

LUDWIG WITTGENSTEIN

TRACTATUS LOGICO-PHILOSOPHICUS  
INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS  
SOBRE LA CERTEZA

ESTUDIO INTRODUCTORIO

*por*

ISIDORO REGUERA

Biblioteca Univ. Tecnológica de Pereira



6310000082694



EDITORIAL GREDOS

MADRID

© Del *Tractatus logico-philosophicus*: Routledge, miembro de Taylor & Francis Group.  
Todos los derechos reservados.

© De los derechos en lengua castellana del *Tractatus logico-philosophicus*:  
Alianza Editorial, S.A.

Título original: *Logisch-Philosophische Abhandlung*

© De las *Investigaciones filosóficas*: Blackwell Publishing Ltd. 1953, 1958, 2001.  
Título original: *Philosophische Untersuchungen*

© De *Sobre la certeza*: Blackwell Publishing Ltd. 1969, 1975.  
Título original: *Über Gewissheit*

© De la traducción del *Tractatus logico-philosophicus*: Jacobo Muñoz Veiga  
e Isidoro Reguera Pérez. Cedita por Alianza Editorial, S.A.

© De la traducción de las *Investigaciones filosóficas*: Alfonso García Suárez  
y Carlos Ulises Moulines. Cedita por Ediciones Crítica, S.A.

© De la traducción de *Sobre la certeza*: Josep Lluís Prades y Vicent Raga.  
Cedita por Editorial Gedisa, S.A.

© Del estudio introductorio: Isidoro Reguera Pérez, 2009.

© De las fotografías: Michael Nedo (Wittgenstein Archive, Cambridge),  
Age Fotostock, Album.

© De esta edición: EDITORIAL GREDOS, S.A., 2009.  
López de Hoyos, 141 - 28002 Madrid.  
[www.editorialgredos.com](http://www.editorialgredos.com)

FOINSA EDIFILM · FOTOCOMPOSICIÓN

TOP PRINTER PLUS · IMPRESIÓN

Depósito legal: M-38569-2009

ISBN: 978-84-249-3619-8

Impreso en España - Printed in Spain.

Reservados todos los derechos.

Prohibido cualquier tipo de copia.

Dedicado a la memoria de mi amigo David H. Pinsent

Motto: ... und alles, was man weiss, nicht bloss  
rauschen und brausen gehört hat, lässt sich in drei  
Worten sagen.

KÜRNBERGER

## VORWORT

Dieses Buch wird vielleicht nur der verstehen, der die Gedanken, die darin ausgedrückt sind—oder doch ähnliche Gedanken—schon selbst einmal gedacht hat.—Es ist also kein Lehrbuch.—Sein Zweck wäre erreicht, wenn es einem, der es mit Verständnis liest, Vergnügen bereitere. Das Buch behandelt die philosophischen Probleme und zeigt—wie ich glaube—daß die Fragestellung dieser Probleme auf dem Mißverständnis der Logik unserer Sprache beruht. Man könnte den ganzen Sinn des Buches etwa in die Worte fassen: Was sich überhaupt sagen läßt, läßt sich klar sagen; und wovon man nicht reden kann, darüber muß man schweigen. Das Buch will also dem Denken eine Grenze ziehen, oder vielmehr—nicht dem Denken, sondern dem Ausdruck der Gedanken: Denn um dem Denken eine Grenze zu ziehen, müßten wir beide Seiten dieser Grenze denken können (wir müßten also denken können, was sich nicht denken läßt).

Die Grenze wird also nur in der Sprache gezogen werden können und was jenseits der Grenze liegt, wird einfach Unsinn sein.

Wieweit meine Bestrebungen mit denen anderer Philosophen zusammenfallen, will ich nicht beurteilen. Ja, was ich hier geschrieben habe, macht im Einzelnen überhaupt nicht den Anspruch auf Neuheit; und darum gebe ich auch keine Quellen an, weil es mir gleichgültig ist, ob das, was ich gedacht habe, vor mir schon ein anderer gedacht hat.

Nur das will ich erwähnen, daß ich den großartigen Werken Freges und den Arbeiten meines Freundes Herrn Bertrand Russell einen großen Teil der Anregung zu meinen Gedanken schulde.

Wenn diese Arbeit einen Wert hat, so besteht er in Zweierlei. Erstens darin, daß in ihr Gedanken ausgedrückt sind, und dieser Wert

## PRÓLOGO

Posiblemente sólo entienda este libro quien ya haya pensado alguna vez por sí mismo los pensamientos que en él se expresan o pensamientos parecidos. No es, pues, un manual. Su objetivo quedaría alcanzado si procurara deleite a quien, comprendiéndolo, lo leyera. El libro trata los problemas filosóficos y muestra —según creo— que el planteamiento de estos problemas descansa en la incompreensión de la lógica de nuestro lenguaje. **Cabría acaso resumir el sentido entero del libro en las palabras: lo que siquiera puede ser dicho, puede ser dicho claramente; y de lo que no se puede hablar hay que callar.**

El libro quiere, pues, trazar un límite al pensar o, más bien, no al pensar, sino a la expresión de los pensamientos: porque para trazar un límite al pensar tendríamos que poder pensar ambos lados de este límite (tendríamos, en suma, que poder pensar lo que no resulta pensable).

**Así pues, el límite sólo podrá ser trazado en el lenguaje, y lo que reside más allá del límite será simplemente absurdo.**

En qué medida coincida mi empeño con el de otros filósofos es cosa que no quiero juzgar. Lo que aquí he escrito, ciertamente, no aspira en particular a novedad alguna; razón por la que, igualmente, no aduzco fuentes: me es indiferente si lo que he pensado ha sido o no pensado antes por otro.

Quiero mencionar simplemente que debo a las grandes obras de Frege y a los trabajos de mi amigo Bertrand Russell buena parte de la incitación a mis pensamientos.

Si este trabajo tiene algún valor, lo tiene en un doble sentido. Primero, por venir expresados en él pensamientos, y este valor será tanto más grande cuanto mejor expresados estén dichos pensamientos. Cuanto más se haya dado en el clavo. En este punto soy consciente de

wird umso größer sein, je besser die Gedanken ausgedrückt sind. Je mehr der Nagel auf den Kopf getroffen ist.—Hier bin ich mir bewußt, weit hinter dem Möglichen zurückgeblieben zu sein. Einfach darum, weil meine Kraft zur Bewältigung der Aufgabe zu gering ist.—Mögen andere kommen und es besser machen.

Dagegen scheint mir die *Wahrheit* der hier mitgeteilten Gedanken unantastbar und definitiv. Ich bin also der Meinung, die Probleme im Wesentlichen endgültig gelöst zu haben. Und wenn ich mich hierin nicht irre, so besteht nun der Wert dieser Arbeit zweitens darin, daß sie zeigt, wie wenig damit getan ist, daß die Probleme gelöst sind.

L. W.

Wien, 1918

haber quedado muy por debajo de lo posible. Sencillamente porque para consumir la tarea mi fuerza es demasiado escasa. Otros vendrán, espero, que lo hagan mejor.

La *verdad* de los pensamientos aquí comunicados me parece, en cambio, intocable y definitiva. Soy, pues, de la opinión de haber solucionado definitivamente, en lo esencial, los problemas. Y, si no me equivoco en ello, el valor de este trabajo se cifra, en segundo lugar, en haber mostrado cuán poco se ha hecho con haber resuelto estos problemas.

L. W.

Viena, 1918

- 1' Die Welt ist alles, was der Fall ist.
- 1.1 Die Welt ist die Gesamtheit der Tatsachen, nicht der Dinge.
- 1.11 Die Welt ist durch die Tatsachen bestimmt und dadurch, daß es *alle* Tatsachen sind.
- 1.12 Denn, die Gesamtheit der Tatsachen bestimmt, was der Fall ist und auch, was alles nicht der Fall ist.
- 1.13 Die Tatsachen im logischen Raum sind die Welt.
- 1.2 Die Welt zerfällt in Tatsachen.
- 1.21 Eines kann der Fall sein oder nicht der Fall sein und alles übrige gleich bleiben.
- 2 Was der Fall ist, die Tatsache, ist das Bestehen von Sachverhalten.
- 2.01 Der Sachverhalt ist eine Verbindung von Gegenständen (Sachen, Dingen).
- 2.011 Es ist dem Ding wesentlich, der Bestandteil eines Sachverhaltes sein zu können.
- 2.012 In der Logik ist nichts zufällig: Wenn das Ding im Sachverhalt vorkommen *kann*, so muß die Möglichkeit des Sachverhaltes im Ding bereits präjudiziert sein.
- 2.0121 Es erschiene gleichsam als Zufall, wenn dem Ding, das allein für sich bestehen könnte, nachträglich eine Sachlage passen würde.

---

<sup>1</sup> Die Dezimalzahlen als Nummern der einzelnen Sätze deuten das logische Gewicht der Sätze an, den Nachdruck, der auf ihnen in meiner Darstellung liegt. Die Sätze n.1, n.2, n.3, etc., sind Bemerkungen zum Satze No. n; die Sätze n.m1, n.m2, etc. Bemerkungen zum Satze No. n.m; und so weiter.



- 1<sup>1</sup> El mundo es todo lo que es el caso.
- 1.1 El mundo es la totalidad de los hechos, no de las cosas.
- 1.11 El mundo viene determinado por los hechos, y por ser éstos *todos* los hechos.
- 1.12 Porque la totalidad de los hechos determina lo que es el caso y también todo cuanto no es el caso.
- 1.13 Los hechos en el espacio lógico son el mundo.
- 1.2 El mundo se descompone en hechos.
- 1.21 Algo puede ser el caso o no ser el caso, y todo lo demás permanecer igual.
- 2 Lo que es el caso, el hecho, es el darse efectivo de estados de cosas.
- 2.01 El estado de cosas es una conexión de objetos (cosas).
- 2.011 Poder ser parte integrante de un estado de cosas es esencial a la cosa.
- 2.012 En la lógica nada es casual: si la cosa *puede* ocurrir en el estado de cosas, la posibilidad del estado de cosas tiene que venir ya prejuzgada en la cosa.
- 2.0121 Parecería algo así como un azar que a la cosa capaz de darse de modo efectivo por sí misma le correspondiera posteriormente un estado de cosas.

---

<sup>1</sup> En cuanto números de cada una de las proposiciones, los números decimales indican el peso lógico de las proposiciones, el énfasis que en mi exposición se pone en ellas. Las proposiciones n.1, n.2, n.3, etc., son observaciones a la proposición n.º n.; las proposiciones n.m1, n.m2, etc., observaciones a la proposición n.º n.m; y así sucesivamente.

Wenn die Dinge in Sachverhalten vorkommen können, so muß dies schon in ihnen liegen. (Etwas Logisches kann nicht nur-möglich sein. Die Logik handelt von jeder Möglichkeit, und alle Möglichkeiten sind ihre Tatsachen.)

Wie wir uns räumliche Gegenstände überhaupt nicht außerhalb des Raumes, zeitliche nicht außerhalb der Zeit denken können, so können wir uns *keinen* Gegenstand außerhalb der Möglichkeit seiner Verbindung mit anderen denken.

Wenn ich mir den Gegenstand im Verbande des Sachverhalts denken kann, so kann ich ihn nicht außerhalb der *Möglichkeit* dieses Verbandes denken.

2.0122 Das Ding ist selbständig, insofern es in allen *möglichen* Sachlagen vorkommen kann, aber diese Form der Selbständigkeit ist eine Form des Zusammenhangs mit dem Sachverhalt, eine Form der Unselbständigkeit. (Es ist unmöglich, daß Worte in zwei verschiedenen Weisen auftreten, allein und im Satz.)

2.0123 Wenn ich den Gegenstand kenne, so kenne ich auch sämtliche Möglichkeiten seines Vorkommens in Sachverhalten. (Jede solche Möglichkeit muß in der Natur des Gegenstandes liegen.)

Es kann nicht nachträglich eine neue Möglichkeit gefunden werden.

2.01231 Um einen Gegenstand zu kennen, muß ich zwar nicht seine externen—aber ich muß alle seine internen Eigenschaften kennen.

2.0124 Sind alle Gegenstände gegeben, so sind damit auch alle *möglichen* Sachverhalte gegeben.

2.013 Jedes Ding ist, gleichsam, in einem Raume möglicher Sachverhalte. Diesen Raum kann ich mir leer denken, nicht aber das Ding ohne den Raum.

2.0131 Der räumliche Gegenstand muß im unendlichen Raume liegen. (Der Raumpunkt ist eine Argumentstelle.)

Der Fleck im Gesichtsfeld muß zwar nicht rot sein, aber eine Farbe muß er haben: er hat sozusagen den Farbenraum um sich. Der Ton muß *eine* Höhe haben, der Gegenstand des Tastsinnes *eine* Härte usw.

