

**Diploma Ingeniería del Block Caving 2010**

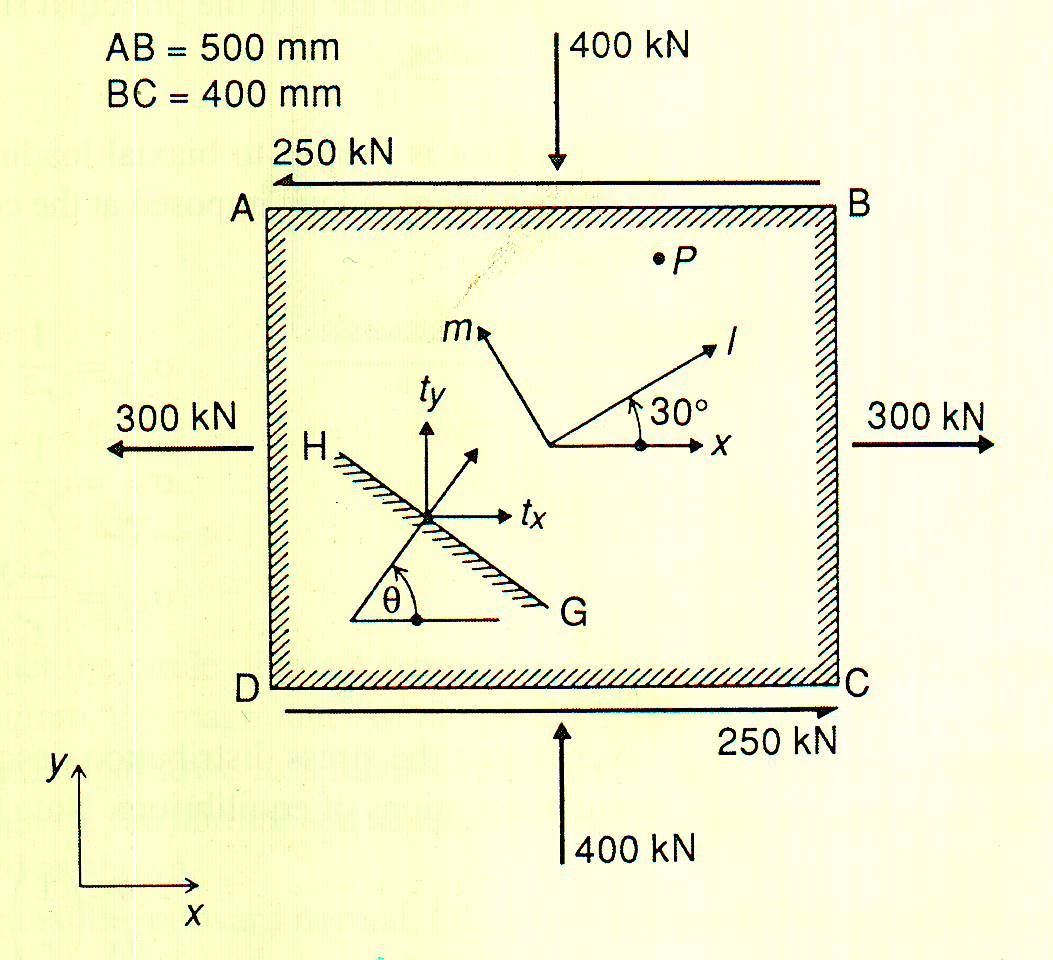
**Guía de Ejercicios**

***Modulo3: Fundamentos Geomecánicos del Block Caving***

***Santiago, 21 de Junio***

**Ejercicio 1: Calculo de esfuerzos**

En la figura se muestra una placa rectangular que considera fuerzas distribuidas uniformemente sobre sus bordes. La placa tiene un grosor de 50 mm, AB mide 500 mm y BC mide 400mm. Se le pide:



* 1. Considerando los ejes de referencia *x* e *y*, determinar la matriz de esfuerzos dado cualquier punto P al interior de la placa.
  2. Determinar la fuerzas de corte que debe operar en los bordes BC y DA para mantener el equilibrio de la placa.
  3. Para los ejes *l* y *m* orientados como se muestra en la figura, determinar los esfuerzos
  4. Determinar las magnitudes de los esfuerzos principales, y la orientación del esfuerzo mayor principal a lo largo del eje *x*.

**Solución**

1. El estado de esfuerzo de la matriz es:
2. La fuerza de corte va a estar dada por,
3. Dado un ángulo de 30° anti-horario, las proyecciones l y m sobre x e y, son:

Por ende la matriz de rotación queda como,

Por lo tanto,

Finalmente la matriz de esfuerzos rotados es,

1. Los esfuerzos principales se refieren a los esfuerzos normales a un plano principal en el cual los esfuerzos de corte son 0.

