

**DIPLOMADOS EN  
MEDIO AMBIENTE  
2007**



**DIPLOMADO EN CONTAMINACION DE AGUAS  
CONSTRUCCION DE UN MODELO DE CALIDAD DE AGUAS**

Relator:  
Carlos Espinoza  
Ingeniero Civil, Ph.D.  
Académico Universidad de Chile



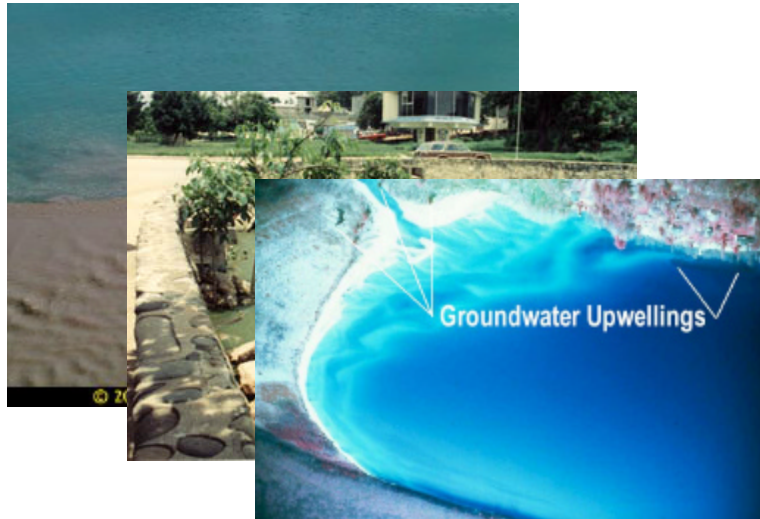
**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
ESCUELA DE POSTGRADO



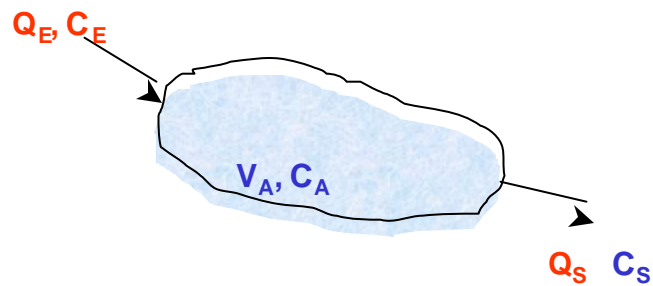
- INTRODUCCION
- CONCEPTO DE MODELO
- UTILIDAD DE LOS MODELOS
- TIPOS DE MODELOS
- DESARROLLO DE MODELOS
- ASPECTOS COMPLEMENTARIOS
- **CONSTRUCCION DE UN MODELO**



## Modelo de Calidad de un Lago



EJEMPLO DE MODELOS



ESTADISTICA O INFORMACION CONOCIDA

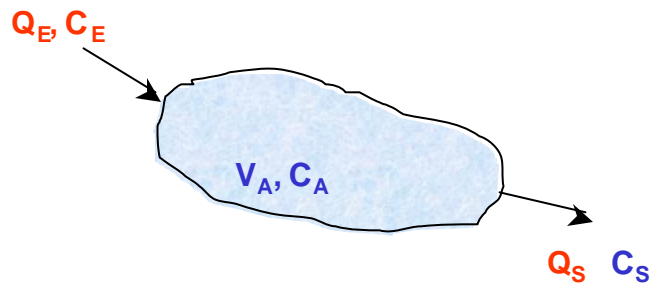
VARIABLES DE ESTADO?

COMPUESTO CONSERVATIVO

EJEMPLO DE MODELOS

### Balance Volumétrico:

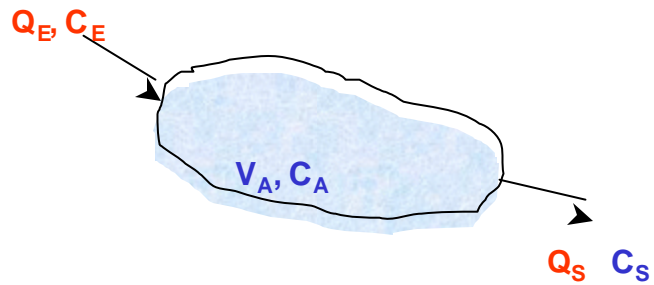
$$\frac{\Delta V_A}{\Delta t} = Q_E - Q_S$$



EJEMPLO DE MODELOS

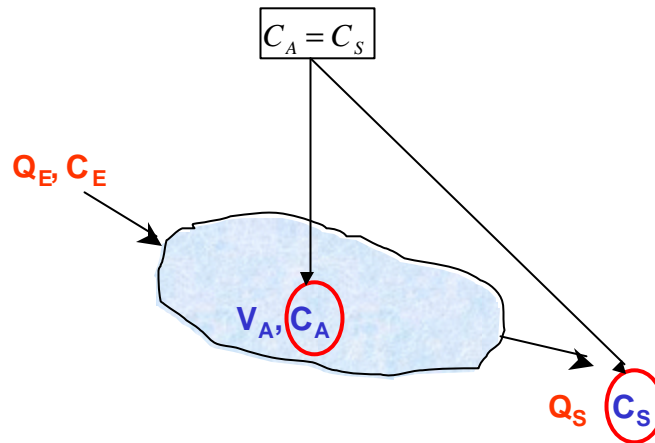
### Balance Másico:

$$\frac{\Delta M_A}{\Delta t} = \frac{\Delta(V_A \cdot C_A)}{\Delta t} = Q_E \cdot C_E - Q_S \cdot C_S$$



EJEMPLO DE MODELOS

### Condición de Mezcla Completa:



EJEMPLO DE MODELOS

### Balance Volumétrico:

$$\Delta t = 1 \text{ mes}$$

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta t} = \frac{V_A^{MES+1} - V_A^{MES}}{\Delta t} = Q_E^{MES} - Q_S^{MES}$$

$$V_A^{MES+1} - V_A^{MES} = \Delta t \cdot (Q_E^{MES} - Q_S^{MES})$$

$$V_A^{MES+1} = V_A^{MES} + \Delta t \cdot (Q_E^{MES} - Q_S^{MES})$$

$$V_A^{MES} = \text{Volumen almacenado inicio MES}$$

$$Q_i^{MES} = \text{Caudal Tipo I durante MES}$$

EJEMPLO DE MODELOS

### Balance Másico:

$$\frac{\Delta(V_A \cdot C_A)}{\Delta t} = \frac{V_A^{MES+1} \cdot C_A^{MES+1} - V_A^{MES} \cdot C_A^{MES}}{\Delta t} = \frac{Q_F^{MES} \cdot C_F^{MES} - Q_S^{MES} \cdot C_S^{MES}}{\Delta t}$$