2.014 Die Gegenstände enthalten die Möglichkeit aller Sachlagen.

Que las cosas puedan ocurrir en estados de cosas es algo que debe radicar ya en ellas.

(Algo lógico no puede ser meramente posible. La lógica trata de cualquier posibilidad y todas las posibilidades son sus hechos.)

Al igual que no podemos en absoluto representarnos objetos espaciales fuera del espacio, ni temporales fuera del tiempo, tampoco podemos representarnos objeto *alguno* fuera de la posibilidad de su conexión con otros.

Si puedo representarme el objeto en la trama del estado de cosas, no puedo representármelo fuera de la *posibilidad* de esa trama.

2.0122 La cosa es independiente en la medida en que puede ocurrir en todos los *posibles* estados de cosas, pero esta forma de independencia es una forma de interrelación con el estado de cosas, una forma de dependencia. (Es imposible que las palabras aparezcan de dos modos diferentes, solas y en la proposición.)

2.0123 Si conozco el objeto, conozco también todas las posibilidades de su ocurrencia en estados de cosas.  
(Cualquier posibilidad de este tipo debe radicar en la naturaleza del objeto.)

No cabe encontrar posteriormente una nueva posibilidad.  
2.0123I Para conocer un objeto, no tengo ciertamente que conocer sus propiedades externas, pero sí debo conocer todas sus propiedades internas.

2.0124 Dados todos los objetos, vienen dados también con ello todos los *posibles* estados de cosas.

2.013 Cualquier cosa está, por así decirlo, en un espacio de posibles estados de cosas. Puedo representarme vacío ese espacio, pero no la cosa sin el espacio.

2.013I El objeto espacial debe encontrarse en el espacio infinito. (El punto espacial es un lugar argumental.)

La mancha en el campo visual no tiene, ciertamente, por qué ser roja, pero ha de tener un color: tiene, por así decirlo, el espacio cromático en torno suyo. El tono ha de tener *una* altura, el objeto del sentido del tacto *una* dureza, etcétera.

2.014 Los objetos contienen la posibilidad de todos los estados de cosas.

- 2.0141 Die Möglichkeit seines Vorkommens in Sachverhalten ist die Form des Gegenstandes.
- 2.02 Der Gegenstand ist einfach.
- 2.0201 Jede Aussage über Komplexe läßt sich in eine Aussage über deren Bestandteile und in diejenigen Sätze zerlegen, welche die Komplexe vollständig beschreiben.
- 2.021 Die Gegenstände bilden die Substanz der Welt. Darum können sie nicht zusammengesetzt sein.
- 2.0211 Hätte die Welt keine Substanz, so würde, ob ein Satz Sinn hat, davon abhängen, ob ein anderer Satz wahr ist.
- 2.0212 Es wäre dann unmöglich, ein Bild der Welt (wahr oder falsch) zu entwerfen.
- 2.022 Es ist offenbar, daß auch eine von der wirklichen noch so verschieden gedachte Welt Etwas—eine Form—mit der wirklichen gemein haben muß.
- 2.023 Diese feste Form besteht eben aus den Gegenständen.
- 2.0231 Die Substanz der Welt *kann* nur eine Form und keine materiellen Eigenschaften bestimmen. Denn diese werden erst durch die Sätze dargestellt—erst durch die Konfiguration der Gegenstände gebildet.
- 2.0232 Beiläufig gesprochen: Die Gegenstände sind farblos.
- 2.0233 Zwei Gegenstände von der gleichen logischen Form sind—abgesehen von ihren externen Eigenschaften—von einander nur dadurch unterschieden, daß sie verschieden sind.
- 2.02331 Entweder ein Ding hat Eigenschaften, die kein anderes hat, dann kann man es ohne weiteres durch eine Beschreibung aus den anderen herausheben, und darauf hinweisen; oder aber, es gibt mehrere Dinge, die ihre sämtlichen Eigenschaften gemeinsam haben, dann ist es überhaupt unmöglich auf eines von ihnen zu zeigen.  
Denn, ist das Ding durch nichts hervorgehoben, so kann ich es nicht hervorheben, denn sonst ist es eben hervorgehoben.
- 2.024 Die Substanz ist das, was unabhängig von dem was der Fall ist, besteht.
- 2.025 Sie ist Form und Inhalt.
- 2.0251 Raum, Zeit und Farbe (Färbigkeit) sind Formen der Gegenstände.
- 2.026 Nur wenn es Gegenstände gibt, kann es eine feste Form der Welt geben.

- 2.0141 La forma del objeto es la posibilidad de su ocurrencia en estados de cosas.
- 2.02 El objeto es simple.
- 2.0201 Cualquier enunciado sobre complejos puede descomponerse en un enunciado sobre sus partes integrantes y en aquellas proposiciones que describen completamente los complejos.
- 2.021 Los objetos forman la sustancia del mundo. Por eso no pueden ser compuestos.
- 2.0211 Si el mundo no tuviera sustancia alguna, el que una proposición tuviera sentido dependería de que otra proposición fuera verdadera.
- 2.0212 Sería entonces imposible pergeñar una figura del mundo (verdadera o falsa).
- 2.022 Es manifiesto que por muy diferente del real que se piense un mundo ha de tener algo en común con él —una forma.
- 2.023 Lo que constituye esta forma fija son precisamente los objetos.
- 2.0231 La sustancia del mundo sólo *puede* determinar una forma y no propiedades materiales. Porque éstas sólo vienen a ser representadas por las proposiciones, sólo vienen a ser formadas por la configuración de los objetos.
- 2.0232 Dicho sea incidentalmente, los objetos son incoloros.
- 2.0233 Dos objetos de la misma forma lógica sólo se diferencian entre sí —independientemente de sus propiedades externas— por el hecho de ser diferentes.
- 2.02331 O bien una cosa tiene propiedades que ninguna otra posee, en cuyo caso cabe distinguirla sin más de las otras mediante una descripción y remitir a ella; o bien, por el contrario, hay varias cosas que tienen todas sus propiedades en común, en cuyo caso es absolutamente imposible señalar una de ellas. Porque si la cosa no viene distinguida por nada, entonces yo no puedo distinguirla, dado que si no ya estaría, en efecto, distinguida.
- 2.024 La sustancia es lo que persiste independientemente de lo que es el caso.
- 2.025 Es forma y contenido.
- 2.0251 Espacio, tiempo y color (cromaticidad) son formas de los objetos.
- 2.026 Sólo si hay objetos puede haber una forma fija del mundo.

- 2.027 Das Feste, das Bestehende und der Gegenstand sind Eins.
- 2.027I Der Gegenstand ist das Feste, Bestehende; die Konfiguration ist das Wechselnde, Unbeständige.
- 2.0272 Die Konfiguration der Gegenstände bildet den Sachverhalt.
- 2.03 Im Sachverhalt hängen die Gegenstände ineinander, wie die Glieder einer Kette.
- 2.03I Im Sachverhalt verhalten sich die Gegenstände in bestimmter Art und Weise zueinander.
- 2.032 Die Art und Weise, wie die Gegenstände im Sachverhalt zusammenhängen, ist die Struktur des Sachverhaltes.
- 2.033 Die Form ist die Möglichkeit der Struktur.
- 2.034 Die Struktur der Tatsache besteht aus den Strukturen der Sachverhalte.
- 2.04 Die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte ist die Welt.
- 2.05 Die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte bestimmt auch, welche Sachverhalte nicht bestehen.
- 2.06 Das Bestehen und Nichtbestehen von Sachverhalten ist die Wirklichkeit.  
(Das Bestehen von Sachverhalten nennen wir auch eine positive, das Nichtbestehen eine negative Tatsache.)
- 2.06I Die Sachverhalte sind von einander unabhängig.
- 2.062 Aus dem Bestehen oder Nichtbestehen eines Sachverhaltes kann nicht auf das Bestehen oder Nichtbestehen eines anderen geschlossen werden.
- 2.063 Die gesamte Wirklichkeit ist die Welt.
- 2.1 Wir machen uns Bilder der Tatsachen.
- 2.11 Das Bild stellt die Sachlage im logischen Raume, das Bestehen und Nichtbestehen von Sachverhalten vor.
- 2.12 Das Bild ist ein Modell der Wirklichkeit.
- 2.13 Den Gegenständen entsprechen im Bilde die Elemente des Bildes.
- 2.13I Die Elemente des Bildes vertreten im Bild die Gegenstände.
- 2.14 Das Bild besteht darin, daß sich seine Elemente in bestimmter Art und Weise zu einander verhalten.
- 2.14I Das Bild ist eine Tatsache.
- 2.15 Daß sich die Elemente des Bildes in bestimmter Art und Weise zu einander verhalten, stellt vor, daß sich die Sachen so zu einander verhalten. Dieser Zusammenhang der Elemente des Bildes heiße seine Struktur und ihre Möglichkeit seine Form der Abbildung.

- 2.027 Lo fijo, lo persistente y el objeto son uno y lo mismo.
- 2.0271 El objeto es lo fijo, persistente; la configuración es lo cambiante, inestable.
- 2.0272 La configuración de los objetos forma el estado de cosas.
- 2.03 En el estado de cosas los objetos están unidos entre sí como los eslabones de una cadena.
- 2.031 En el estado de cosas los objetos se comportan unos con otros de un modo y manera determinados.
- 2.032 La estructura del estado de cosas es el modo y manera como los objetos se interrelacionan en él.
- 2.033 La forma es la posibilidad de la estructura.
- 2.034 La estructura del hecho viene constituida por las estructuras de los estados de cosas.
- 2.04 La totalidad de los estados de cosas que se dan efectivamente es el mundo.
- 2.05 La totalidad de los estados de cosas que se dan efectivamente determina también qué estados de cosas no se dan efectivamente.
- 2.06 El darse y no darse efectivos de estados de cosas es la realidad. (Llamamos hecho positivo al darse efectivo de estados de cosas; al no darse efectivo, hecho negativo.)
- 2.061 Los estados de cosas son independientes unos de otros.
- 2.062 Del darse o no darse efectivos de un estado de cosas no puede deducirse el darse o no darse efectivos de otro.
- 2.063 La realidad total es el mundo.
- 2.1 Nos hacemos figuras de los hechos.
- 2.11 La figura representa el estado de cosas en el espacio lógico, el darse y no darse efectivos de estados de cosas.
- 2.12 La figura es un modelo de la realidad.
- 2.13 A los objetos corresponden en la figura los elementos de la misma.
- 2.131 Los elementos de la figura hacen en ella las veces de los objetos.
- 2.14 La figura consiste en que sus elementos se interrelacionan de un modo y manera determinados.
- 2.141 La figura es un hecho.
- 2.15 Que los elementos de la figura se comporten unos con otros de un modo y manera determinados representa que las cosas se comportan así unas con otras.  
Esta interrelación de los elementos de la figura se llama su estructura y la posibilidad de la misma, su forma de figuración.

- 2.151 Die Form der Abbildung ist die Möglichkeit, daß sich die Dinge so zu einander verhalten, wie die Elemente des Bildes.
- 2.1511 Das Bild ist so mit der Wirklichkeit verknüpft; es reicht bis zu ihr.
- 2.1512 Es ist wie ein Maßstab an die Wirklichkeit angelegt.
- 2.15121 Nur die äußersten Punkte der Teilstriche *berühren* den zu messenden Gegenstand.
- 2.1513 Nach dieser Auffassung gehört also zum Bilde auch noch die abbildende Beziehung, die es zum Bild macht.
- 2.1514 Die abbildende Beziehung besteht aus den Zuordnungen der Elemente des Bildes und der Sachen.
- 2.1515 Diese Zuordnungen sind gleichsam die Fühler der Bildelemente, mit denen das Bild die Wirklichkeit berührt.
- 2.16 Die Tatsache muß, um Bild zu sein, etwas mit dem Abgebildeten gemeinsam haben.
- 2.161 In Bild und Abgebildetem muß etwas identisch sein, damit das eine überhaupt ein Bild des anderen sein kann.
- 2.17 Was das Bild mit der Wirklichkeit gemein haben muß, um sie auf seine Art und Weise—richtig oder falsch—abbilden zu können, ist seine Form der Abbildung.
- 2.171 Das Bild kann jede Wirklichkeit abbilden, deren Form es hat.
- Das räumliche Bild alles Räumliche, das farbige alles Farbige, etc.
- 2.172 Seine Form der Abbildung aber kann das Bild nicht abbilden; es weist sie auf.
- 2.173 Das Bild stellt sein Objekt von außerhalb dar (sein Standpunkt ist seine Form der Darstellung), darum stellt das Bild sein Objekt richtig oder falsch dar.
- 2.174 Das Bild kann sich aber nicht außerhalb seiner Form der Darstellung stellen.
- 2.18 Was jedes Bild, welcher Form immer, mit der Wirklichkeit gemein haben muß, um sie überhaupt—richtig oder falsch—abbilden zu können, ist die logische Form, das ist, die Form der Wirklichkeit.
- 2.181 Ist die Form der Abbildung die logische Form, so heißt das Bild das logische Bild.
- 2.182 Jedes Bild ist *auch* ein logisches. (Dagegen ist z. B. nicht jedes Bild ein räumliches.)
- 2.19 Das logische Bild kann die Welt abbilden.



