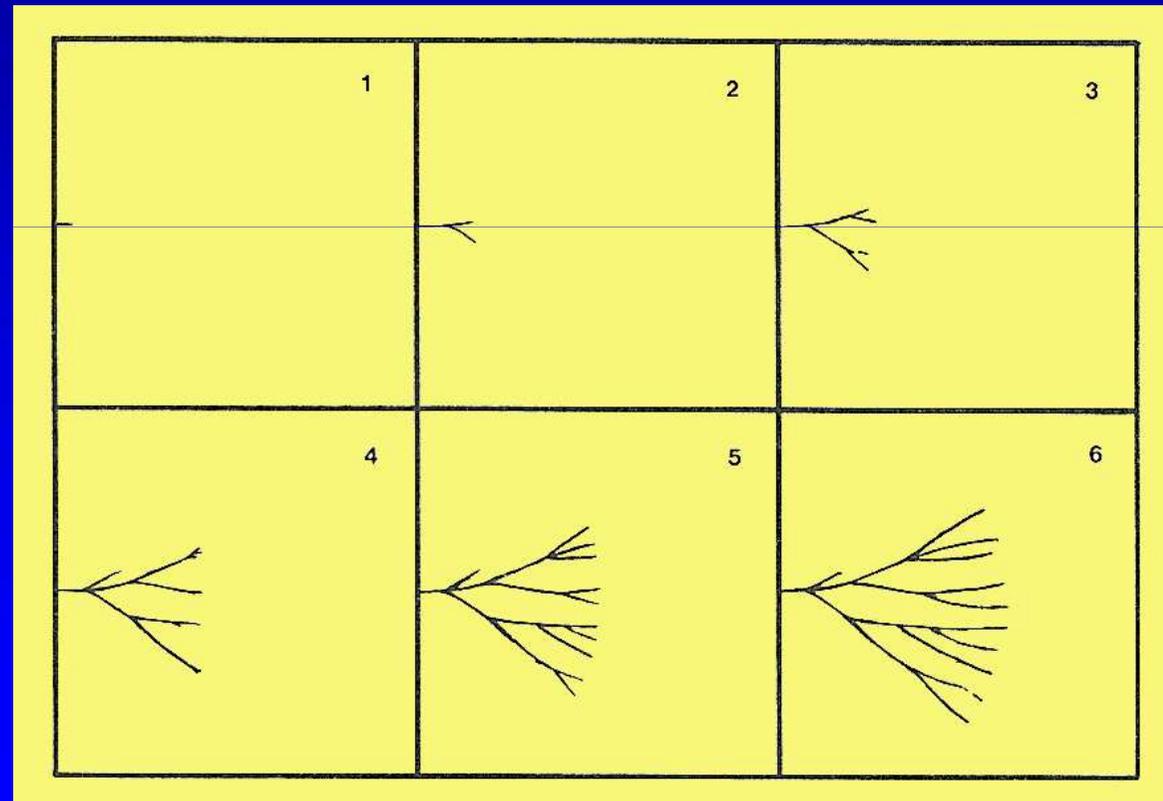
α = distancia interatómica a esfuerzo cero ($\approx 3 \cdot 10^{-10}$ m)

La grieta se propagará si $\sigma_g \geq \sigma_t$



Fragmentación

El incremento de energía causado por la propagación de una grieta, se considera proporcional al largo de la grieta. Como dicha grieta necesita sólo una cierta cantidad de energía para propagarse, al alcanzar un cierto largo, se bifurcará y así sucesivamente, causando la fragmentación, en lo que se denomina el árbol de bifurcación.



Fragmentación

❖ Leyes de la conminución:

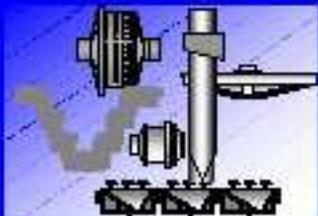
Ante la necesidad de representar de una manera útil la relación entre la aplicación de la energía y la reducción de tamaños de partículas, diversos investigadores postularon a partir de principios de la física, las siguientes “leyes”:

1. *Postulado de Rittinger* (1867):

“La energía necesaria para reducir de tamaño un sólido es proporcional a la nueva superficie producida”.

$$W = K_R \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{F} \right)$$

F y P son tamaños característicos de alimentación y producto, respectivamente, W es energía por unidad de volumen y K_R una constante.