### Mezcla completa:

$$C_A = C_S$$

$$\frac{V_A^{MES+1} \cdot C_A^{MES+1} - V_A^{MES} \cdot C_A^{MES}}{\Delta t} = \frac{Q_F^{MES} \cdot C_F^{MES} - Q_S^{MES} \cdot C_A^{MES}}{\Delta t}$$

EJEMPLO DE MODELOS

### Balance Másico:

$$V_A^{MES+1} \cdot C_A^{MES+1} - V_A^{MES} \cdot C_A^{MES} = \Delta t (Q_E^{MES} \cdot C_E^{MES} - Q_S^{MES} \cdot C_A^{MES})$$

$$V_A^{MES+1} \cdot C_A^{MES+1} = V_A^{MES} \cdot C_A^{MES} + \Delta t \cdot Q_E^{MES} \cdot C_E^{MES} - \Delta t \cdot Q_S^{MES} \cdot C_A^{MES}$$

$$V_A^{MES+1} \cdot C_A^{MES+1} = (V_A^{MES} - \Delta t \cdot Q_S^{MES}) \cdot C_A^{MES} + \Delta t \cdot Q_E^{MES} \cdot C_E^{MES}$$

EJEMPLO DE MODELOS

### Modelo de Calidad:

$$V_A^{MES+1} = V_A^{MES} + \Delta t \cdot (Q_E^{MES} - Q_S^{MES})$$

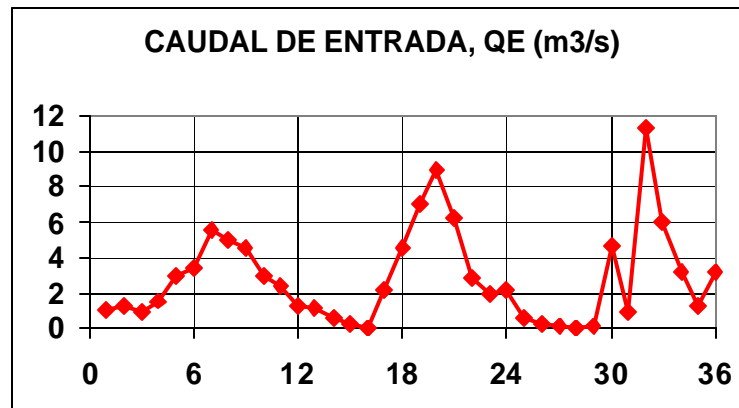
$$C_A^{MES+1} = \frac{(V_A^{MES} - \Delta t \cdot Q_S^{MES}) \cdot C_A^{MES} + \Delta t \cdot Q_E^{MES} \cdot C_E^{MES}}{V_A^{MES+1}}$$