- 2.151 La forma de figuración es la posibilidad de que las cosas se interrelacionen al igual que los elementos de la figura.
- 2.1511 La figura está enlazada *así* con la realidad; llega hasta ella.
- 2.1512 Es como un patrón de medida aplicado a la realidad.
- 2.15121 Sólo los puntos extremos de las marcas *tocan* el objeto a medir.
- 2.1513 Así pues, de acuerdo con esta concepción, a la figura pertenece también la relación figurativa que la convierte en figura.
- 2.1514 La relación figurativa consiste en las coordinaciones entre los elementos de la figura y los de las cosas.
- 2.1515 Estas coordinaciones son, por así decirlo, los tentáculos de los elementos de la figura con los que ésta toca la realidad.
- 2.16 Para ser figura, pues, el hecho ha de tener algo en común con lo figurado.
- 2.161 En la figura y en lo figurado tiene que haber algo idéntico en orden a que aquélla pueda siquiera ser figura de esto.
- 2.17 Lo que la figura ha de tener en común con la realidad para poder figurarla a su modo y manera —correcta o falsamente— es su forma de figuración.
- 2.171 La figura puede figurar cualquier realidad cuya forma tenga.  
La figura espacial todo lo espacial, la cromática, todo lo cromático, etcétera.
- 2.172 Pero la figura no puede figurar su forma de figuración; la ostenta.
- 2.173 La figura representa su objeto desde fuera (su punto de vista es su forma de representación); por ello representa su objeto correcta o falsamente.
- 2.174 La figura no puede, sin embargo, situarse fuera de su forma de representación.
- 2.18 Lo que cualquier figura, sea cual fuere su forma, ha de tener en común con la realidad para poder siquiera —correcta o falsamente— figurarla, es la forma lógica, esto es, la forma de la realidad.
- 2.181 Si la forma de la figuración es la forma lógica, la figura se llama la figura lógica.
- 2.182 Cualquier figura es *también* una figura lógica. (Por el contrario, no toda figura es, pongamos por caso, espacial.)
- 2.19 La figura lógica puede figurar el mundo.

- 2.2 Das Bild hat mit dem Abgebildeten die logische Form der Abbildung gemein.
- 2.201 Das Bild bildet die Wirklichkeit ab, indem es eine Möglichkeit des Bestehens und Nichtbestehens von Sachverhalten darstellt.
- 2.202 Das Bild stellt eine mögliche Sachlage im logischen Raume dar.
- 2.203 Das Bild enthält die Möglichkeit der Sachlage, die es darstellt.
- 2.21 Das Bild stimmt mit der Wirklichkeit überein oder nicht; es ist richtig oder unrichtig, wahr oder falsch.
- 2.22 Das Bild stellt dar, was es darstellt, unabhängig von seiner Wahr- oder Falschheit, durch die Form der Abbildung.
- 2.221 Was das Bild darstellt, ist sein Sinn.
- 2.222 In der Übereinstimmung oder Nichtübereinstimmung seines Sinnes mit der Wirklichkeit besteht seine Wahrheit oder Falschheit.
- 2.223 Um zu erkennen, ob das Bild wahr oder falsch ist, müssen wir es mit der Wirklichkeit vergleichen.
- 2.224 Aus dem Bild allein ist nicht zu erkennen, ob es wahr oder falsch ist.
- 2.225 Ein a priori wahres Bild gibt es nicht.
- 3 Das logische Bild der Tatsachen ist der Gedanke.
- 3.001 «Ein Sachverhalt ist denkbar» heißt: Wir können uns ein Bild von ihm machen.
- 3.01 Die Gesamtheit der wahren Gedanken sind ein Bild der Welt.
- 3.02 Der Gedanke enthält die Möglichkeit der Sachlage, die er denkt. Was denkbar ist, ist auch möglich.
- 3.03 Wir können nichts Unlogisches denken, weil wir sonst unlogisch denken müßten.
- 3.031 Man sagte einmal, daß Gott alles schaffen könne, nur nichts, was den logischen Gesetzen zuwider wäre.—Wir könnten nämlich von einer «unlogischen» Welt nicht *sagen*, wie sie aussähe.
- 3.032 Etwas «der Logik Widersprechendes» in der Sprache darstellen, kann man ebensowenig, wie in der Geometrie eine den Gesetzen des Raumes widersprechende Figur durch ihre Koordinaten darstellen; oder die Koordinaten eines Punktes angeben, welcher nicht existiert.

- 2.2 La figura tiene en común con lo figurado la forma lógica de la figuración.
- 2.201 La figura figura la realidad en la medida en que representa una posibilidad del darse y no darse efectivos de estados de cosas.
- 2.202 La figura representa un posible estado de cosas en el espacio lógico.
- 2.203 La figura contiene la posibilidad del estado de cosas que representa.
- 2.21 La figura concuerda o no con la realidad; es correcta o incorrecta, verdadera o falsa.
- 2.22 La figura representa lo que representa, independientemente de su verdad o falsedad, por la forma de la figuración.
- 2.221 Lo que la figura representa es su sentido.
- 2.222 Su verdad o falsedad consiste en el acuerdo o desacuerdo de su sentido con la realidad.
- 2.223 Para reconocer si la figura es verdadera o falsa, tenemos que compararla con la realidad.
- 2.224 Por la figura sólo no cabe reconocer si ella es verdadera o falsa.
- 2.225 No existe una figura verdadera a priori.
- 3 La figura lógica de los hechos es el pensamiento.
- 3.001 «Un estado de cosas es pensable» quiere decir: podemos hacernos una figura de él.
- 3.01 La totalidad de los pensamientos verdaderos es una figura del mundo.
- 3.02 El pensamiento contiene la posibilidad del estado de cosas que piensa. Lo que es pensable es también posible.
- 3.03 No podemos pensar nada ilógico, porque de lo contrario tendríamos que pensar ilógicamente.
- 3.031 Se dijo en otro tiempo que Dios podría crearlo todo a excepción de cuanto fuera contrario a las leyes lógicas. De un mundo «ilógico» no podríamos, en rigor, *decir* qué aspecto tendría.
- 3.032 Representar en el lenguaje algo «que contradiga la lógica» es cosa tan escasamente posible como representar en la geometría mediante sus coordenadas una figura que contradiga las leyes del espacio; o dar las coordenadas de un punto que no existe.

- 3.0321 Wohl können wir einen Sachverhalt räumlich darstellen, welcher den Gesetzen der Physik, aber keinen, der den Gesetzen der Geometrie zuwiderliefe.
- 3.04 Ein a priori richtiger Gedanke wäre ein solcher, dessen Möglichkeit seine Wahrheit bedingte.
- 3.05 Nur so könnten wir a priori wissen, daß ein Gedanke wahr ist, wenn aus dem Gedanken selbst (ohne Vergleichsobjekt) seine Wahrheit zu erkennen wäre.
- 3.1 Im Satz drückt sich der Gedanke sinnlich wahrnehmbar aus.
- 3.11 Wir benützen das sinnlich wahrnehmbare Zeichen (Laut- oder Schriftzeichen etc.) des Satzes als Projektion der möglichen Sachlage.  
Die Projektionsmethode ist das Denken des Satz-Sinnes.
- 3.12 Das Zeichen, durch welches wir den Gedanken ausdrücken, nenne ich das Satzzeichen. Und der Satz ist das Satzzeichen in seiner projektiven Beziehung zur Welt.
- 3.13 Zum Satz gehört alles, was zur Projektion gehört; aber nicht das Projizierte.  
Also die Möglichkeit des Projizierten, aber nicht dieses selbst.  
Im Satz ist also sein Sinn noch nicht enthalten, wohl aber die Möglichkeit, ihn auszudrücken. («Der Inhalt des Satzes» heißt der Inhalt des sinnvollen Satzes.)  
Im Satz ist die Form seines Sinnes enthalten, aber nicht dessen Inhalt.
- 3.14 Das Satzzeichen besteht darin, daß sich seine Elemente, die Wörter, in ihm auf bestimmte Art und Weise zueinander verhalten.  
Das Satzzeichen ist eine Tatsache.
- 3.141 Der Satz ist kein Wörtermisch.—(Wie das musikalische Thema kein Gemisch von Tönen.) Der Satz ist artikuliert.
- 3.142 Nur Tatsachen können einen Sinn ausdrücken, eine Klasse von Namen kann es nicht.
- 3.143 Daß das Satzzeichen eine Tatsache ist, wird durch die gewöhnliche Ausdrucksform der Schrift oder des Druckes verschleiert.  
Denn im gedruckten Satz z. B. sieht das Satzzeichen nicht wesentlich verschieden aus vom Wort.

- 3.0321 Podemos sin duda representar espacialmente un estado de cosas que vaya contra las leyes de la física, pero no uno que vaya contra las de la geometría.
- 3.04 Un pensamiento correcto *a priori* sería un pensamiento tal que su posibilidad condicionaría su verdad.
- 3.05 Sólo podríamos saber *a priori* que un pensamiento es verdadero si por el pensamiento mismo (sin objeto de comparación) resultara reconocible su verdad.
- 3.1 En la proposición se expresa sensoperceptivamente el pensamiento.
- 3.11 Usamos el signo sensoperceptible (signo sonoro o escrito, etcétera) de la proposición como proyección del estado de cosas posible.  
El método de proyección es el pensar el sentido de la proposición.
- 3.12 Al signo mediante el que expresamos el pensamiento lo llamamos el signo proposicional. Y la proposición es el signo proposicional en su relación proyectiva con el mundo.
- 3.13 A la proposición pertenece todo cuanto pertenece a la proyección; pero no lo proyectado.  
Así pues, la posibilidad de lo proyectado, pero no esto mismo. En la proposición, por tanto, aún no viene contenido su sentido, pero sí la posibilidad de expresarlo.  
(«El contenido de la proposición» quiere decir el contenido de la proposición con sentido.)  
En la proposición viene incluida la forma de su sentido, pero no su contenido.
- 3.14 El signo proposicional consiste en que sus elementos, las palabras, se comportan en él unos con otros de un modo y manera determinados. El signo proposicional es un hecho.
- 3.141 La proposición no es un conglomerado de palabras. (Como tampoco el tema musical un conglomerado de tonos.)  
La proposición es articulada.
- 3.142 Sólo hechos pueden expresar un sentido; una clase de nombres no puede.
- 3.143 Que el signo proposicional es un hecho es algo que viene velado por la forma expresiva corriente de la escritura o de la imprenta.  
Porque en la proposición impresa, por ejemplo, el signo proposicional no aparece como esencialmente distinto de la palabra.

(So war es möglich, daß Frege den Satz einen zusammengesetzten Namen nannte.)

3.1431 Sehr klar wird das Wesen des Satzzeichens, wenn wir es uns, statt aus Schriftzeichen, aus räumlichen Gegenständen (etwa Tischen, Stühlen, Büchern) zusammengesetzt denken.

Die gegenseitige räumliche Lage dieser Dinge drückt dann den Sinn des Satzes aus.

3.1432 Nicht: «Das komplexe Zeichen 'aRb' sagt, daß a in der Beziehung R zu b steht», sondern: *Daß* «a» in einer gewissen Beziehung zu «b» steht, sagt, *daß* aRb.

3.144 Sachlagen kann man beschreiben, nicht *benennen*. (Namen gleichen Punkten, Sätze Pfeilen, sie haben Sinn.)

3.2 Im Satze kann der Gedanke so ausgedrückt sein, daß den Gegenständen des Gedankens Elemente des Satzzeichens entsprechen.

3.201 Diese Elemente nenne ich «einfache Zeichen» und den Satz «vollständig analysiert».

3.202 Die im Satze angewandten einfachen Zeichen heißen Namen.

3.203 Der Name bedeutet den Gegenstand. Der Gegenstand ist seine Bedeutung. («A» ist dasselbe Zeichen wie «A».)

3.21 Der Konfiguration der einfachen Zeichen im Satzzeichen entspricht die Konfiguration der Gegenstände in der Sachlage.

3.22 Der Name vertritt im Satz den Gegenstand.

3.221 Die Gegenstände kann ich nur *nennen*. Zeichen vertreten sie. Ich kann nur *von* ihnen sprechen, *sie aussprechen kann ich nicht*. Ein Satz kann nur sagen, wie ein Ding ist, nicht was es ist.