Así para calcular estos esfuerzos principales, se usan las siguientes fórmulas,

La orientación del esfuerzo principal mayor viene dada por la siguiente relación,

**Ejercicio 2: Rotación de esfuerzos**

La unidad de cuerpo libre mostrado en la figura está sujeta a un campo de esfuerzos actuando de forma paralela a los ejes de referencia sobre la cara visible del cubo.

1. Completar el diagrama de cuerpo libre, insertando los componentes de esfuerzos y especificando los seis componentes relativos a los ejes *x,y,z.*
2. Los cosenos directores del sistema de referencia en *l,m,n* relativos al sistema de referencia *x,y,z* son:

Determinar los esfuerzos relativo a los componentes de esfuerzo en *x,y,z*.

**Solución:**

1. Componentes de esfuerzos en el sistema de referencia *x,y,z.*
2. La rotación de esfuerzos está definida por la matriz de rotación

Para determinar la rotación de los esfuerzos se calculará donde R es la matriz de rotación, definida por los cosenos directores.

**Ejercicio 3: Deformación y Strain Gages**

A través de mediciones en terreno es posible conocer el estado tensional y de deformación, y por lo tanto las componentes pueden ser calculadas en todas las direcciones.

Sea el caso de 2D, para un sistema de coordenadas *x,y.*

Donde son las deformaciones en los respectivos ejes de referencia.

La transformación a un sistema de coordenadas *x’,y’* viene dada por:

Rotación de la matriz de deformaciones

## Strain gages y uso de la roseta de strain gage

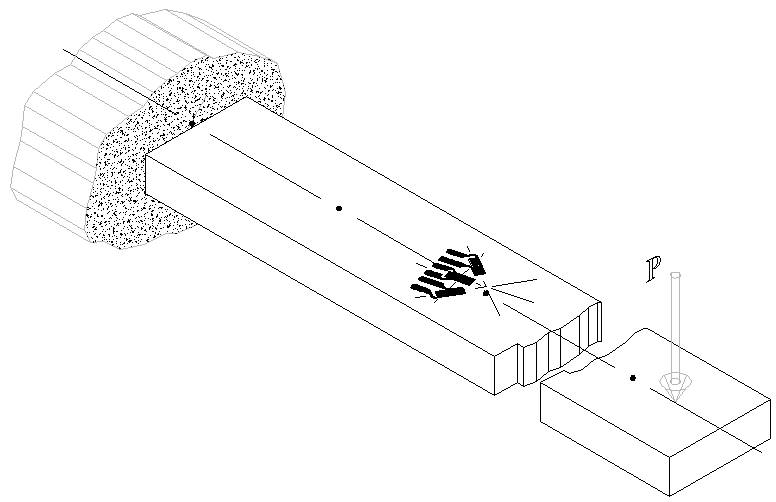
La determinación de las deformaciones y esfuerzos en un elemento estructural sometido a diferentes tipos de solicitaciones se efectúa a través de diversos métodos experimentales, tales como: Cintas extensométricas (strain gages), fotoelasticidad, barnices frágiles, entre los más usados.

Estos métodos permiten determinar las deformaciones y con ellas determinar el estado de esfuerzos o tensiones de un cuerpo, midiendo con los instrumentos apropiados algún cambio en las propiedades físicas de ella, o bien, de un modelo, al ser sometido a una cierta solicitación, ya sea, tracción, flexión o torsión.

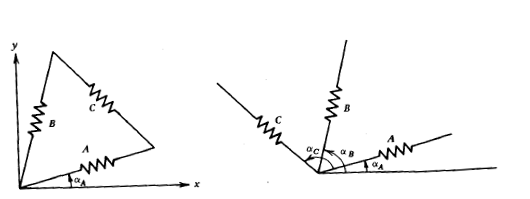
Una cinta extensométrica (strain gage), es una resistencia eléctrica sensible a la deformación mecánica, pueden tener una gran variedad de forma y tamaño, como también de materiales constituyentes y de propiedades mecánicas o eléctricas. Lo que se mide con un strain gage es la variación de la resistencia eléctrica producida por un cambio de longitud (deformación).

La determinación de las deformaciones principales, los esfuerzos principales y las direcciones principales, en un estado de esfuerzos desconocido, se puede efectuar a través de rosetas, las cuales pueden medir deformaciones en tres direcciones diferentes. Lo anterior permite determinar los valores principales de las deformaciones, de las tensiones y sus direcciones principales correspondientes.

Conocidas las deformaciones principales, se pueden determinar los esfuerzos principales, siempre y cuando se conozca el módulo de elasticidad del material.

 En la figura anterior indica la instalación de la cinta sobre la probeta y la forma de aplicar la fuerza en uno de los extremos de la probeta con el propósito de determinar las deformaciones de las cinta 1, cinta 2 y cinta 3.

Finalmente, conocidas las deformaciones es posible obtener las deformaciones en los planos principales con las ecuaciones siguientes.