$$\Delta t = 1 \text{ mes}$$

Datos de entrada:  $Q_E$ ,  $Q_S$ ,  $C_E$

Variables de estado:  $V_A$ ,  $C_A$

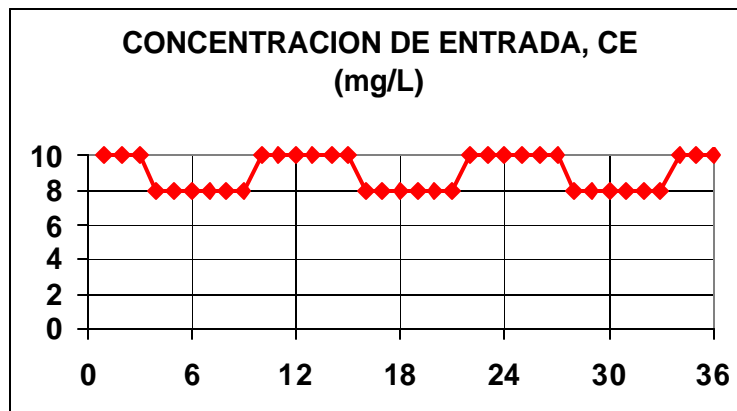
EJEMPLO DE MODELOS



Datos de entrada:  $Q_E$ ,  $Q_S$ ,  $C_E$

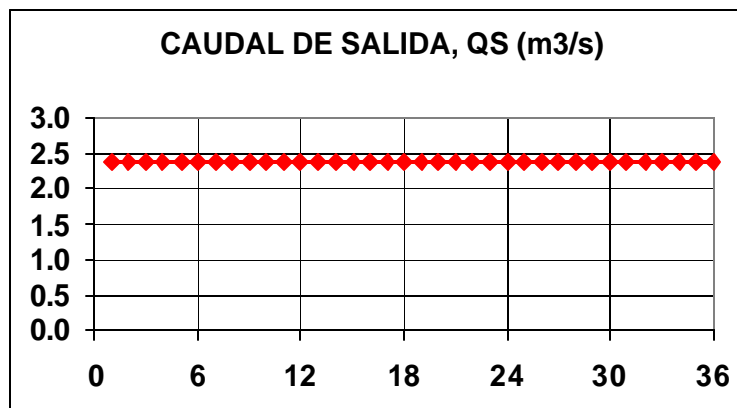
EJEMPLO DE MODELOS





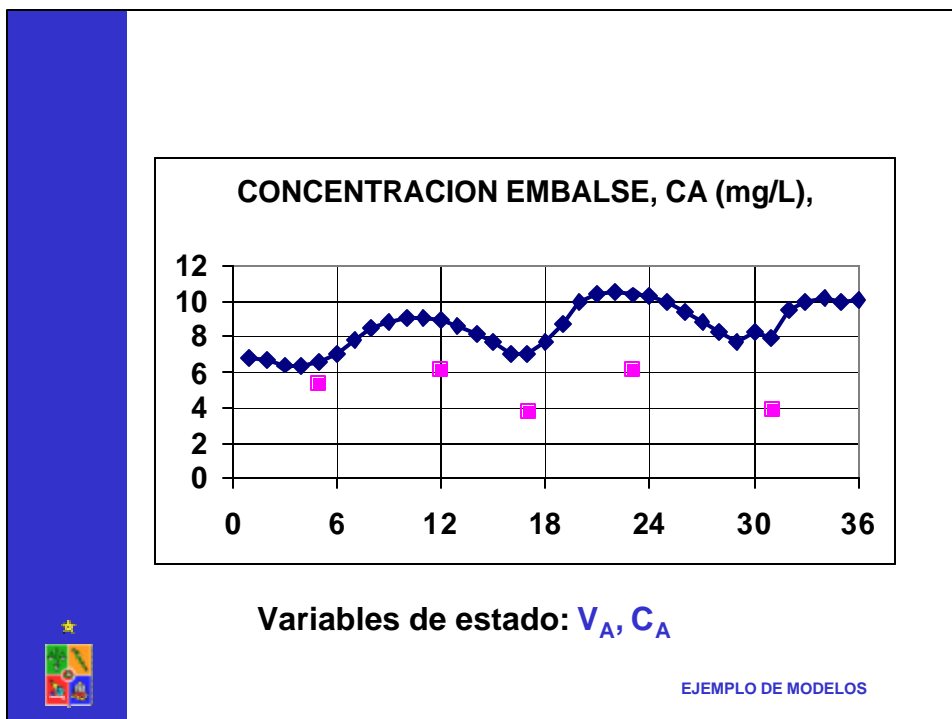
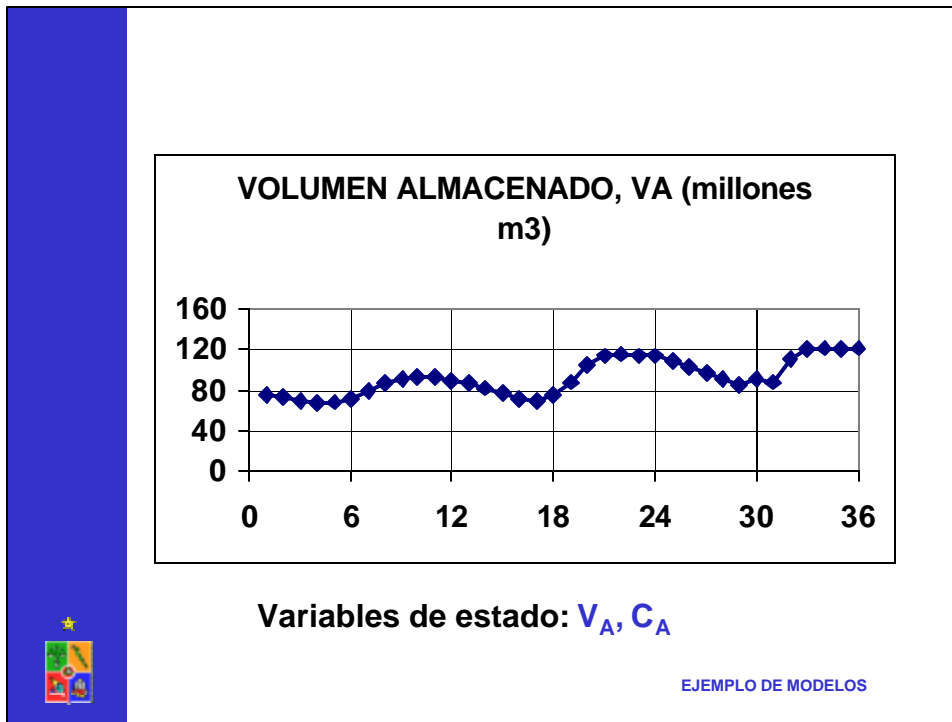
Datos de entrada:  $Q_E$ ,  $Q_S$ ,  $C_E$

EJEMPLO DE MODELOS

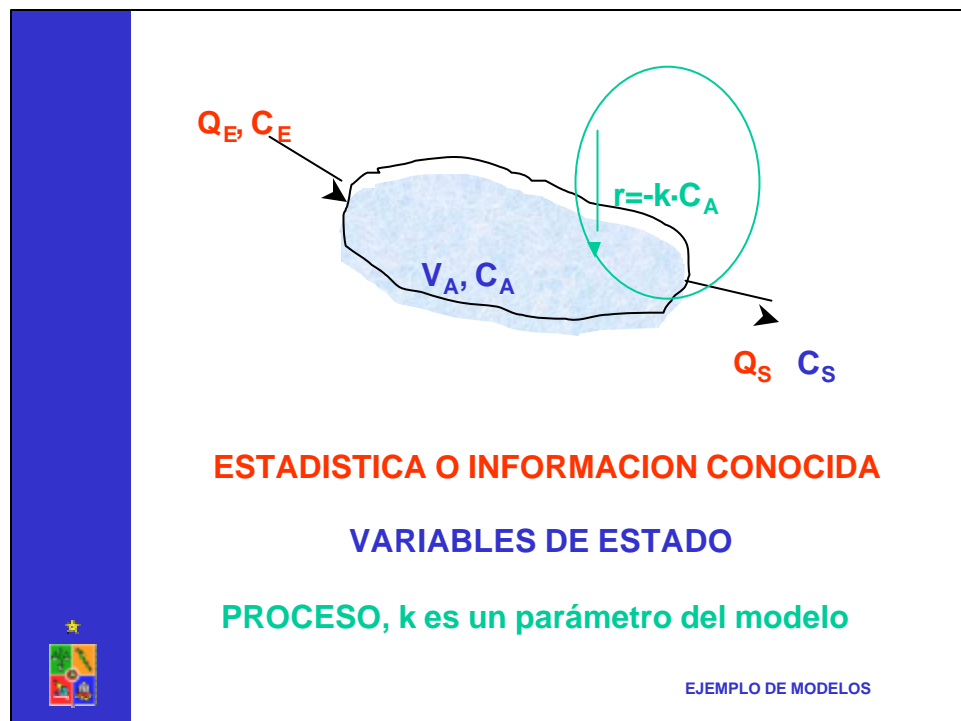
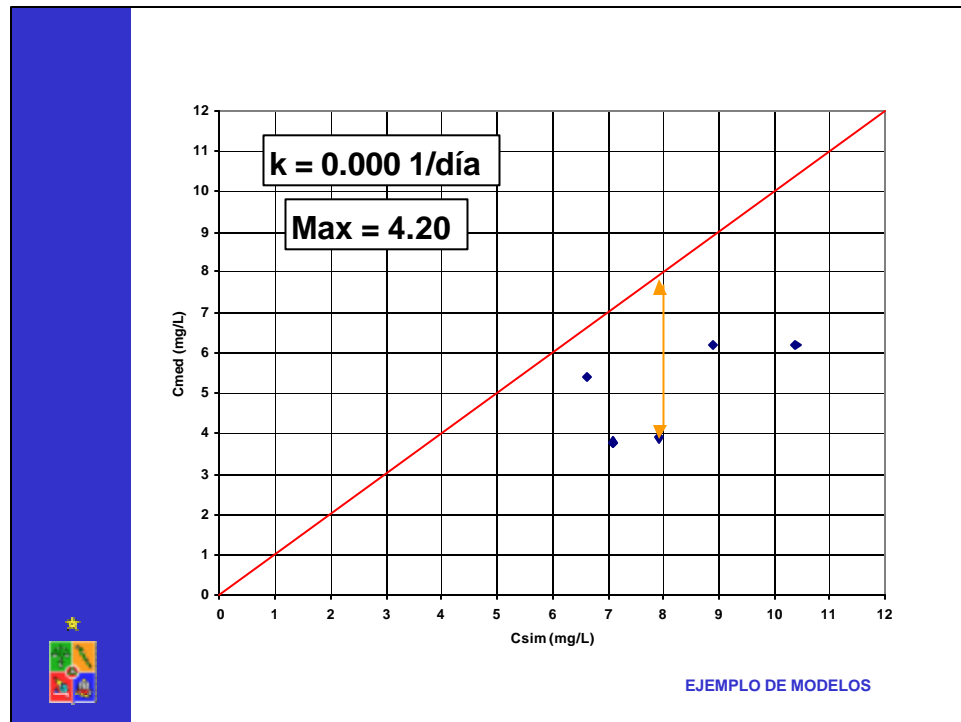