3.23 Die Forderung der Möglichkeit der einfachen Zeichen ist die Forderung der Bestimmtheit des Sinnes.

3.24 Der Satz, welcher vom Komplex handelt, steht in interner Beziehung zum Satze, der von dessen Bestandteil handelt. Der Komplex kann nur durch seine Beschreibung gegeben sein, und diese wird stimmen oder nicht stimmen. Der Satz, in welchem von einem Komplex die Rede ist, wird, wenn dieser nicht existiert, nicht unsinnig, sondern einfach falsch sein. Daß ein Satzelement einen Komplex bezeichnet, kann man aus seiner Unbestimmtheit in den Sätzen sehen, wor-

(Así fue posible que Frege llamara a la proposición un nombre compuesto.)

- 3.1431 Muy clara resulta la esencia del signo proposicional cuando, en lugar de imaginárnoslo compuesto de signos escritos, nos lo imaginamos compuesto de objetos espaciales (como, por ejemplo, mesas, sillas, libros).

La recíproca posición espacial de estas cosas expresa entonces el sentido de la proposición.

- 3.1432 No: «El signo complejo 'aRb' dice que 'a' está en la relación R con b» sino: *Que* 'a' está en cierta relación con 'b' dice *que* aRb.

- 3.144 Pueden describirse estados de cosas, no *nombrarse*. (Los nombres semejan puntos, las proposiciones flechas, tienen sentido.)

- 3.2 El pensamiento puede expresarse en la proposición de un modo tal que a los objetos del pensamiento correspondan elementos del signo proposicional.

- 3.201 Llamo «signos simples» a estos elementos, y a la proposición, «completamente analizada».

- 3.202 Los signos simples usados en la proposición se llaman «nombres».

- 3.203 El nombre significa el objeto. El objeto es su significado. («A» es el mismo signo que «A».)

- 3.21 A la configuración del signo simple en el signo proposicional corresponde la configuración de los objetos en el estado de cosas.

- 3.22 En la proposición el nombre hace las veces del objeto.

- 3.221 A los objetos sólo puedo *nombrarlos*. Los signos hacen las veces de ellos. Sólo puedo hablar *de* ellos, *no puedo expresarlos*. Una proposición sólo puede decir cómo es una cosa, no lo que es.

- 3.23 La exigencia de la posibilidad de los signos simples es la exigencia de la precisión del sentido.

- 3.24 La proposición que trata del complejo está en relación interna con la proposición que trata de su parte integrante.

El complejo sólo puede venir dado por su descripción, y ésta será acertada o no. La proposición en la que se habla de un complejo no será absurda si éste no existe, será simplemente falsa. Que un elemento proposicional designe un complejo es cosa que puede verse a partir de su carácter in-

in es vorkommt. Wir *wissen*, durch diesen Satz ist noch nicht alles bestimmt. (Die Allgemeinheitsbezeichnung *enthält* ja ein Urbild.)

Die Zusammenfassung des Symbols eines Komplexes in ein einfaches Symbol kann durch eine Definition ausgedrückt werden.

- 3.25 Es gibt eine und nur eine vollständige Analyse des Satzes.
- 3.251 Der Satz drückt auf bestimmte, klar angebbare Weise aus, was er ausdrückt: Der Satz ist artikuliert.
- 3.26 Der Name ist durch keine Definition weiter zu zergliedern: er ist ein Urzeichen.
- 3.261 Jedes definierte Zeichen bezeichnet *über* jene Zeichen, durch welche es definiert wurde; und die Definitionen weisen den Weg.
- Zwei Zeichen, ein Urzeichen, und ein durch Urzeichen definiertes, können nicht auf dieselbe Art und Weise bezeichnen. Namen *kann* man nicht durch Definitionen auseinanderlegen. (Kein Zeichen, welches allein, selbständig eine Bedeutung hat.)
- 3.262 Was in den Zeichen nicht zum Ausdruck kommt, das zeigt ihre Anwendung. Was die Zeichen verschlucken, das spricht ihre Anwendung aus.
- 3.263 Die Bedeutung von Urzeichen können durch Erläuterungen erklärt werden. Erläuterungen sind Sätze, welche die Urzeichen enthalten. Sie können also nur verstanden werden, wenn die Bedeutungen dieser Zeichen bereits bekannt sind.
- 3.3 Nur der Satz hat Sinn; nur im Zusammenhang des Satzes hat ein Name Bedeutung.
- 3.31 Jeden Teil des Satzes, der seinen Sinn charakterisiert, nenne ich einen Ausdruck (ein Symbol). (Der Satz selbst ist ein Ausdruck.)
- Ausdruck ist alles, für den Sinn des Satzes Wesentliche, was Sätze miteinander gemein haben können.
- Der Ausdruck kennzeichnet eine Form und einen Inhalt.
- 3.311 Der Ausdruck setzt die Formen aller Sätze voraus, in welchen er vorkommen kann. Er ist das gemeinsame charakteristische Merkmal einer Klasse von Sätzen.
- 3.312 Er wird also dargestellt durch die allgemeine Form der Sätze, die er charakterisiert.



determinado en las proposiciones en las que aparece. *Sabemos* que no todo está aún determinado por esta proposición. (El signo de generalidad *contiene* ciertamente una figura primitiva.)

La contracción del símbolo de un complejo en un símbolo simple puede ser expresada mediante una definición.

3.25 Hay un análisis completo, y sólo uno, de la proposición.

3.251 La proposición expresa de un modo determinado y claramente especificable lo que expresa: la proposición es articulada.

3.26 El nombre no puede ya descomponerse más por definición alguna: es un signo primitivo.

3.261 Todo signo definido designa *mediante* los signos por los que fue definido; y las definiciones señalan el camino.

Dos signos, un signo primitivo y otro definido por signos primitivos, no pueden designar del mismo modo y manera.

Los nombres no se *pueden* descomponer por definiciones.

(Ningún signo que esté aislado tiene significado de forma independiente.)

3.262 Lo que no alcanza a expresarse en los signos es cosa que muestra su uso. "Lo que los signos tragan es cosa que expresa su uso."

3.263 Los significados de los signos primitivos pueden ser explicados mediante aclaraciones. Aclaraciones son proposiciones que contienen signos primitivos. Sólo pueden ser, pues, comprendidas si los significados de estos signos son ya conocidos.

3.3 Sólo la proposición tiene sentido; sólo en la trama de la proposición tiene un nombre significado.

3.31 A cualquier parte de la proposición que caracterice su sentido la llamo una expresión (un símbolo). (La proposición misma es una expresión.)

Expresión es todo lo que, esencial para el sentido de la proposición, pueden tener en común entre sí las proposiciones. La expresión caracteriza una forma y un contenido.

3.311 La expresión presupone las formas de todas las proposiciones en las que puede ocurrir. Es el distintivo característico común de una clase de proposiciones.

3.312 Viene, pues, representada por la forma general de las proposiciones que caracteriza.

Und zwar wird in dieser Form der Ausdruck *konstant* und alles übrige *variabel* sein.

3.313 Der Ausdruck wird also durch eine Variable dargestellt, deren Werte die Sätze sind, die den Ausdruck enthalten. (Im Grenzfall wird die Variable zur Konstanten, der Ausdruck zum Satz.)

Ich nenne eine solche Variable «Satzvariable».

3.314 Der Ausdruck hat nur im Satz Bedeutung. Jede Variable läßt sich als Satzvariable auffassen. (Auch der variable Name.)

3.315 Verwandeln wir einen Bestandteil eines Satzes in eine Variable, so gibt es eine Klasse von Sätzen, welche sämtlich Werte des so entstandenen variablen Satzes sind. Diese Klasse hängt im allgemeinen noch davon ab, was wir, nach willkürlicher Übereinkunft, mit Teilen jenes Satzes meinen. Verwandeln wir aber alle jene Zeichen, deren Bedeutung willkürlich bestimmt wurde, in Variable, so gibt es nun noch immer eine solche Klasse. Diese aber ist nun von keiner Übereinkunft abhängig, sondern nur noch von der Natur des Satzes. Sie entspricht einer logischen Form—einem logischen Urbild.

3.316 Welche Werte die Satzvariable annehmen darf, wird festgesetzt.

Die Festsetzung der Werte *ist* die Variable.

3.317 Die Festsetzung der Werte der Satzvariablen ist die *Angabe der Sätze*, deren gemeinsames Merkmal die Variable ist. Die Festsetzung ist eine Beschreibung dieser Sätze.

Die Festsetzung wird also nur von Symbolen, nicht von deren Bedeutung handeln.

*Und nur* dies ist der Festsetzung wesentlich, *daß sie nur eine Beschreibung von Symbolen ist und nichts über das Bezeichnete aussagt.*

Wie die Beschreibung der Sätze geschieht, ist unwesentlich.  
3.318 Den Satz fasse ich—wie Frege und Russell—als Funktion der in ihm enthaltenen Ausdrücke auf.

3.32 Das Zeichen ist das sinnlich Wahrnehmbare am Symbol.

3.321 Zwei verschiedene Symbole können also das Zeichen (Schriftzeichen oder Lautzeichen etc.) miteinander gemein haben—sie bezeichnen dann auf verschiedene Art und Weise.

Y, ciertamente, en esta forma la expresión será *constante*, y todo lo demás *variable*.

3.313 La expresión es representada, pues, mediante una variable cuyos valores son las proposiciones que contienen la expresión. (En caso límite, la variable se convierte en constante, la expresión en proposición.)

Llamo a una variable así «variable proposicional».

3.314 La expresión sólo tiene significado en la proposición. Cualquier variable puede concebirse como variable proposicional. (También el nombre variable.)

3.315 Si transformamos una parte integrante de una proposición en una variable, hay entonces una clase de proposiciones que son los valores todos de la proposición variable así surgida. Esta clase todavía depende, en general, de lo que, tras acuerdo arbitrario, mentemos con partes de aquella proposición. Pero si transformamos en variables todos aquellos signos cuyo significado fue fijado arbitrariamente, sigue habiendo aún una clase así. Sólo que ésta no depende ya de acuerdo alguno, sino únicamente de la naturaleza de la proposición. Corresponde a una forma lógica —a una figura lógica primitiva.

3.316 Qué valores puede asumir la variable proposicional es algo que se determina.

La determinación de los valores *es* la variable.

3.317 La determinación de los valores de las variables proposicionales es la *especificación de las proposiciones* cuyo distintivo común es la variable.

La determinación es una descripción de estas proposiciones. La determinación tratará, pues, sólo de símbolos, no de su significado.

Y sólo esto es esencial a la determinación, *que sólo es una descripción de símbolos y no dice nada sobre lo designado*.

Cómo acontece la descripción de las proposiciones es cosa inessential.

3.318 Concibo la proposición —igual que Frege y Russell— como función de las expresiones contenidas en ella.

3.32 El signo es lo sensorialmente perceptible en el símbolo.

3.321 Dos símbolos distintos pueden tener, pues, en común el signo (signo escrito o sonoro, etcétera) —designan entonces de modo y manera distintos.

- 3.322 Es kann nie das gemeinsame Merkmal zweier Gegenstände anzeigen, daß wir sie mit demselben Zeichen, aber durch zwei verschiedene *Bezeichnungsweisen* bezeichnen. Denn das Zeichen ist ja willkürlich. Man könnte also auch zwei verschiedene Zeichen wählen, und wo bliebe dann das Gemeinsame in der Bezeichnung.
- 3.323 In der Umgangssprache kommt es ungemein häufig vor, daß dasselbe Wort auf verschiedene Art und Weise bezeichnet—also verschiedenen Symbolen angehört—, oder, daß zwei Wörter, die auf verschiedene Art und Weise bezeichnen, äußerlich in der gleichen Weise im Satze angewandt werden.  
So erscheint das Wort «ist» als Kopula, als Gleichheitszeichen und als Ausdruck der Existenz; «existieren» als intransitives Zeitwort wie «gehen»; «identisch» als Eigenschaftswort; wir reden von *Etwas*, aber auch davon, daß *etwas* geschieht.  
(Im Satze «Grün ist grün»—wo das erste Wort ein Personenname, das letzte ein Eigenschaftswort ist—haben diese Worte nicht einfach verschiedene Bedeutung, sondern es sind *verschiedene Symbole*.)
- 3.324 So entstehen leicht die fundamentalsten Verwechslungen (deren die ganze Philosophie voll ist).
- 3.325 Um diesen Irrtümern zu entgehen, müssen wir eine Zeichensprache verwenden, welche sie ausschließt, indem sie nicht das gleiche Zeichen in verschiedenen Symbolen, und Zeichen, welche auf verschiedene Art bezeichnen, nicht äußerlich auf die gleiche Art verwendet. Eine Zeichensprache also, die der *logischen* Grammatik—der logischen Syntax—gehört.  
(Die Begriffsschrift Freges und Russells ist eine solche Sprache, die allerdings noch nicht alle Fehler ausschließt.)
- 3.326 Um das Symbol am Zeichen zu erkennen, muß man auf den sinnvollen Gebrauch achten.
- 3.327 Das Zeichen bestimmt erst mit seiner logisch-syntaktischen Verwendung zusammen eine logische Form.
- 3.328 Wird ein Zeichen *nicht gebraucht*, so ist es bedeutungslos. Das ist der Sinn der Devise Occams.  
(Wenn sich alles so verhält als hätte ein Zeichen Bedeutung, dann hat es auch Bedeutung.)