## Roseta y direcciones de las deformaciones

## Donde las deformaciones principales vienen dadas por:

### Ejercicio 3.1:

Una roseta de strain gage cuyos brazos están inclinados en:

Da las siguientes mediciones:  
  
a)

b)

c)

Calcular:

1. El estado de deformación , ,
2. Las deformaciones principales y la dirección de las deformaciones.

**Solución:**

**Ejercicio 4: Esfuerzos inducidos en torno a excavaciones circulares**

El modelo de un pique con una sección circular es una excavación de una losa de ancho uno, cargado uniformemente por un esfuerzo distribuido sobre los lados de dicha losa. Los desplazamientos entre las caras de la losa son cero (deformaciones en el plano).

El esfuerzo tangencial a las paredes del pique es:

Donde S1 y S3 es el esfuerzo principal mayor y menor respectivamente, antes de realizada la excavación, es el ángulo desde la dirección de S1 medido en sentido anti-horario.

La razón de concentración de esfuerzos K en las paredes del pique esta dado por:

Donde M es la razón entre el esfuerzo principal menor y mayor.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Valor M** | **Esfuerzo principal** | **Descripción física** |
| -1 | S3=-S1 | Cizalle puro |
| 0 | S3=0 | Compresión uniaxial |
| +1 | S3=S1 | Caso hidrostático |
| - | S1=0 | Tensión uniaxial |

**Ejemplo:**

Considerar un pique circular vertical sometido a al campo de esfuerzos insitu producto de la gravedad ( ) y el esfuerzo horizontal en cualquier dirección del plano es una fracción de este esfuerzo vertical. Considerando un sistema de referencia donde *x*= este, *y*=norte, y *z*=hacia arriba, luego los esfuerzos en el plano horizontal *x,y* son , por lo tanto , M=1 (caso hidrostático).

Considerando un factor de concentración de esfuerzos , el factor de seguridad en el plano horizontal es

**Ejercicio 4.1:**

Se desea construir un pique circular en una región de altos esfuerzos horizontales. Mediciones a lo largo del pique indican que el estado de esfuerzos principales insitu están dados por las siguientes expresiones:

Donde los esfuerzos están dados en psi y h la profundidad en pies. Determinar la resistencia necesaria para satisfacer factores de seguridad de 1.5 contra la compresión t de 2.5 contra la tracción, a 3,750 ft, y = 160pcf.

**Solución:**

El esfuerzo en el plano horizontal esta dado por:

Los valores extremos de la función son para: = 0 y = 90. Estos valores son ( = 0) y ( = 90), dado que la primera expresión corresponde al esfuerzo menor, el que es tensional cuando , y la segunda expresión corresponde a la compresión mayor.

Luego:

Por definición el factor de seguridad es por lo tanto la resistencia necesaria que debería tener la roca es psi (235 Mpa) lo cual es un valor relativamente alto para la resistencia de una roca.

**Ejercicio 5: Esfuerzos inducidos en torno a excavaciones elípticas**

Al analizar una excavación elíptica es necesario considerar dos factores para el cálculo de estabilidad: relación de forma y orientación. Para el caso de una elipse, cuando los ejes coinciden con la dirección de los esfuerzos principales insitu, donde *a* es el semi-eje paralelo a S1 y *b* el semi-eje paralelo a S3, la razón de concentración de esfuerzos esta dado por:

Donde es la relación de forma *b/a* y el ángulo esta relacionado con el angulo polar por medidos en dirección anti-horario desde S1.

La máxima concentración de esfuerzos ocurre cuando y , donde la expresión de K queda expresada como:

Consideremos un pique elipsoidal con k=1/3 en un estado de esfuerzos insitu M=1/4, donde el semi-eje mayor es paralelo a S1, de esta manera los valores de Ka y Kb son: Ka=0.75 y Kb=1.42. Ahora si el semi-eje mayor es perpendicular a S1 con k=3, los valores de Ka y Kb son: Ka=-0.59 y Kb=6.75. Con lo cual podemos establecer que la manera más favorable de la orientación de una excavación elíptica es con el semi-eje mayor paralelo al esfuerzo mayor.

**Ejercicio 4.1:**

Se desea construir un pique vertical de sección elipsoidal en una zona de altos esfuerzos. De mediciones en terreno se determina la expresión para los principales esfuerzos en psi. Determinar la orientación optima de la sección.

**Solución:**

La concentración peak de esfuerzos sobre la pared del pique ocurre sobre los extremos de la elipse, y los esfuerzos en esos puntos esta definido por la expresión:

Donde el valor de k=b/a puede ser mayor o menor que cero y M=S3/S1

La orientación óptima debería reducir la concentración de esfuerzos al mínimo, y esto ocurre cuando la concentración de esfuerzos en a no es ni menor ni mayor que en b

Así, la forma del la elipse queda dependiendo de la profundidad, pero siempre igual a la razón entre los esfuerzos presentes pre-excavación. Por ejemplo en la superficie (h=0) k=0.2.

La mejor orientación de la excavación es cuando el eje *a* es paralelo a . Con esta orientación k=M, Ka=Kb=1+M y las paredes de la elipse están sometidas a un esfuerzo uniforme.