Datos de entrada:  $Q_E$ ,  $Q_S$ ,  $C_E$

EJEMPLO DE MODELOS







### Balance Volumétrico:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta t} = Q_E - Q_S$$

### Balance Másico:

$$\frac{\Delta(V_A \cdot C_A)}{\Delta t} = Q_E \cdot C_E - Q_S \cdot C_S - k \cdot C_A \cdot V_A$$

### Condición de Mezcla Completa:

$$C_A = C_S$$



EJEMPLO DE MODELOS

### Balance Volumétrico:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta t} = \frac{V_A^{MES+1} - V_A^{MES}}{\Delta t} = Q_E^{MES} - Q_S^{MES}$$

$$V_A^{MES+1} - V_A^{MES} = \Delta t \cdot (Q_E^{MES} - Q_S^{MES})$$

$$V_A^{MES+1} = V_A^{MES} + \Delta t \cdot (Q_E^{MES} - Q_S^{MES})$$

$$\Delta t = 1 \text{ mes}$$



EJEMPLO DE MODELOS

### Balance Másico:

$$\frac{\Delta(V_A \cdot C_A)}{\Delta t} = \frac{V_A^{MES+1} \cdot C_A^{MES+1} - V_A^{MES} \cdot C_A^{MES}}{\Delta t} =$$

$$Q_E^{MES} \cdot C_E^{MES} - Q_S^{MES} \cdot C_S^{MES} - k \cdot C_A^{MES} \cdot V_A^{MES}$$

### Mezcla completa:

$$C_A = C_S$$

$$\frac{V_A^{MES+1} \cdot C_A^{MES+1} - V_A^{MES} \cdot C_A^{MES}}{\Delta t} =$$

$$Q_E^{MES} \cdot C_E^{MES} - Q_S^{MES} \cdot C_A^{MES} - k \cdot C_A^{MES} \cdot V_A^{MES}$$

EJEMPLO DE MODELOS

### Balance Másico:

$$V_A^{MES+1} \cdot C_A^{MES+1} - V_A^{MES} \cdot C_A^{MES} =$$

$$\Delta t \cdot (Q_E^{MES} \cdot C_E^{MES} - Q_S^{MES} \cdot C_A^{MES} - k \cdot C_A^{MES} \cdot V_A^{MES})$$

$$V_A^{MES+1} \cdot C_A^{MES+1} =$$

$$V_A^{MES} \cdot C_A^{MES} + \Delta t \cdot (Q_E^{MES} \cdot C_E^{MES} - Q_S^{MES} \cdot C_A^{MES} - k \cdot C_A^{MES} \cdot V_A^{MES})$$

$$C_A^{MES+1} = \frac{V_A^{MES} \cdot C_A^{MES} + \Delta t \cdot (Q_E^{MES} \cdot C_E^{MES} - Q_S^{MES} \cdot C_A^{MES} - k \cdot C_A^{MES} \cdot V_A^{MES})}{V_A^{MES+1}}$$

EJEMPLO DE MODELOS

## Modelo de Calidad:

$$V_A^{MES+1} = V_A^{MES} + \Delta t \cdot (Q_E^{MES} - Q_S^{MES})$$

$$C_A^{MES+1} = \frac{V_A^{MES} \cdot C_A^{MES} + \Delta t \cdot (Q_E^{MES} \cdot C_E^{MES} - Q_S^{MES} \cdot C_A^{MES} - k \cdot C_A^{MES} \cdot V_A^{MES})}{V_A^{MES+1}}$$