- 3.322 Nunca puede ser el rasgo distintivo común de dos objetos el que los designemos con el mismo signo, pero con *modos de designación* distintos en cada caso. Porque el signo es ciertamente arbitrario. Cabría, pues, escoger también dos signos distintos, pero ¿dónde quedaría entonces lo común en la designación?
- 3.323 En el lenguaje ordinario sucede con singular frecuencia que la misma palabra designe de modo y manera distintos —esto es, que pertenezca a símbolos distintos—, o que dos palabras que designan de modo y manera distintos sean usados externamente de igual modo en la proposición. Así la palabra «es» se presenta como cópula, como signo de igualdad y como expresión de existencia; «existir», como verbo intransitivo, parejo a «ir»; «idéntico», como adjetivo; hablamos de *algo*, pero también de que *algo* sucede. (En la proposición «Verde es verde» —donde la primera palabra es el apellido de una persona y la última un adjetivo—, estas palabras no tienen tan sólo significado distinto, sino que son *símbolos distintos*.)
- 3.324 Surgen así fácilmente las confusiones más fundamentales (de las que está llena la filosofía entera).
- 3.325 Para eludir estos errores tenemos que usar un lenguaje sígnico que los excluya, en la medida en que no use el mismo signo en símbolos distintos, ni use externamente de igual manera signos que designen de modo diferente. Un lenguaje sígnico, pues, que obedezca a la gramática *lógica* —a la sintaxis lógica.
- (La escritura conceptual de Frege y Russell es un lenguaje así, que, no obstante, no excluye aún todos los errores.)
- 3.326 Para reconocer el símbolo en el signo hay que atender al uso con sentido.
- 3.327 Sólo unido a su uso lógico-sintáctico determina el signo una forma lógica.
- 3.328 Si un signo *no se usa*, carece de significado. Éste es el sentido del lema de Occam.
- (Si todo se comporta como si un signo tuviera significado, entonces tiene también significado.)

- 3.33 In der logischen Syntax darf nie die Bedeutung eines Zeichens eine Rolle spielen; sie muß sich aufstellen lassen, ohne daß dabei von der *Bedeutung* eines Zeichens die Rede wäre, sie darf *nur* die Beschreibung der Ausdrücke voraussetzen.
- 3.33I Von dieser Bemerkung sehen wir in Russells «Theory of types» hinüber: Der Irrtum Russells zeigt sich darin, daß er bei der Aufstellung der Zeichenregeln von der Bedeutung der Zeichen reden mußte.
- 3.332 Kein Satz kann etwas über sich selbst aussagen, weil das Satzzeichen nicht in sich selbst enthalten sein kann, (das ist die ganze «Theory of types»).
- 3.333 Eine Funktion kann darum nicht ihr eigenes Argument sein, weil das Funktionszeichen bereits das Urbild seines Arguments enthält und es sich nicht selbst enthalten kann. Nehmen wir nämlich an, die Funktion  $F(fx)$  könnte ihr eigenes Argument sein; dann gäbe es also einen Satz: « $F(F(fx))$ » und in diesem müssen die äußere Funktion  $F$  und die innere Funktion  $F$  verschiedene Bedeutungen haben, denn die innere hat die Form  $\varphi(fx)$ , die äußere die Form  $\psi(\varphi(fx))$ . Gemeinsam ist den beiden Funktionen nur der Buchstabe « $F$ », der aber allein nichts bezeichnet. Dies wird sofort klar, wenn wir statt « $F(F(u))$ » schreiben « $(\exists \varphi): F(\varphi u). \psi u = Fu$ ». Hiermit erledigt sich Russells Paradox.
- 3.334 Die Regeln der logischen Syntax müssen sich von selbst verstehen, wenn man nur weiß, wie ein jedes Zeichen bezeichnet.
- 3.34 Der Satz besitzt wesentliche und zufällige Züge. Zufällig sind die Züge, die von der besonderen Art der Hervorbringung des Satzzeichens herrühren. Wesentlich diejenigen, welche allein den Satz befähigen, seinen Sinn auszudrücken.
- 3.34I Das Wesentliche am Satz ist also das, was allen Sätzen, welche den gleichen Sinn ausdrücken können, gemeinsam ist. Und ebenso ist allgemein das Wesentliche am Symbol das, was alle Symbole, die denselben Zweck erfüllen können, gemeinsam haben.
- 3.34II Man könnte also sagen: Der eigentliche Name ist das, was alle Symbole, die den Gegenstand bezeichnen, gemeinsam haben. Es würde sich so successive ergeben, daß keinerlei Zusammensetzung für den Namen wesentlich ist.

- 3.33 La sintaxis lógica no permite que el significado de un signo juegue en ella papel alguno; tiene que poder ser establecida sin mentar el significado de un signo; ha de presuponer sólo la descripción de las expresiones.
- 3.33<sup>I</sup> A partir de esta observación lancemos una mirada a la «Theory of types» de Russell: el error de Russell se muestra en que tuvo que hablar del significado de los signos al establecer las reglas sígnicas.
- 3.332 Ninguna proposición puede enunciar algo sobre sí misma, dado que el signo proposicional no puede estar contenido en él mismo (en esto consiste toda la «Theory of types»).
- 3.333 Una función no puede ser su propio argumento debido a que el signo funcional contiene ya la figura primitiva de su argumento y no puede contenerse a sí mismo.  
Supongamos, por ejemplo, que la función  $F(fx)$  pudiera ser su propio argumento; habría, entonces, una proposición: « $F(F(fx))$ » y en ella la función externa  $F$  y la función interna  $F$  deberían tener significados diferentes, dado que la interna tiene la forma  $\varphi(fx)$ , la externa la forma  $\psi(\varphi(fx))$ . Común a ambas funciones es sólo la letra « $F$ », que, sin embargo, sola nada designa.  
Esto queda inmediatamente claro si en lugar de escribir « $F(F(u))$ » escribimos « $(\exists \varphi): F(\varphi u). \psi u = Fu$ ». Desaparece así la paradoja de Russell.
- 3.334 Las reglas de la sintaxis lógica tienen que comprenderse por sí mismas, con sólo saber cómo designa cada signo.
- 3.34 La proposición posee rasgos esenciales y casuales. Casuales son los rasgos que emanan del modo peculiar de elaboración del signo proposicional. Esenciales, sólo los que capacitan a la proposición para expresar su sentido.
- 3.34<sup>I</sup> Lo esencial en la proposición es, pues, lo común a todas las proposiciones que pueden expresar el mismo sentido.  
Y asimismo, generalmente, lo esencial en el símbolo es lo que todos los símbolos que pueden cumplir el mismo fin tienen en común.
- 3.34<sup>II</sup> Cabría, pues, decir: el nombre genuino es lo que tienen en común todos los símbolos que designan el objeto. Se seguiría así, sucesivamente, que ninguna clase de composición resulta esencial al nombre.

- 3.342 An unseren Notationen ist zwar etwas willkürlich, aber *das* ist nicht willkürlich: Daß, *wenn* wir etwas willkürlich bestimmt haben, dann etwas anderes der Fall sein muß. (Dies hängt von dem *Wesen* der Notation ab.)
- 3.342I Eine besondere Bezeichnungsweise mag unwichtig sein, aber wichtig ist es immer, daß diese eine *mögliche* Bezeichnungsweise ist. Und so verhält es sich in der Philosophie überhaupt: Das Einzelne erweist sich immer wieder als unwichtig, aber die Möglichkeit jedes Einzelnen gibt uns einen Aufschluß über das *Wesen* der Welt.
- 3.343 Definitionen sind Regeln der Übersetzung von einer Sprache in eine andere. Jede richtige Zeichensprache muß sich in jede andere nach solchen Regeln übersetzen lassen: *Dies* ist, was sie alle gemeinsam haben.
- 3.344 Das, was am Symbol bezeichnet, ist das Gemeinsame aller jener Symbole, durch die das erste den Regeln der logischen Syntax zufolge ersetzt werden kann.
- 3.344I Man kann z. B. das Gemeinsame aller Notationen für die Wahrheitsfunktionen so ausdrücken: Es ist ihnen gemeinsam, daß sich alle—z. B.—durch die Notation von « $\sim p$ » («nicht  $p$ ») und « $p \vee q$ » (« $p$  oder  $q$ ») *ersetzen lassen*.  
(Hiermit ist die Art und Weise gekennzeichnet, wie eine spezielle mögliche Notation uns allgemeine Aufschlüsse geben kann.)
- 3.3442 Das Zeichen des Komplexes löst sich auch bei der Analyse nicht willkürlich auf, so daß etwa seine Auflösung in jedem Satzgefüge eine andere wäre.
- 3.4 Der Satz bestimmt einen Ort im logischen Raum. Die Existenz dieses logischen Ortes ist durch die Existenz der Bestandteile allein verbürgt, durch die Existenz des sinnvollen Satzes.
- 3.4I Das Satzzeichen und die logischen Koordinaten: Das ist der logische Ort.
- 3.4II Der geometrische und der logische Ort stimmen darin überein, daß beide die Möglichkeit einer Existenz sind.
- 3.42 Obwohl der Satz nur einen Ort des logischen Raumes bestimmen darf, so muß doch durch ihn schon der ganze logische Raum gegeben sein. (Sonst würden durch die Verneinung, die logische Summe, das logische Produkt, etc.



- 3.342 En nuestras notaciones hay, ciertamente, algo arbitrario, pero *esto* no es arbitrario: que *si* hemos determinado arbitrariamente algo, entonces algo diferente ha de ser el caso. (Esto depende de la *esencia* de la notación.)
- 3.3421 Puede que un modo peculiar de designación carezca de importancia, pero siempre es importante que se trate de un *posible* modo de designación. Y así sucede siempre en filosofía: lo individual se revela una y otra vez como no importante, pero la posibilidad de cada singular nos procura una ilustración sobre la esencia del mundo.
- 3.343 Definiciones son reglas de traducción de un lenguaje a otro. Cualquier lenguaje signico correcto ha de resultar traducible a cualquier otro de acuerdo con tales reglas: *esto* es lo que todos ellos tienen en común.
- 3.344 Lo que designa en el símbolo es lo común a todos aquellos símbolos por los que el primero puede ser sustituido de acuerdo con las reglas de la sintaxis lógica.
- 3.3441 Cabe expresar, por ejemplo, lo común a todas las notaciones para las funciones veritativas así: les es común el hecho de *poder ser sustituidas* todas ellas —por ejemplo— por la notación de « $\sim p$ » («no  $p$ ») y « $p \vee q$ » (« $p$  o  $q$ »). (Con ello queda caracterizado el modo y manera como una posible notación especial puede procurarnos ilustraciones generales.)
- 3.3442 El signo del complejo no se descompone a través del análisis arbitrariamente, de modo tal que, pongamos por caso, su descomposición fuera diferente en cada trama proposicional.
- 3.4 La proposición determina un lugar en el espacio lógico. La existencia de este espacio lógico viene garantizada únicamente por la existencia de las partes integrantes, por la existencia de la proposición con sentido.
- 3.41 El signo proposicional y las coordenadas lógicas: esto es el lugar-lógico.
- 3.411 El lugar geométrico y el lógico coinciden en que ambos son la posibilidad de una existencia.
- 3.42 Aunque a la proposición sólo le es dado determinar un lugar del espacio lógico, el espacio lógico total tiene, sin embargo, que venir dado ya por ella.  
(De lo contrario, por la negación, la suma lógica, el producto

immer neue Elemente—in Koordination—eingeführt.)  
(Das logische Gerüst um das Bild herum bestimmt den logischen Raum. Der Satz durchgreift den ganzen logischen Raum.)

3.5 Das angewandte, gedachte Satzzeichen ist der Gedanke.

4 Der Gedanke ist der sinnvolle Satz.

4.001 Die Gesamtheit der Sätze ist die Sprache.

4.002 Der Mensch besitzt die Fähigkeit Sprachen zu bauen, womit sich jeder Sinn ausdrücken läßt, ohne eine Ahnung davon zu haben, wie und was jedes Wort bedeutet.—Wie man auch spricht, ohne zu wissen, wie die einzelnen Laute hervorgebracht werden.