Fragmentación

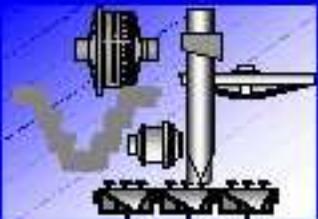
2. Postulado de Kick (1885):

“La energía necesaria para llevar a un sólido a su punto de ruptura es proporcional a su volumen”.

$$E = K_K (\log F - \log P) = K_K \log \left(\frac{F}{P} \right)$$

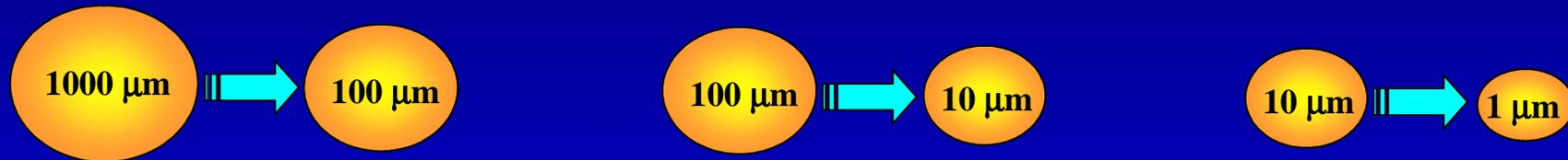
F y P son tamaños característicos de alimentación y producto, respectivamente, E es la energía y K_K una constante.

Ambos postulados predicen requerimientos de energía bastante diferentes a medida que la reducción de tamaño se extiende.



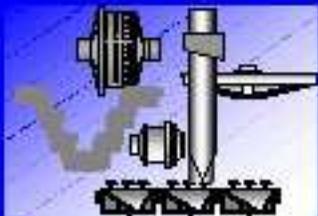
Fragmentación

- Si se considera la siguiente reducción por etapas:



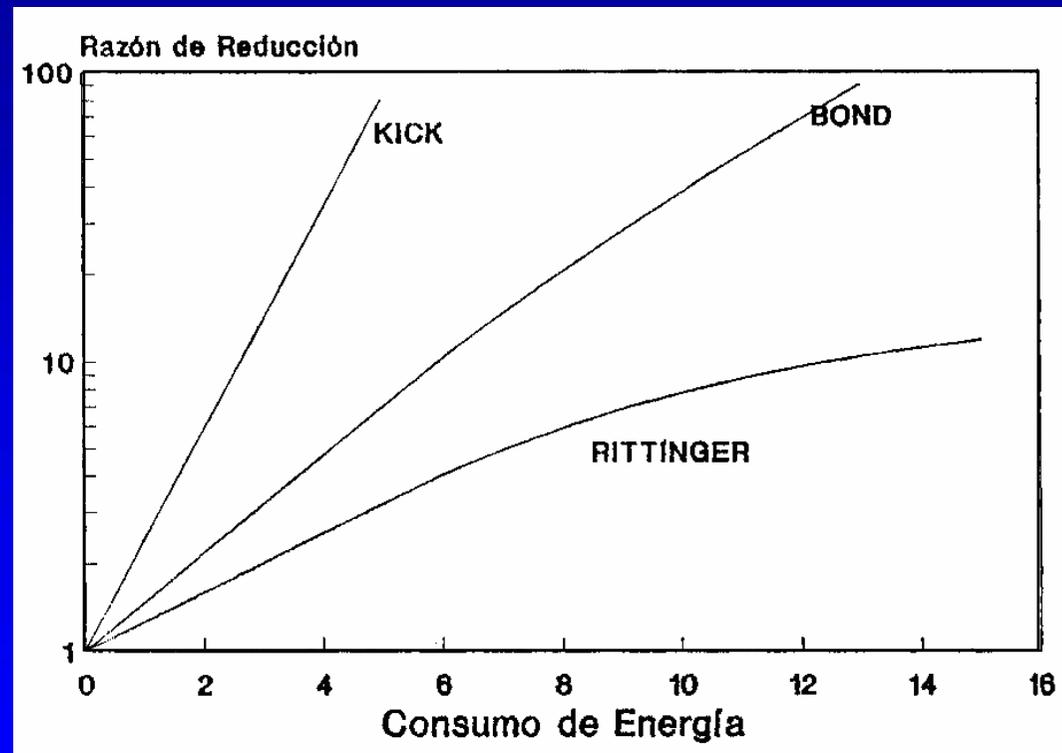
- Según **Rittinger**, reducir de 10 μm a 1 μm requiere 100 veces la energía que de 1000 μm a 100 μm.
- Según **Kick**, cada etapa requiere la misma energía.