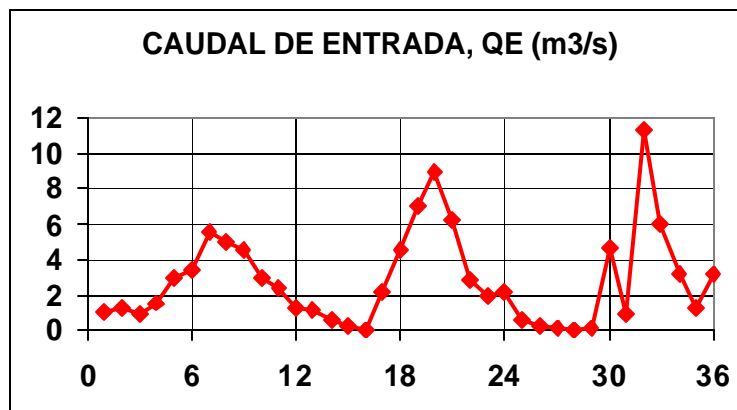
$$\Delta t = 1 \text{ mes}$$

Datos de entrada:  $Q_E$ ,  $Q_S$ ,  $C_E$

Parámetro del modelo:  $k$

Variables de estado:  $V_A$ ,  $C_A$

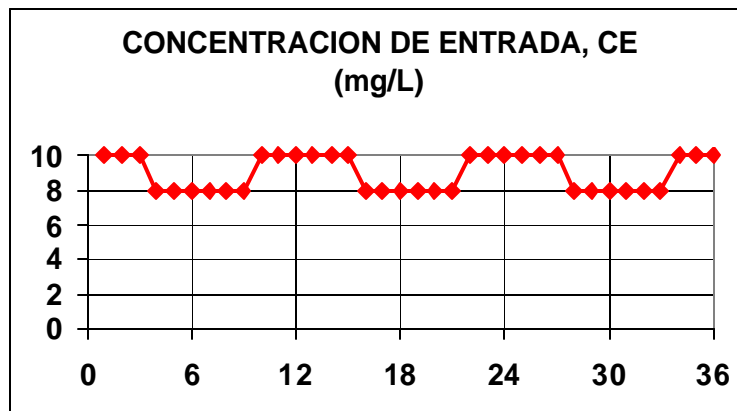
EJEMPLO DE MODELOS



Datos de entrada:  $Q_E$ ,  $Q_S$ ,  $C_E$

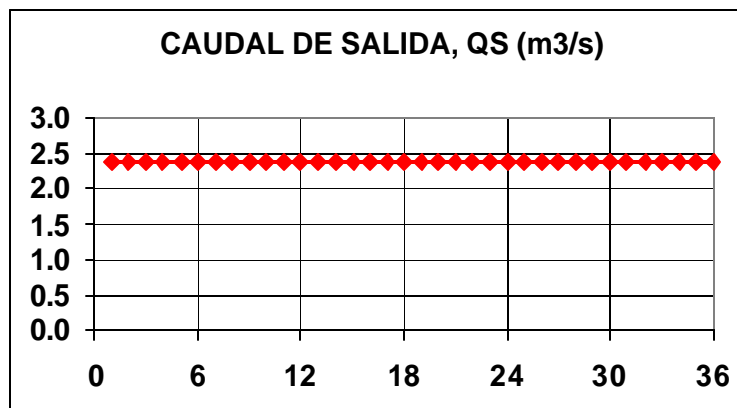
EJEMPLO DE MODELOS





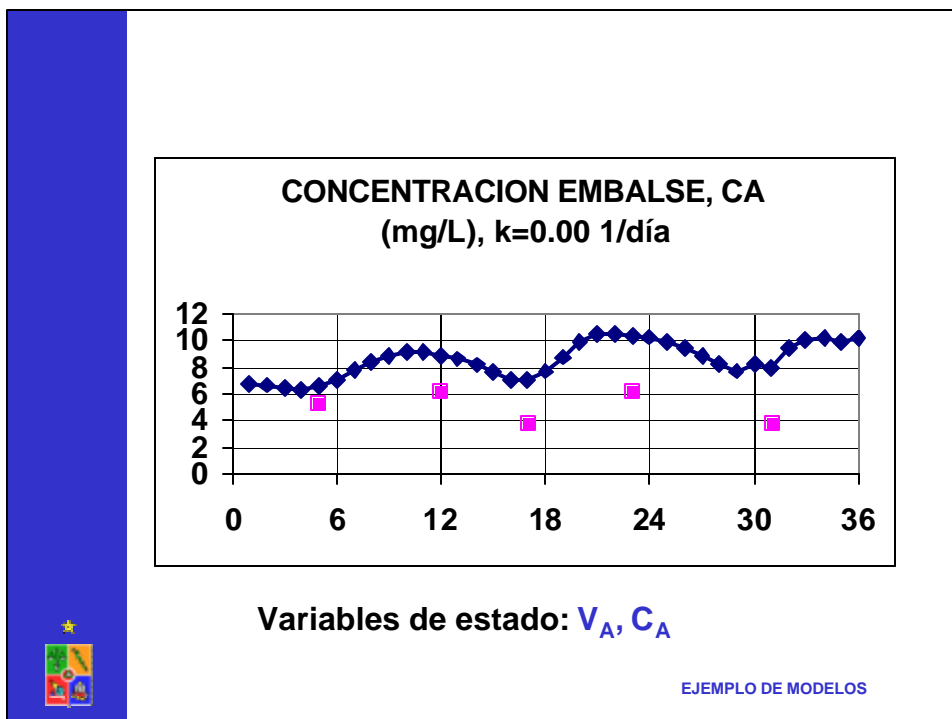
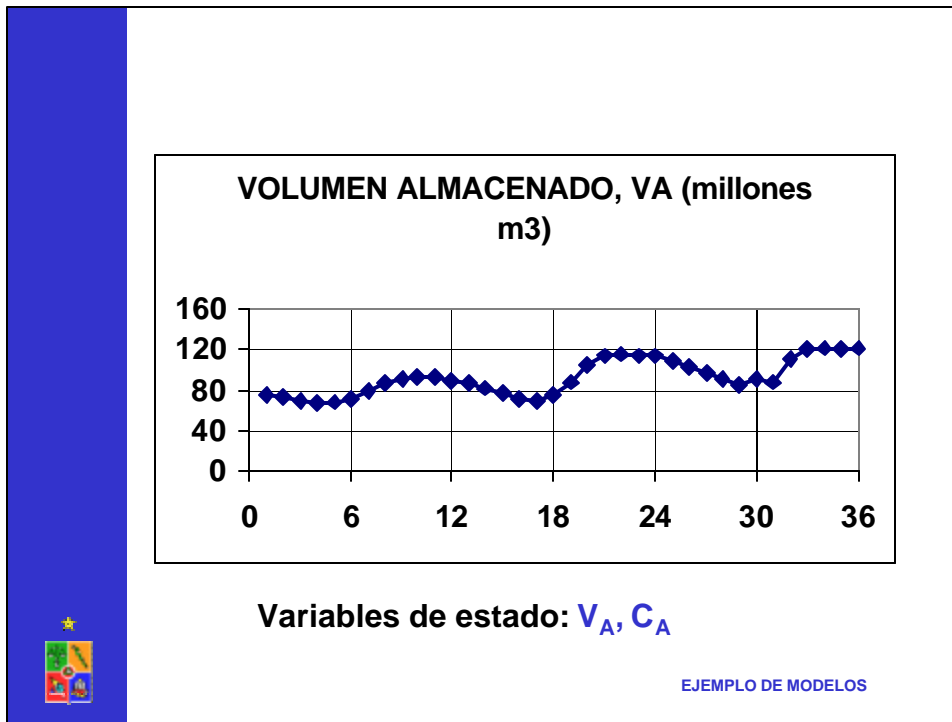
Datos de entrada:  $Q_E$ ,  $Q_S$ ,  $C_E$

EJEMPLO DE MODELOS



Datos de entrada:  $Q_E$ ,  $Q_S$ ,  $C_E$

EJEMPLO DE MODELOS



## CALIBRACION

$$r_i = h_i^{\text{SIMULADO}} - h_i^{\text{MEDIDO}}$$

### •Criterios Cuantitativos de una Calibración:

-Valor medio (R)  $\longrightarrow R = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n r_i$

-Valor absoluto (RA)  $\longrightarrow RA = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |r_i|$

-Raíz cuadrada del residual (RMS)  $\longrightarrow RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n r_i^2}$

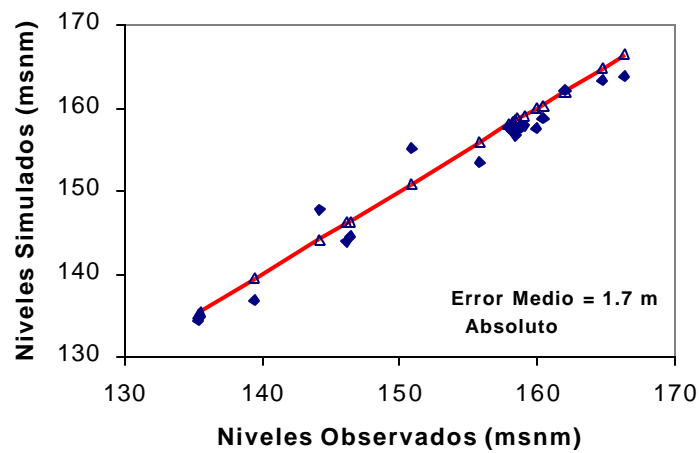
-Desviación estándar (SD)  $\longrightarrow SD = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (r_i - R)^2}$