Die Umgangssprache ist ein Teil des menschlichen Organismus und nicht weniger kompliziert als dieser.

Es ist menschenunmöglich, die Sprachlogik aus ihr unmittelbar zu entnehmen.

Die Sprache verkleidet den Gedanken. Und zwar so, daß man nach der äußeren Form des Kleides, nicht auf die Form des bekleideten Gedankens schließen kann; weil die äußere Form des Kleides nach ganz anderen Zwecken gebildet ist als danach, die Form des Körpers erkennen zu lassen. Die stillschweigenden Abmachungen zum Verständnis der Umgangssprache sind enorm kompliziert.

4.003 Die meisten Sätze und Fragen, welche über philosophische Dinge geschrieben worden sind, sind nicht falsch, sondern unsinnig. Wir können daher Fragen dieser Art überhaupt nicht beantworten, sondern nur ihre Unsinnigkeit feststellen. Die meisten Fragen und Sätze der Philosophen beruhen darauf, daß wir unsere Sprachlogik nicht verstehen. (Sie sind von der Art der Frage, ob das Gute mehr oder weniger identisch sei als das Schöne.) Und es ist nicht verwunderlich, daß die tiefsten Probleme eigentlich *keine* Probleme sind.

4.0031 Alle Philosophie ist «Sprachkritik». (Allerdings nicht im Sinne Mauthners.) Russells Verdienst ist es, gezeigt zu haben, daß die scheinbare logische Form des Satzes nicht seine wirkliche sein muß.

4.01 Der Satz ist ein Bild der Wirklichkeit.

Der Satz ist ein Modell der Wirklichkeit, so wie wir sie uns denken.

lógico, etc., se introducirían siempre nuevos elementos —en coordinación.)

(El almacén lógico en torno a la figura determina el espacio lógico. La proposición atraviesa el espacio lógico entero.)

3.5 El signo proposicional usado, pensado, es el pensamiento.

4 El pensamiento es la proposición con sentido.

4.001 La totalidad de las proposiciones es el lenguaje.

4.002 El hombre posee la capacidad de construir lenguajes en los que cualquier sentido resulte expresable, sin tener la menor idea de cómo y qué significa cada palabra. Al igual que se habla sin saber cómo se producen los diferentes sonidos.

El lenguaje ordinario es una parte del organismo humano y no menos complicado que éste.

Es humanamente imposible extraer de él inmediatamente la lógica del lenguaje.

El lenguaje disfraza el pensamiento. Y de un modo tal, en efecto, que de la forma externa del ropaje no puede deducirse la forma del pensamiento disfrazado; porque la forma externa del ropaje está construida de cara a objetivos totalmente distintos que el de permitir reconocer la forma del cuerpo. Las convenciones tácitas para la comprensión del lenguaje ordinario son enormemente complicadas.

4.003 La mayor parte de las proposiciones e interrogantes que se han escrito sobre cuestiones filosóficas no son falsas, sino absurdas. De ahí que no podamos dar respuesta en absoluto a interrogantes de este tipo, sino sólo constatar su condición de absurdos. La mayor parte de los interrogantes y proposiciones de los filósofos estriban en nuestra falta de comprensión de nuestra lógica lingüística.

(Son del tipo del interrogante acerca de si lo bueno es más o menos idéntico que lo bello.)

Y no es de extrañar que los más profundos problemas *no* sean problema *alguno*.

4.0031 Toda filosofía es «crítica lingüística». (En todo caso, no en el sentido de Mauthner.) Mérito de Russell es haber mostrado que la forma aparente de la proposición no tiene por qué ser su forma real.

4.01 La proposición es una figura de la realidad.

La proposición es un modelo de la realidad tal como nos la pensamos.

- 4.011 Auf den ersten Blick scheint der Satz—wie er etwa auf dem Papier gedruckt steht—kein Bild der Wirklichkeit zu sein, von der er handelt. Aber auch die Notenschrift scheint auf den ersten Blick kein Bild der Musik zu sein, und unsere Lautzeichen-(Buchstaben-)Schrift kein Bild unserer Lautsprache. Und doch erweisen sich diese Zeichensprachen auch im gewöhnlichen Sinne als Bilder dessen, was sie darstellen.
- 4.012 Offenbar ist, daß wir einen Satz von der Form «aRb» als Bild empfinden. Hier ist das Zeichen offenbar ein Gleichnis des Bezeichneten.
- 4.013 Und wenn wir in das Wesentliche dieser Bildhaftigkeit eindringen, so sehen wir, daß dieselbe durch *scheinbare Unregelmäßigkeiten* (wie die Verwendung der  $\sharp$  und  $\flat$  in der Notenschrift) *nicht* gestört wird. Denn auch diese Unregelmäßigkeiten bilden das ab, was sie ausdrücken sollen; nur auf eine andere Art und Weise.
- 4.014 Die Grammophonplatte, der musikalische Gedanke, die Notenschrift, die Schallwellen, stehen alle in jener abbildenden internen Beziehung zueinander, die zwischen Sprache und Welt besteht. Ihnen allen ist der logische Bau gemeinsam. (Wie im Märchen die zwei Jünglinge, ihre zwei Pferde und ihre Lilien. Sie sind alle in gewissem Sinne Eins.)
- 4.0141 Daß es eine allgemeine Regel gibt, durch die der Musiker aus der Partitur die Symphonie entnehmen kann, durch welche man aus der Linie auf der Grammophonplatte die Symphonie und nach der ersten Regel wieder die Partitur ableiten kann, darin besteht eben die innere Ähnlichkeit dieser scheinbar so ganz verschiedenen Gebilde. Und jene Regel ist das Gesetz der Projektion, welches die Symphonie in die Notensprache projiziert. Sie ist die Regel der Übersetzung der Notensprache in die Sprache der Grammophonplatte.
- 4.015 Die Möglichkeit aller Gleichnisse, der ganzen Bildhaftigkeit unserer Ausdrucksweise, ruht in der Logik der Abbildung.
- 4.016 Um das Wesen des Satzes zu verstehen, denken wir an die Hieroglyphenschrift, welche die Tatsachen die sie beschreibt abbildet. Und aus ihr wurde die Buchstabenschrift, ohne das Wesentliche der Abbildung zu verlieren.

- 4.011 A primera vista parece que la proposición —tal como viene impresa sobre el papel— no es figura alguna de la realidad de la que trata. Pero tampoco la notación musical parece ser a primera vista figura alguna de la música, ni nuestra escritura fonética (el alfabeto), figura alguna de nuestro lenguaje hablado. Y, sin embargo, estos lenguajes sígnicos se revelan también en el sentido corriente como figuras de lo que representan.
- 4.012 Es evidente que sentimos una proposición de la forma «aRb» como figura. Aquí el signo es evidentemente un símil de lo designado.
- 4.013 Y si penetramos en lo esencial de este carácter figurativo, vemos que éste no es perturbado por *irregularidades aparentes* (como el uso del  $\sharp$  y del  $\flat$  en la notación musical). Porque también estas irregularidades figuran lo que han de expresar; sólo que de otro modo y manera.
- 4.014 El disco gramofónico, el pensamiento musical, la notación musical, las ondas sonoras, están todos entre sí en esa relación interna figurativa que se da entre lenguaje y mundo.  
A todos ellos les es común la factura lógica. (Como en la fábula, los dos jóvenes, sus dos caballos y sus lirios. En cierta medida todos son uno.)
- 4.0141 En que haya una regla general que permita al músico sacar la sinfonía de la partitura, que haga posible deducir la sinfonía del surco del disco gramofónico y deducir de nuevo la partitura según la primera regla, consiste precisamente la semejanza interna de cosas aparentemente tan distintas. Y dicha regla es la ley de la proyección, que proyecta la sinfonía en el lenguaje de la notación musical. Es la regla de la traducción del lenguaje de la notación musical al del disco gramofónico.
- 4.015 La posibilidad de todos los símiles, del carácter figurativo entero de nuestro modo de expresión, descansa en la lógica de la figuración.
- 4.016 Para comprender la esencia de la proposición pensemos en la escritura jeroglífica, que figura los hechos que describe.  
Y de ella, sin perder lo esencial de la figuración, surgió la escritura alfabética.

- 4.02 Dies sehen wir daraus, daß wir den Sinn des Satzzeichens verstehen, ohne daß er uns erklärt wurde.
- 4.021 Der Satz ist ein Bild der Wirklichkeit: Denn ich kenne die von ihm dargestellte Sachlage, wenn ich den Satz verstehe. Und den Satz verstehe ich, ohne daß mir sein Sinn erklärt wurde.
- 4.022 Der Satz *zeigt* seinen Sinn.  
Der Satz *zeigt*, wie es sich verhält, *wenn* er wahr ist. Und er *sagt*, daß es sich so verhält.
- 4.023 Die Wirklichkeit muß durch den Satz auf ja oder nein fixiert sein.  
Dazu muß sie durch ihn vollständig beschrieben werden. Der Satz ist die Beschreibung eines Sachverhaltes.  
Wie die Beschreibung einen Gegenstand nach seinen externen Eigenschaften, so beschreibt der Satz die Wirklichkeit nach ihren internen Eigenschaften.  
Der Satz konstruiert eine Welt mit Hilfe eines logischen Gerüsts und darum kann man am Satz auch sehen, wie sich alles Logische verhält, *wenn* er wahr ist. Man kann aus einem falschen Satz *Schlüsse ziehen*.
- 4.024 Einen Satz verstehen, heißt, wissen was der Fall ist, wenn er wahr ist.  
(Man kann ihn also verstehen, ohne zu wissen, ob er wahr ist.)  
Man versteht ihn, wenn man seine Bestandteile versteht.
- 4.025 Die Übersetzung einer Sprache in eine andere geht nicht so vor sich, daß man jeden *Satz* der einen in einen *Satz* der anderen übersetzt, sondern nur die Satzbestandteile werden übersetzt.  
(Und das Wörterbuch übersetzt nicht nur Substantiva, sondern auch Zeit-, Eigenschafts- und Bindewörter etc.; und es behandelt sie alle gleich.)
- 4.026 Die Bedeutungen der einfachen Zeichen (der Wörter) müssen uns erklärt werden, daß wir sie verstehen.  
Mit den Sätzen aber verständigen wir uns.
- 4.027 Es liegt im Wesen des Satzes, daß er uns einen *neuen* Sinn mitteilen kann.
- 4.03 Ein Satz muß mit alten Ausdrücken einen neuen Sinn mitteilen.  
Der Satz teilt uns eine Sachlage mit, also muß er *wesentlich*

- 4.02 Vemos esto porque comprendemos el sentido del signo proposicional sin que nos haya sido explicado.
- 4.021 La proposición es una figura de la realidad: pues conozco el estado de cosas representado por ella si comprendo la proposición. Y comprendo la proposición sin que me haya sido explicado su sentido.
- 4.022 La proposición *muestra* su sentido.  
La proposición *muestra* cómo se comportan las cosas *si* es verdadera. Y *dice que* se comportan así.
- 4.023 La realidad tiene que quedar fijada por la proposición en orden al sí o al no.  
Para ello ha de ser enteramente descrita por la misma. La proposición es la descripción de un estado de cosas.  
Al igual que la descripción describe un objeto atendiendo a sus propiedades externas, así la proposición describe la realidad atendiendo a sus propiedades internas.  
La proposición construye un mundo con ayuda de un armazón lógico, y por ello, puede verse en ella también cómo se comporta todo lo lógico, *si* es verdadera. De una proposición falsa cabe *extraer conclusiones*.
- 4.024 Comprender una proposición quiere decir saber lo que es el caso si es verdadera.  
(Cabe, pues, comprenderla sin saber si es verdadera.)  
Se la comprende si se comprenden sus partes integrantes.
- 4.025 En la traducción de un lenguaje a otro no se procede traduciendo cada *proposición* del primero a una *proposición* del segundo; se traducen sólo las partes integrantes de las proposiciones.  
(Y el diccionario no sólo traduce sustantivos, sino también verbos, adjetivos y conjunciones, etcétera; y los trata a todos por igual.)
- 4.026 Los significados de los signos simples (de las palabras) deben sernos explicados para que nos sea posible entenderlos. Pero con las proposiciones nos comprendemos.
- 4.027 Pertenece a la esencia de la proposición poder comunicarnos un sentido *nuevo*.
- 4.03 Una proposición debe comunicar un sentido nuevo con expresiones viejas.  
La proposición nos comunica un estado de cosas; tiene, pues, que estar *esencialmente* conectada con el estado de cosas.

mit der Sachlage zusammenhängen. Und der Zusammenhang ist eben, daß er ihr logisches Bild ist.

Der Satz sagt nur insoweit etwas aus, als er ein Bild ist.