Bond, a partir de una intensiva investigación experimental en plantas de conminución, encontró una relación intermedia.



Fragmentación

Si se grafica el consumo específico de energía (kWh/t) versus la razón de reducción (en log), una curva intermedia entre las predicciones de **Kick** y **Rittinger** la constituye la ecuación de **Bond**.



Fragmentación

3. Ecuación de Bond (1951):

$$W = 10 W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right)$$

W = Consumo de energía de la máquina de reducción de tamaño en [kWh/t_c].

W_i = Índice de trabajo (o índice de Bond). Corresponde a la energía en [kWh/t_c], necesaria para reducir un bloque de tamaño infinito a un producto con un 80% bajo 100 micrones.

F_{80}, P_{80} = Tamaños en micrones bajo los cuales se encuentra el 80% en peso de la alimentación y el producto, respectivamente.

El significado de W_i se deduce de la ecuación misma.

Si $F_{80} \rightarrow \infty$ y $P_{80} = 100 \mu\text{m}$, $W_i = W$



Fragmentación

Walker observó que las 3 ecuaciones eran solución de la ecuación diferencial:

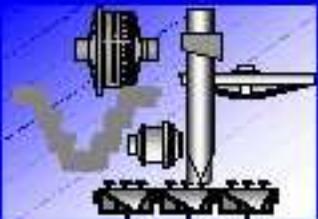
$$dE = -\frac{c}{x^n} dx$$

En efecto:

Si $n = 2$: $E = -c \int_F^P \frac{dx}{x^2} = c \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{F} \right)$ Rittinger

Si $n = 1$: $E = -c \int_F^P \frac{dx}{x} = 2,3 c \log \left(\frac{F}{P} \right)$ Kick

Si $n = 3/2$: $E = -c \int_F^P \frac{dx}{x^{3/2}} = 2c \left(\frac{1}{\sqrt{P}} - \frac{1}{\sqrt{F}} \right)$ Bond



Fragmentación

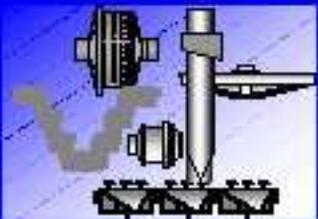
❖ Modelo cinético

Para describir la fragmentación que ocurre en una operación de reducción de tamaño, es necesario introducir dos sets de parámetros, que son función del tamaño de partícula. Estas funciones son denominadas: **función selección** y **función ruptura**.

➤ **Función selección**

La tasa a la cual las partículas se rompen en un proceso de reducción de tamaño, se puede representar por una ecuación cinética de primer orden:

$$\frac{dm_i}{dt} = -S_i m_i$$



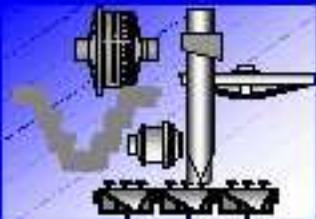
Fragmentación

La constante cinética de esta ecuación de primer orden corresponde a la función selección S_i . Esta función representa entonces la tasa de reducción de tamaño, es decir la velocidad a la que se reducen de tamaño las partículas de tamaño “i” de un cierto mineral y por supuesto es característico de cada mineral y del tipo de conminución empleado.