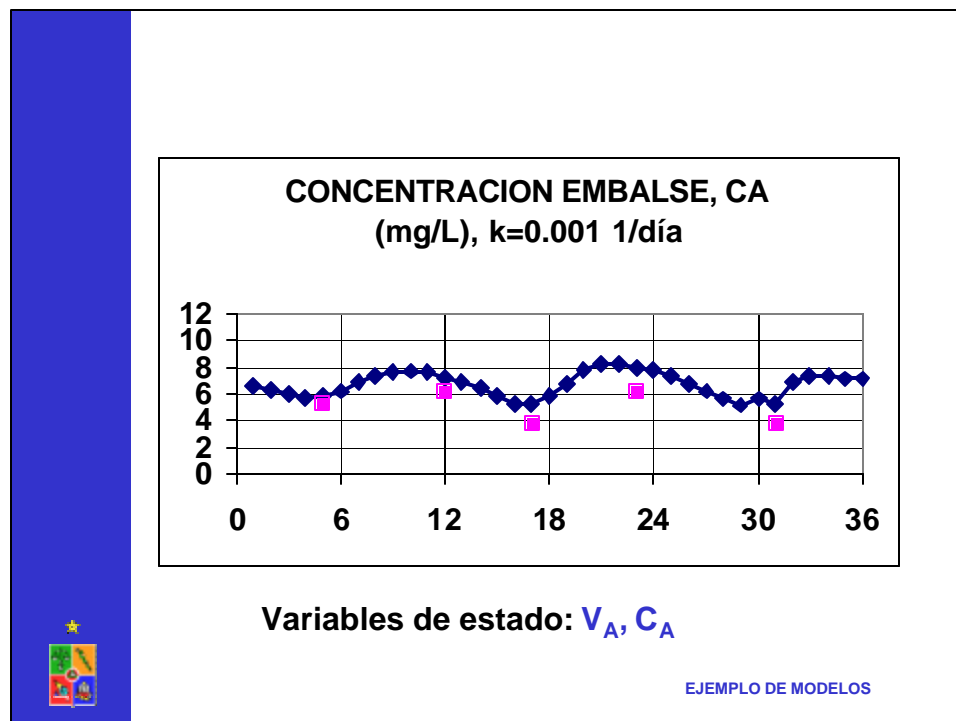
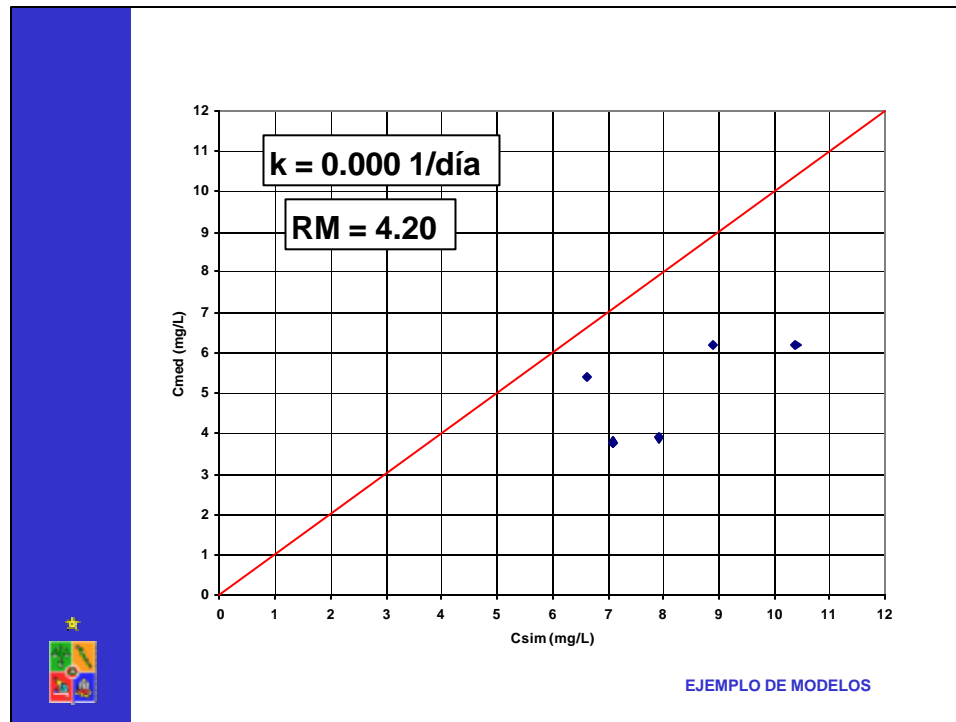
-Valor absoluto máximo (RM)  $\longrightarrow RM = \max_{i=1}^n (|r_i|)$



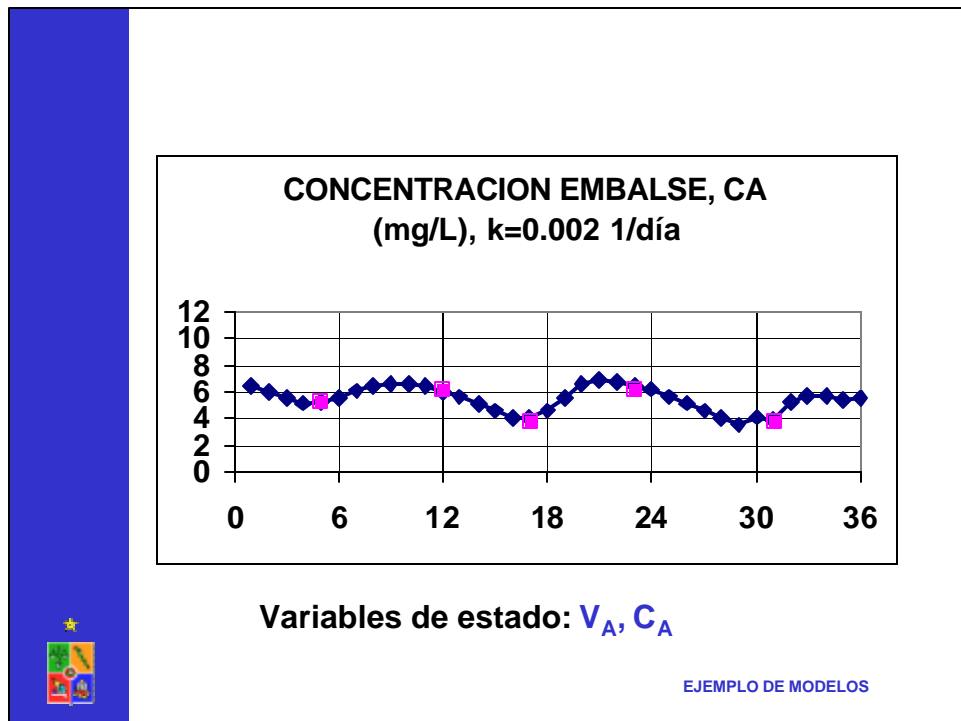
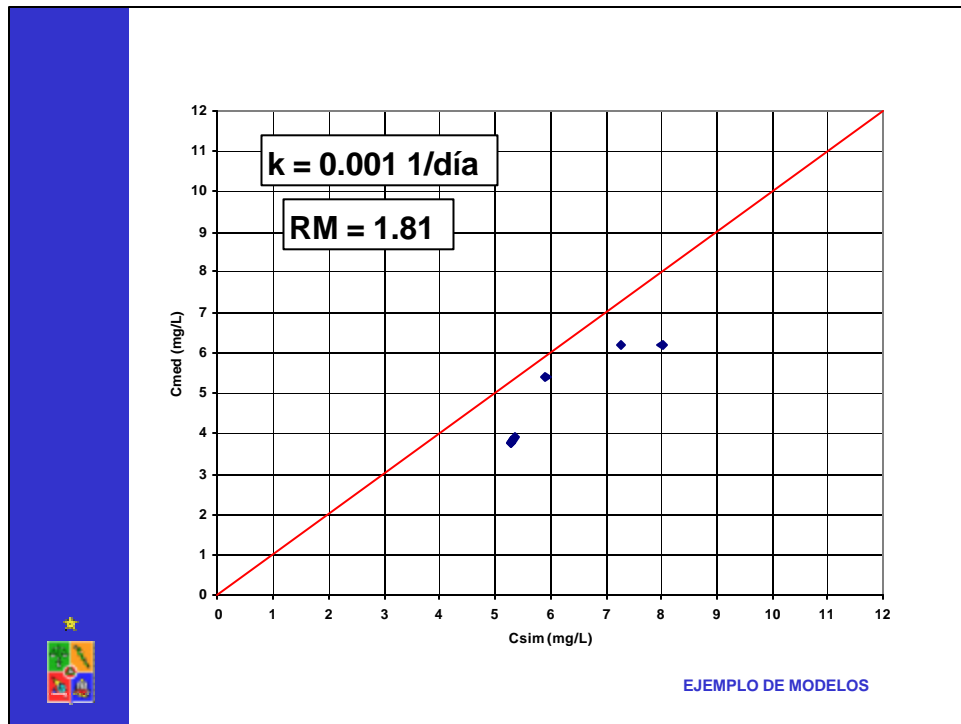
## CALIBRACION