4.03I Im Satz wird gleichsam eine Sachlage probeweise zusammengestellt.

Man kann geradezu sagen: statt, dieser Satz hat diesen und diesen Sinn; dieser Satz stellt diese und diese Sachlage dar.

4.03II Ein Name steht für ein Ding, ein anderer für ein anderes Ding und untereinander sind sie verbunden, so stellt das Ganze—wie ein lebendes Bild—den Sachverhalt vor.

4.0312 Die Möglichkeit des Satzes beruht auf dem Prinzip der Vertretung von Gegenständen durch Zeichen.

Mein Grundgedanke ist, daß die «logischen Konstanten» nicht vertreten. Daß sich die *Logik* der Tatsachen nicht vertreten läßt.

4.032 Nur insoweit ist der Satz ein Bild der Sachlage, als er logisch gegliedert ist.

(Auch der Satz «ambulo» ist zusammengesetzt, denn sein Stamm ergibt mit einer anderen Endung und seine Endung mit einem anderen Stamm einen anderen Sinn.)

4.04 Am Satz muß gerade soviel zu unterscheiden sein, als an der Sachlage die er darstellt. Die beiden müssen die gleiche logische (mathematische) Mannigfaltigkeit besitzen. (Vergleiche Hertz's Mechanik, über Dynamische Modelle.)

4.04I Diese mathematische Mannigfaltigkeit kann man natürlich nicht selbst wieder abbilden. Aus ihr kann man beim Abbilden nicht heraus.

4.04II Wollten wir z. B. das, was wir durch « $(x) fx$ » ausdrücken durch Vorsetzen eines Indexes vor « $fx$ » ausdrücken—etwa so: «Alg.  $fx$ », es würde nicht genügen—wir wüßten nicht, was verallgemeinert wurde. Wollten wir es durch einen Index « $\alpha$ » anzeigen—etwa so: « $f(x\alpha)$ »—es würde auch nicht genügen—wir wüßten nicht den Bereich der Allgemeinheitsbezeichnung.

Wollten wir es durch Einführung einer Marke in die Argumentstellen versuchen—etwa so: « $(A, A) . F(A, A)$ »—es würde nicht genügen—wir könnten die Identität der Variablen nicht feststellen. Usw.

Alle diese Bezeichnungsweisen genügen nicht, weil sie nicht die notwendige mathematische Mannigfaltigkeit haben.



Y la conexión es, precisamente, que ella es su figura lógica. La proposición sólo dice algo en la medida en que es una figura.

4.031 En la proposición, por así decirlo, se confecciona a modo de prueba un estado de cosas.

Cabe decir simplemente: en lugar de esta proposición tiene este y aquel sentido, esta proposición representa este y aquel estado de cosas.

4.0311 Un nombre está en lugar de una cosa, otro en lugar de otra y entre sí están unidos; así representa el todo —como una figura viva— el estado de cosas.

4.0312 La posibilidad de la proposición descansa sobre el principio de la representación de objetos por medio de signos.

Mi idea fundamental es que las «constantes lógicas» no representan nada. Que la *lógica* de los hechos no puede representarse.

4.032 Sólo en la medida en que está lógicamente articulada es la proposición una figura del estado de cosas.

(También la proposición «ambulo» es compuesta, porque su raíz con otra terminación y su terminación con otra raíz dan un sentido diferente.)

4.04 En la proposición tiene que poder distinguirse exactamente lo mismo que en el estado de cosas que representa.

Ambos deben poseer igual multiplicidad lógica (matemática). (Cf. la mecánica de Hertz sobre modelos dinámicos.)

4.041 Esta multiplicidad matemática, a su vez, no puede, naturalmente, ser figurada de nuevo. Al figurar no cabe salir de ella.

4.0411 Si quisiéramos, por ejemplo, expresar lo que expresamos mediante « $(x)fx$ » anteponiendo un índice a « $fx$ » —algo así como: «Gen. $fx$ »—, no bastaría, no sabríamos qué había sido generalizado. Si quisiéramos indicarlo mediante un índice « $\alpha$ » —algo así como: « $f(x^\alpha)$ »—, tampoco bastaría, no conoceríamos el ámbito del signo de generalidad.

Si quisiéramos intentarlo introduciendo una contraseña en los lugares argumentales —algo así como: « $(A, A) \cdot F(A, A)$ »—, no bastaría, no podríamos constatar la identidad de las variables. Etcétera.

Todos estos modos de designación no bastan porque no poseen la necesaria multiplicidad matemática.

- 4.0412 Aus demselben Grunde genügt die idealistische Erklärung des Sehens der räumlichen Beziehungen durch die «Raumbrille» nicht, weil sie nicht die Mannigfaltigkeit dieser Beziehungen erklären kann.
- 4.05 Die Wirklichkeit wird mit dem Satz verglichen.
- 4.06 Nur dadurch kann der Satz wahr oder falsch sein, indem er ein Bild der Wirklichkeit ist.
- 4.061 Beachtet man nicht, daß der Satz einen von den Tatsachen unabhängigen Sinn hat, so kann man leicht glauben, daß wahr und falsch gleichberechtigte Beziehungen von Zeichen und Bezeichnetem sind.  
Man könnte dann z. B. sagen, daß «p» auf die wahre Art bezeichnet, was «~p» auf die falsche Art, etc.
- 4.062 Kann man sich nicht mit falschen Sätzen, wie bisher mit wahren, verständigen? Solange man nur weiß, daß sie falsch gemeint sind. Nein! Denn, wahr ist ein Satz, wenn es sich so verhält, wie wir es durch ihn sagen; und wenn wir mit «p» ~p meinen, und es sich so verhält wie wir es meinen, so ist «p» in der neuen Auffassung wahr und nicht falsch.
- 4.0621 Daß aber die Zeichen «p» und «~ p» das gleiche sagen *können*, ist wichtig. Denn es zeigt, daß dem Zeichen « ~ » in der Wirklichkeit nichts entspricht.  
Daß in einem Satz die Verneinung vorkommt, ist noch kein Merkmal seines Sinnes (~ ~ p = p). Die Sätze «p» und «~ p» haben entgegengesetzten Sinn, aber es entspricht ihnen eine und dieselbe Wirklichkeit.
- 4.063 Ein Bild zur Erklärung des Wahrheitsbegriffes: Schwarzer Fleck auf weißem Papier; die Form des Fleckes kann man beschreiben, indem man für jeden Punkt der Fläche angibt, ob er weiß oder schwarz ist. Der Tatsache, daß ein Punkt schwarz ist, entspricht eine positive—der, daß ein Punkt weiß (nicht schwarz) ist, eine negative Tatsache. Bezeichne ich einen Punkt der Fläche (einen Frege'schen Wahrheitswert), so entspricht dies der Annahme, die zur Beurteilung aufgestellt wird, etc. etc.  
Um aber sagen zu können, ein Punkt sei schwarz oder weiß, muß ich vorerst wissen, wann man einen Punkt schwarz und wann man ihn weiß nennt; um sagen zu können: «p» ist wahr (oder falsch), muß ich bestimmt haben,

- 4.0412 Por la misma razón no basta la explicación idealista de la visión de las relaciones espaciales mediante las «gafas espaciales», porque no puede explicar la multiplicidad de estas relaciones.
- 4.05 La realidad es comparada con la proposición.
- 4.06 Sólo en la medida en que es una figura de la realidad puede la proposición ser verdadera o falsa.
- 4.061 Si no se repara en que la proposición tiene un sentido independiente de los hechos, puede creerse fácilmente que verdadero y falso son relaciones equiparables entre signo y designado.
- Cabría decir entonces, por ejemplo, que «p» designa de modo verdadero lo que «~p» de modo falso, etcétera.
- 4.062 ¿No es posible entenderse con proposiciones falsas como hasta ahora con verdaderas? Sólo mientras se sepa que son mentadas falsamente. ¡No! Porque una proposición es verdadera cuando las cosas se comportan como lo decimos con ella; y si con «p» mentamos «~p» y las cosas se comportan como lo mentamos, entonces «p» es, en la nueva concepción, verdadera y no falsa.
- 4.0621 Pero es importante que los signos «p» y «~p» *puedan decir lo mismo*. Porque ello muestra que en la realidad nada corresponde al signo «~».
- Que en una proposición aparezca la negación no es aún un rasgo característico de su sentido ( $\sim \sim p = p$ ).
- Las proposiciones «p» y «~p» tienen sentido opuesto, pero les corresponde una y la misma realidad.
- 4.063 Una imagen para explicar el concepto de verdad: mancha negra sobre papel blanco; es posible describir la forma de la mancha diciendo de cada punto de la superficie si es blanco o negro. Al hecho de que un punto sea negro le corresponde un hecho positivo; al de que un punto sea blanco (no negro), un hecho negativo. Si designo un punto de la superficie (un valor fregeano de verdad), ello corresponde al supuesto sentado para el enjuiciamiento, etcétera, etcétera.
- Pero para poder decir que un punto es negro o blanco, tengo que saber antes cuándo a un punto se le llama negro y cuándo se le llama blanco; para poder decir «p» es verdadero (o falso) tengo que haber determinado en qué circuns-

unter welchen Umständen ich «p» wahr nenne, und damit bestimme ich den Sinn des Satzes.

Der Punkt, an dem das Gleichnis hinkt, ist nun der: Wir können auf einen Punkt des Papiers zeigen, auch ohne zu wissen, was weiß und schwarz ist; einem Satz ohne Sinn aber entspricht gar nichts, denn er bezeichnet kein Ding (Wahrheitswert), dessen Eigenschaften etwa «falsch» oder «wahr» hießen; das Verbum eines Satzes ist nicht «ist wahr» oder «ist falsch» — wie Frege glaubte —, sondern das, was «wahr ist», muß das Verbum schon enthalten.

4.064 Jeder Satz muß *schon* einen Sinn haben; die Bejahung kann ihn ihm nicht geben, denn sie bejaht ja gerade den Sinn. Und dasselbe gilt von der Verneinung, etc.

4.064I Man könnte sagen: Die Verneinung bezieht sich schon auf den logischen Ort, den der verneinte Satz bestimmt. Der verneinende Satz bestimmt einen *anderen* logischen Ort als der verneinte.

Der verneinende Satz bestimmt einen logischen Ort mit Hilfe des logischen Ortes des verneinten Satzes, indem er jenen außerhalb diesem liegend beschreibt.

Daß man den verneinten Satz wieder verneinen kann, zeigt schon, daß das, was verneint wird, schon ein Satz und nicht erst die Vorbereitung zu einem Satze ist.

4.I Der Satz stellt das Bestehen und Nichtbestehen der Sachverhalte dar.

4.II Die Gesamtheit der wahren Sätze ist die gesamte Naturwissenschaft (oder die Gesamtheit der Naturwissenschaften).

4.III Die Philosophie ist keine der Naturwissenschaften.  
(Das Wort «Philosophie» muß etwas bedeuten, was über oder unter, aber nicht neben den Naturwissenschaften steht.)

4.II2 Der Zweck der Philosophie ist die logische Klärung der Gedanken.

Die Philosophie ist keine Lehre, sondern eine Tätigkeit. Ein philosophisches Werk besteht wesentlich aus Erläuterungen.

Das Resultat der Philosophie sind nicht «philosophische Sätze», sondern das Klarwerden von Sätzen.

Die Philosophie soll die Gedanken, die sonst, gleichsam, trübe und verschwommen sind, klar machen und scharf abgrenzen.

tancias llamo verdadero a «p», y con ello determino el sentido de la proposición.

He aquí el punto en el que cojea el símil: podemos señalar un punto del papel sin saber qué es blanco y qué es negro; pero a una proposición sin sentido no le corresponde nada, puesto que no designa cosa alguna (valor veritativo) cuyas propiedades pudieran llevar por nombre «falso» o «verdadero», pongamos por caso; el verbo de una proposición no es «es verdadero» o «es falso» —como creía Frege—, sino que lo que «es verdadero» debe contener ya el verbo.

4.064 Cualquier proposición ha de tener *ya* un sentido; la afirmación no puede dársele, puesto que es ella precisamente quien afirma el sentido. Y lo mismo vale para la negación, etcétera.

4.0641 Cabría decir: la negación se refiere ya al lugar lógico que determina la proposición negada. La proposición que niega determina *otro* lugar lógico que la negada.

La proposición que niega determina un lugar lógico con ayuda del lugar lógico de la proposición negada, en la medida en que describe éste como situado fuera de aquél.

Que pueda negarse de nuevo la proposición negada muestra ya que lo que es negado es ya una proposición y no sólo la preparación de una proposición.

4.1 La proposición representa el darse y no darse efectivos de los estados de cosas.

4.11 La totalidad de las proposiciones verdaderas es la ciencia natural entera (o la totalidad de las ciencias naturales).