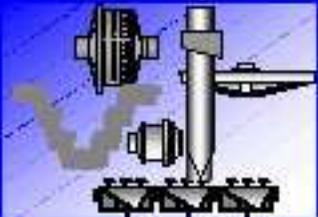
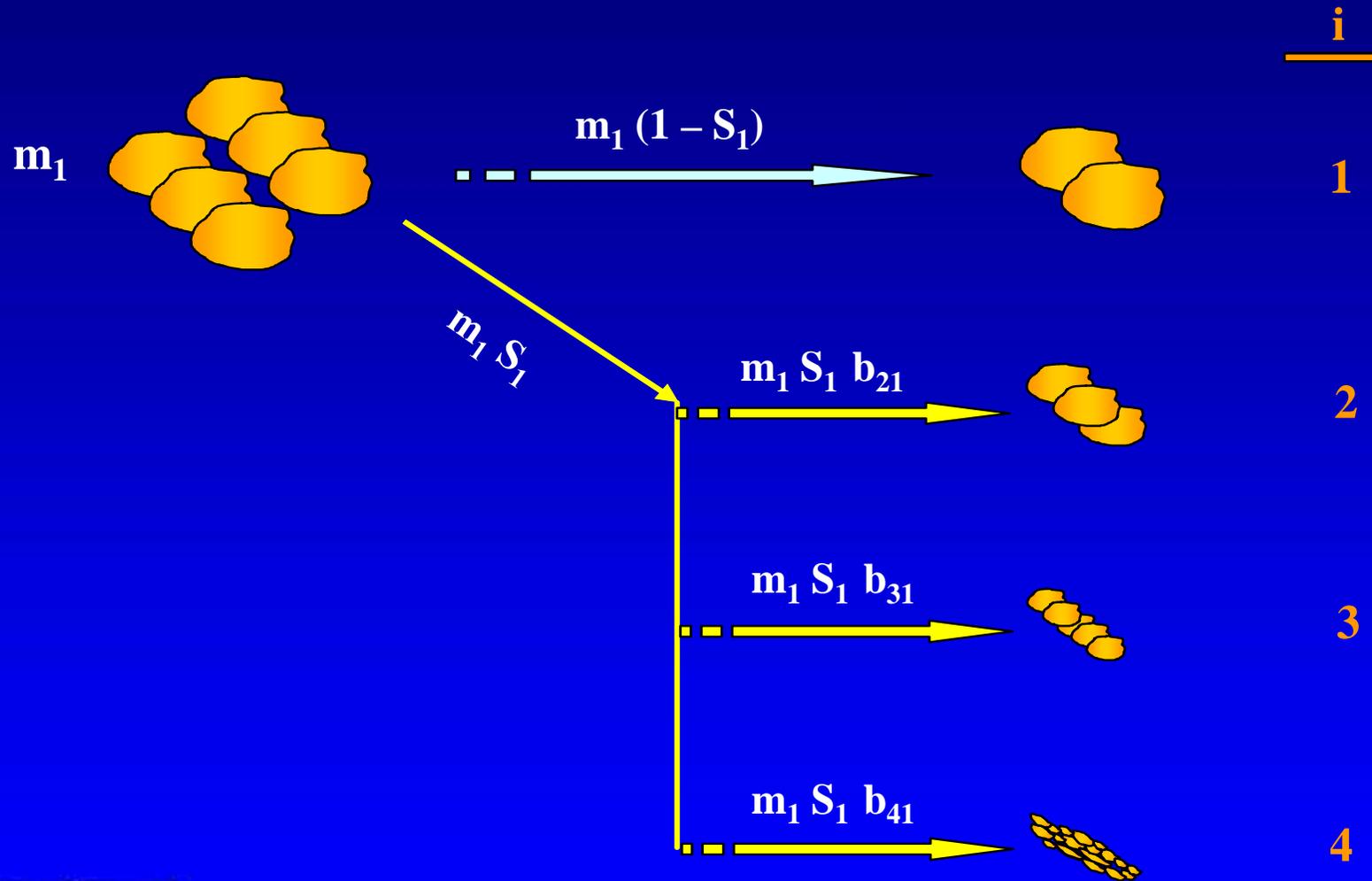
➤ **Función ruptura**

La distribución de tamaños de los fragmentos resultantes de un evento de conminución, que da cuenta del tamaño de la partícula original conminuida, recibe el nombre de función ruptura b_{ij} . Esta función representa entonces la fracción de mineral de tamaño “j” que, al fracturarse, termina de tamaño “i”.