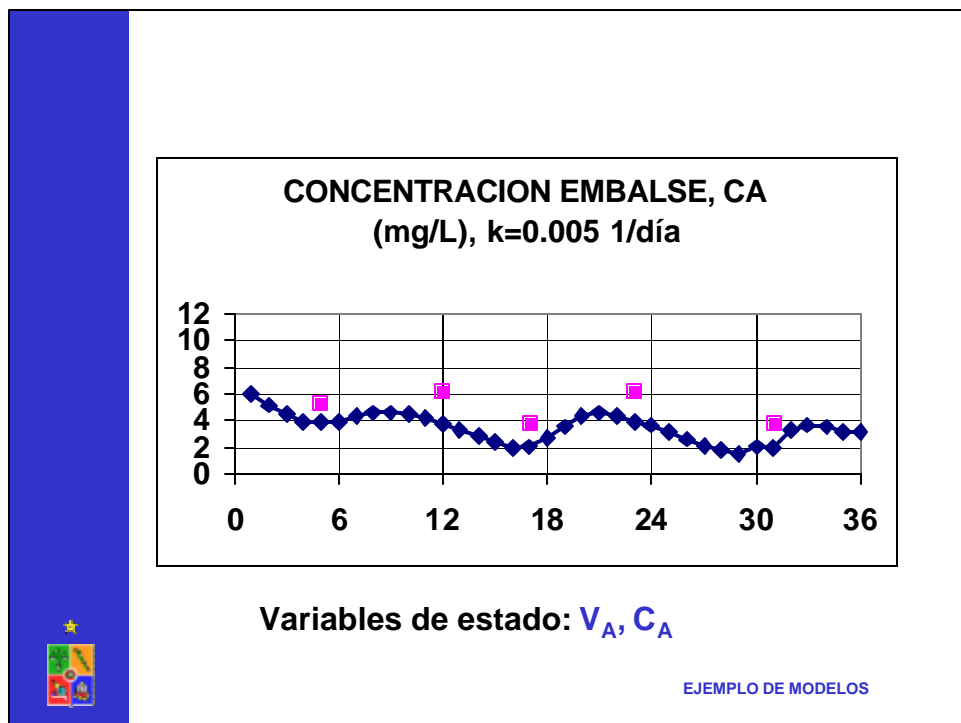
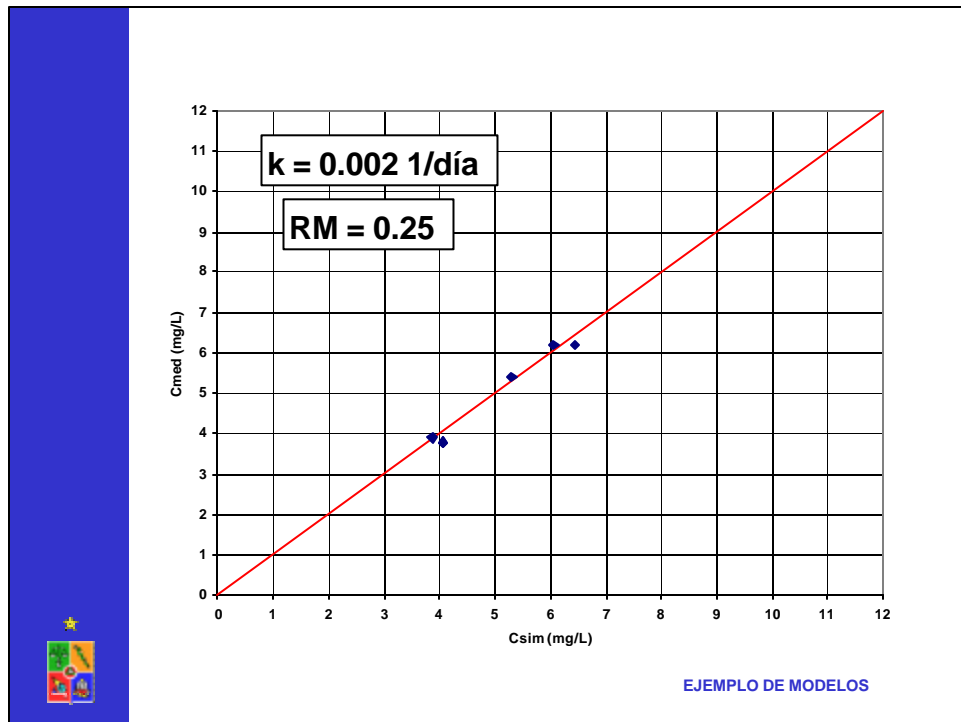
### Calibración Régimen Estacionario

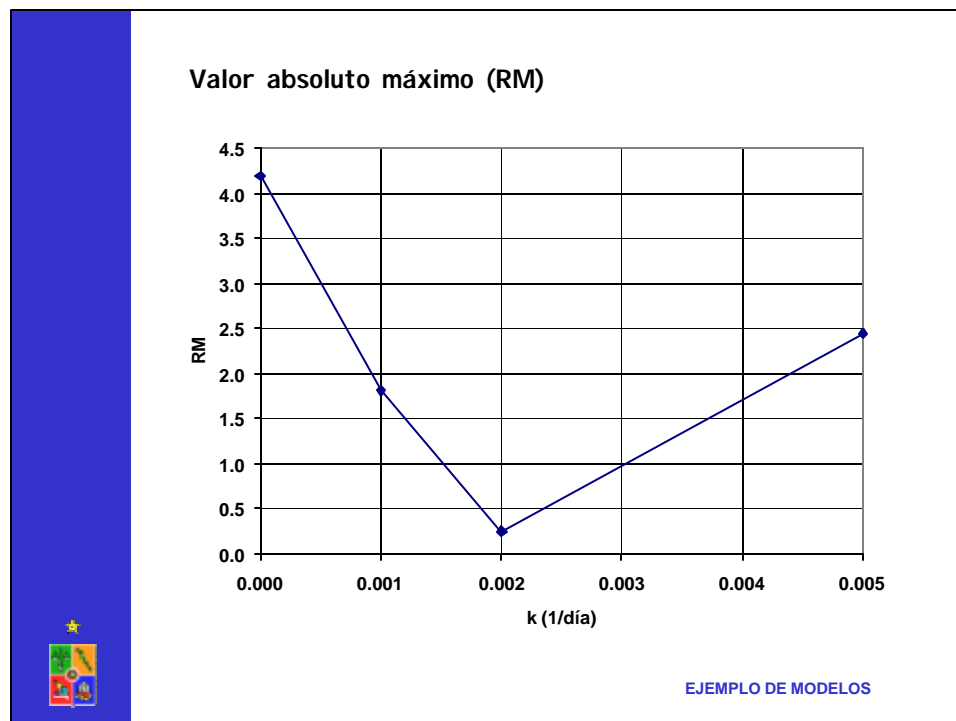
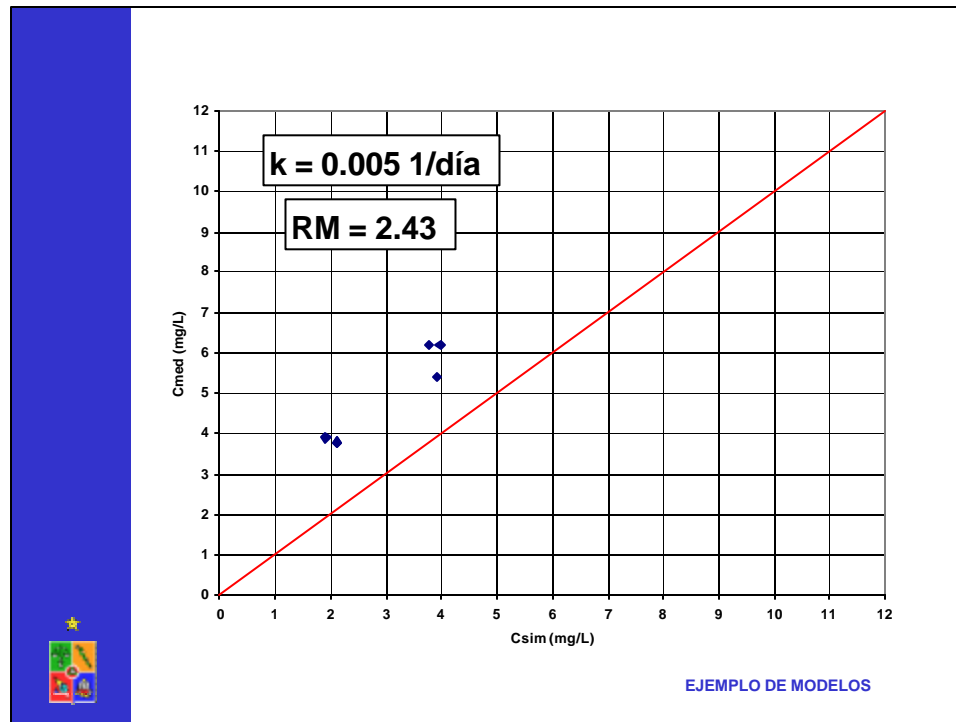


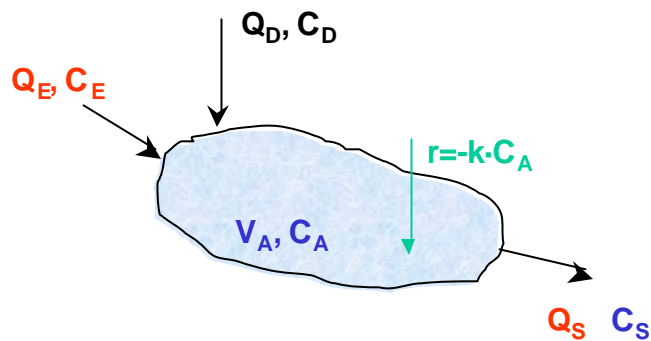












**ESTADISTICA O INFORMACION CONOCIDA**

**VARIABLES DE ESTADO**

**PROCESO, k es un parámetro del modelo**

**CAMBIOS EN SITUACION ACTUAL**

EJEMPLO DE MODELOS

**Balance Volumétrico:**

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta t} = Q_E + Q_D - Q_S$$

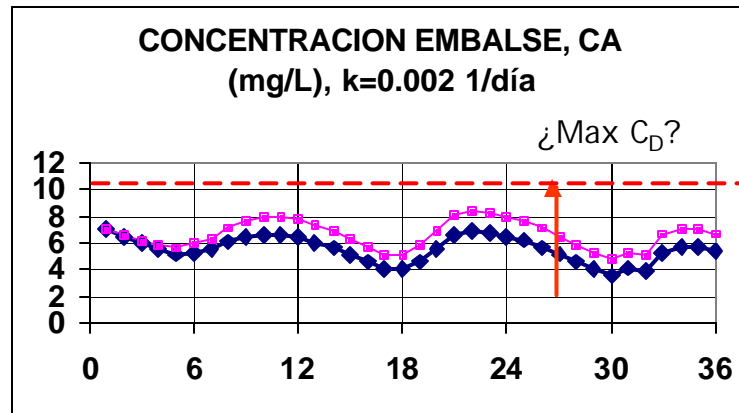
**Balance Másico:**

$$\frac{\Delta(V_A \cdot C_A)}{\Delta t} = Q_E \cdot C_E + Q_D \cdot C_D - Q_S \cdot C_S - k \cdot C_A \cdot V_A$$

**Condición de Mezcla Completa:**

$$C_A = C_S$$

EJEMPLO DE MODELOS



Variables de estado:  $V_A$ ,  $C_A$   
Variables de decisión:  $C_D$

EJEMPLO DE MODELOS