La figura siguiente ilustra el empleo de estas funciones en la descripción de la conminución:

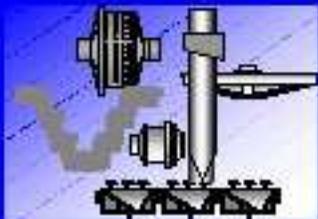
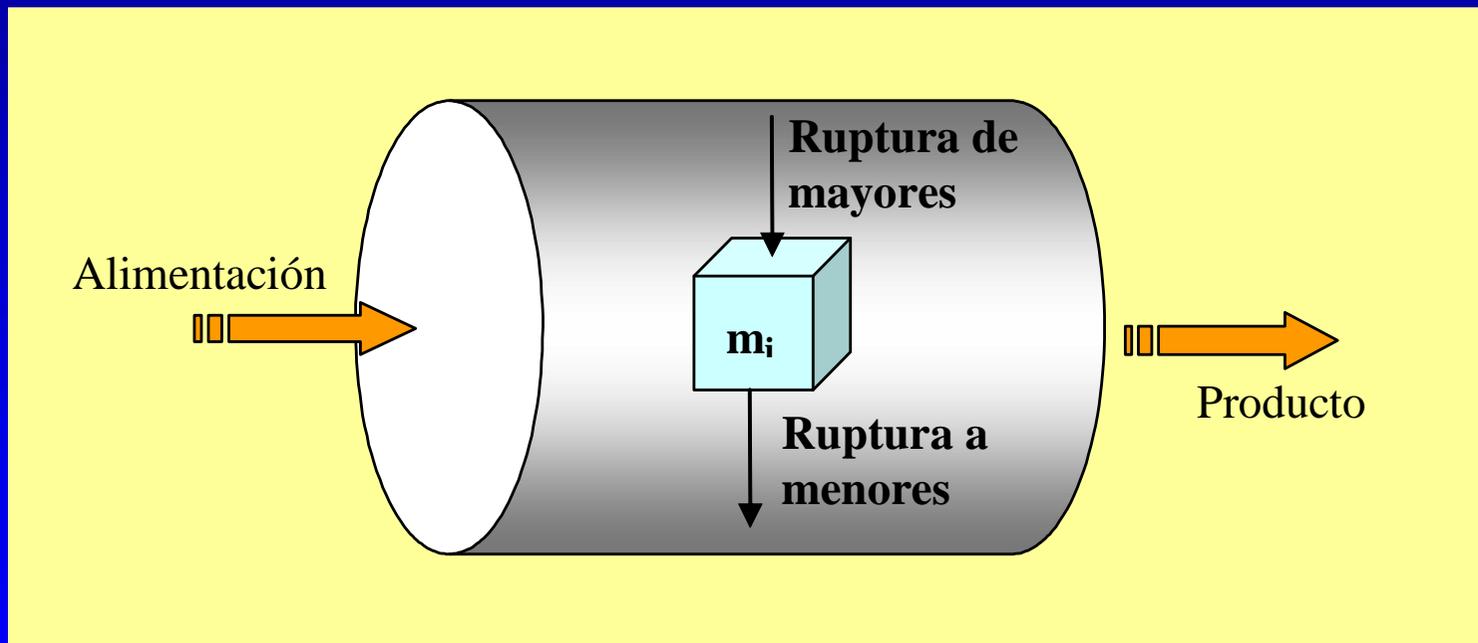


Fragmentación



Fragmentación

Para establecer un modelo que represente el proceso de conminución, es conveniente considerar un balance de masas simple, a un cierto tiempo “ t ” y para una fracción de tamaño particular “ i ”, presente en una masa m_i en el proceso:



Fragmentación

El balance resultante para una fracción de tamaño “i”, corresponde entonces a:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Mineral} & & \text{Mineral reducido} & & \text{Producto de} & & \text{Mineral reducido} \\ \text{alimentado} & & \text{a "i" de tamaños} & = & \text{tamaño i} & + & \text{a tamaños} \\ \text{de tamaño i} & + & \text{mayores} & & & & \text{menores} \\ f_i & & & & p_i & & \end{array}$$

En términos matemáticos y utilizando las funciones ya definidas, se obtiene:

$$p_i = f_i - m_i S_i + \sum_{j=1}^{i-1} m_j S_j b_{ij}$$