4.111 La filosofía no es ninguna de las ciencias naturales. (La palabra «filosofía» ha de significar algo que está por arriba o por debajo, pero no junto a las ciencias naturales.)

4.112 El objetivo de la filosofía es la clarificación lógica de los pensamientos.

La filosofía no es una doctrina, sino una actividad.

Una obra filosófica consta esencialmente de aclaraciones.

El resultado de la filosofía no son «proposiciones filosóficas», sino el que las proposiciones lleguen a clarificarse. La filosofía debe clarificar y delimitar nítidamente los pensamientos, que de otro modo son, por así decirlo, turbios y borrosos.

- 4.1121 Die Psychologie ist der Philosophie nicht verwandter als irgendeine andere Naturwissenschaft. Erkenntnistheorie ist die Philosophie der Psychologie. Entspricht nicht mein Studium der Zeichensprache dem Studium der Denkprozesse, welches die Philosophen für die Philosophie der Logik für so wesentlich hielten? Nur verwickelten sie sich meistens in unwesentliche psychologische Untersuchungen und eine analoge Gefahr gibt es auch bei meiner Methode.
- 4.1122 Die Darwinsche Theorie hat mit der Philosophie nicht mehr zu schaffen als irgendeine andere Hypothese der Naturwissenschaft.
- 4.113 Die Philosophie begrenzt das bestreitbare Gebiet der Naturwissenschaft.
- 4.114 Sie soll das Denkbare abgrenzen und damit das Undenkbare. Sie soll das Undenkbare von innen durch das Denkbare begrenzen.
- 4.115 Sie wird das Unsagbare bedeuten, indem sie das Sagbare klar darstellt.
- 4.116 Alles was überhaupt gedacht werden kann, kann klar gedacht werden. Alles was sich aussprechen läßt, läßt sich klar aussprechen.
- 4.12 Der Satz kann die gesamte Wirklichkeit darstellen, aber er kann nicht das darstellen, was er mit der Wirklichkeit gemein haben muß, um sie darstellen zu können—die logische Form.  
Um die logische Form darstellen zu können, müßten wir uns mit dem Satze außerhalb der Logik aufstellen können, das heißt außerhalb der Welt.
- 4.121 Der Satz kann die logische Form nicht darstellen, sie spiegelt sich in ihm.  
Was sich in der Sprache spiegelt, kann sie nicht darstellen. Was *sich* in der Sprache ausdrückt, können *wir* nicht durch sie ausdrücken.  
Der Satz *zeigt* die logische Form der Wirklichkeit. Er weist sie auf.
- 4.1211 So zeigt ein Satz «fa», daß in seinem Sinn der Gegenstand a vorkommt, zwei Sätze «fa» und «ga», daß in ihnen beiden von demselben Gegenstand die Rede ist.  
Wenn zwei Sätze einander widersprechen, so zeigt dies ihre Struktur; ebenso, wenn einer aus dem anderen folgt. Usw.

- 4.1121 La psicología no tiene más parentesco con la filosofía que cualquier otra ciencia natural.  
La teoría del conocimiento es la filosofía de la psicología.  
¿Acaso no corresponde mi estudio del lenguaje sónico al estudio de los procesos de pensamiento que los filósofos consideraban tan esencial para la filosofía de la lógica? Sólo que la mayoría de las veces se enredaron en investigaciones psicológicas inesenciales, y un peligro análogo corre también mi método.
- 4.1122 La teoría darwinista no tiene que ver con la filosofía más que cualquier otra hipótesis de la ciencia natural.
- 4.113 La filosofía delimita el ámbito disputable de la ciencia natural.
- 4.114 Debe delimitar lo pensable y con ello lo impensable.  
Debe delimitar desde dentro lo impensable por medio de lo pensable.
- 4.115 Significará lo indecible en la medida en que representa claramente lo decible.
- 4.116 Cuanto puede siquiera ser pensado, puede ser pensado claramente. Cuanto puede expresarse, puede expresarse claramente.
- 4.12 La proposición puede representar la realidad entera, pero no puede representar lo que ha de tener en común con la realidad para poder representarla —la forma lógica.  
Para poder representar la forma lógica, deberíamos situarnos con la proposición fuera de la lógica, es decir, fuera del mundo.
- 4.121 La proposición no puede representar la forma lógica; ésta se refleja en ella.  
El lenguaje no puede representar lo que en él se refleja.  
Lo que *se* expresa en el lenguaje no podemos expresarlo *nosotros* a través de él.  
La proposición *muestra* la forma lógica de la realidad.  
La ostenta.
- 4.1211 Así una proposición «fa» muestra que en su sentido aparece el objeto a; dos proposiciones «fa» y «ga», que en ambas se habla del mismo objeto. El que dos proposiciones se contradigan entre sí lo muestra su estructura; de igual modo, el que una se siga de la otra. Etcétera.

- 4.1212 Was gezeigt werden *kann*, *kann* nicht gesagt werden.
- 4.1213 Jetzt verstehen wir auch unser Gefühl: daß wir im Besitze einer richtigen logischen Auffassung seien, wenn nur einmal alles in unserer Zeichensprache stimmt.
- 4.122 Wir können in gewissem Sinne von formalen Eigenschaften der Gegenstände und Sachverhalte bzw. von Eigenschaften der Struktur der Tatsachen reden und in demselben Sinne von formalen Relationen und Relationen von Strukturen. (Statt Eigenschaft der Struktur sage ich auch «interne Eigenschaft»; statt Relation der Strukturen «interne Relation».)  
Ich führe diese Ausdrücke ein, um den Grund der, bei den Philosophen sehr verbreiteten Verwechslung zwischen den internen Relationen und den eigentlichen (externen) Relationen zu zeigen.) Das Bestehen solcher interner Eigenschaften und Relationen kann aber nicht durch Sätze behauptet werden, sondern es zeigt sich in den Sätzen, welche jene Sachverhalte darstellen und von jenen Gegenständen handeln.
- 4.1221 Eine interne Eigenschaft einer Tatsache können wir auch einen Zug dieser Tatsache nennen. (In dem Sinn, in welchem wir etwa von Gesichtszügen sprechen.)
- 4.123 Eine Eigenschaft ist intern, wenn es undenkbar ist, daß ihr Gegenstand sie nicht besitzt. (Diese blaue Farbe und jene stehen in der internen Relation von heller und dunkler eo ipso. Es ist undenkbar, daß *diese* beiden Gegenstände nicht in dieser Relation stünden.)  
(Hier entspricht dem schwankenden Gebrauch der Worte «Eigenschaft» und «Relation» der schwankende Gebrauch des Wortes «Gegenstand».)
- 4.124 Das Bestehen einer internen Eigenschaft einer möglichen Sachlage wird nicht durch einen Satz ausgedrückt, sondern es drückt sich in dem sie darstellenden Satz, durch eine interne Eigenschaft dieses Satzes aus.  
Es wäre ebenso unsinnig, dem Satze eine formale Eigenschaft zuzusprechen, als sie ihm abzusprechen.
- 4.1241 Formen kann man nicht dadurch voneinander unterscheiden, daß man sagt, die eine habe diese, die andere aber jene Eigenschaft; denn dies setzt voraus, daß es einen Sinn habe, beide Eigenschaften von beiden Formen auszusagen.



- 4.1212 Lo que *puede* ser mostrado, no *puede* ser dicho.
- 4.1213 Ahora comprendemos también nuestro sentimiento: que estamos en posesión de una concepción lógica correcta sólo si en nuestro lenguaje sónico todo concuerda.
- 4.122 Podemos hablar, en cierto sentido, de propiedades formales de los objetos y estados de cosas o, respectivamente, de propiedades de la estructura de los hechos y, en el mismo sentido, de relaciones formales y relaciones de estructuras.
- (En lugar de propiedad de la estructura digo también «propiedad interna»; en lugar de relación de las estructuras, «relación interna».)
- Introduzco estas expresiones para mostrar la raíz de la confusión, muy extendida entre los filósofos, entre las relaciones internas y las relaciones genuinas [externas].)
- Pero el darse efectivo de tales propiedades y relaciones internas no puede ser afirmado mediante proposiciones, sino que se muestra en las proposiciones que representan aquellos estados de cosas y que tratan de aquellos objetos.
- 4.1221 A una propiedad interna de un hecho podemos llamarle también un rasgo de ese hecho. (En el sentido en que hablamos, por ejemplo, de rasgos faciales.)
- 4.123 Una propiedad es interna si resulta impensable que su objeto no la posea.
- (Este color azul y aquél están *eo ipso* en la relación interna de más claro y más oscuro. Es impensable que *estos* dos objetos no estuvieran en esa relación.)
- (Aquí corresponde al uso fluctuante de las palabras «propiedad» y «relación» el uso fluctuante de la palabra «objeto».)
- 4.124 El darse efectivo de una propiedad interna de un posible estado de cosas no viene expresado mediante una proposición, sino en la proposición que lo representa, por medio de una propiedad interna de la misma.
- Sería tan absurdo atribuir a la proposición una propiedad formal como negársela.
- 4.1241 No es posible diferenciar las formas unas de otras diciendo que ésta tiene tal propiedad y aquélla tal otra; porque esto presupone que tiene algún sentido enunciar ambas propiedades de ambas formas.

- 4.125 Das Bestehen einer internen Relation zwischen möglichen Sachlagen drückt sich sprachlich durch eine interne Relation zwischen den sie darstellenden Sätzen aus.
- 4.1251 Hier erledigt sich nun die Streitfrage «ob alle Relationen intern oder extern» seien.
- 4.1252 Reihen, welche durch *interne* Relationen geordnet sind, nenne ich Formenreihen.  
Die Zahlenreihe ist nicht nach einer externen, sondern nach einer internen Relation geordnet. Ebenso die Reihe der Sätze «aRb»,  
« $(\exists x): aRx.xRb$ »,  
« $(\exists x,y): aRx.xRy.yRb$ », u.s.f.  
(Steht b in einer dieser Beziehungen zu a, so nenne ich b einen Nachfolger von a.)
- 4.126 In dem Sinne, in welchem wir von formalen Eigenschaften sprechen, können wir nun auch von formalen Begriffen reden. (Ich führe diesen Ausdruck ein, um den Grund der Verwechslung der formalen Begriffe mit den eigentlichen Begriffen, welche die ganze alte Logik durchzieht, klar zu machen.) Daß etwas unter einen formalen Begriff als dessen Gegenstand fällt, kann nicht durch einen Satz ausgedrückt werden. Sondern es zeigt sich an dem Zeichen dieses Gegenstandes selbst. (Der Name zeigt, daß er einen Gegenstand bezeichnet, das Zahlenzeichen, daß es eine Zahl bezeichnet etc.) Die formalen Begriffe können ja nicht, wie die eigentlichen Begriffe, durch eine Funktion dargestellt werden. Denn ihre Merkmale, die formalen Eigenschaften, werden nicht durch Funktionen ausgedrückt. Der Ausdruck des formalen Begriffes also, ein Zug gewisser Symbole. Das Zeichen der Merkmale eines formalen Begriffes ist also ein charakteristischer Zug aller Symbole, deren Bedeutungen unter den Begriff fallen. Der Ausdruck des formalen Begriffes also, eine Satzvariable, in welcher nur dieser charakteristische Zug konstant ist.
- 4.127 Die Satzvariable bezeichnet den formalen Begriff und ihre Werte die Gegenstände, welche unter diesen Begriff fallen.
- 4.1271 Jede Variable ist das Zeichen eines formalen Begriffes. Denn jede Variable stellt eine konstante Form dar, welche alle ihre Werte besitzen, und die als formale Eigenschaft dieser Werte aufgefaßt werden kann.

- 4.125 El darse efectivo de una relación interna entre posibles estados de cosas se expresa lingüísticamente mediante una relación interna entre las proposiciones que los representan.
- 4.1251 Queda resuelta así la cuestión disputada de «si todas las relaciones son internas o externas».
- 4.1252 Llamo «series de formas» a las series que están ordenadas por relaciones *internas*.  
La serie de los números no está ordenada por una relación externa, sino por una relación interna. Igualmente la serie de las proposiciones «aRb»,  
« $(\exists x) : aRx.xRb$ »,  
« $(\exists x, y) : aRx.xRy.yRb$ », etcétera.  
(Si *b* está en una de estas relaciones con *a*, llamo a *b* un sucesor de *a*.)
- 4.126 En el sentido en el que hablamos de propiedades formales, podemos hablar ahora también de conceptos formales.  
(Introduzco esta expresión para clarificar la raíz de la confusión de los conceptos formales con los conceptos propios que cruza toda la vieja lógica.)  
Que algo caiga bajo un concepto formal como objeto suyo no puede ser expresado mediante una proposición. Sino que se muestra en el signo de ese mismo objeto. (El nombre muestra que designa un objeto; el signo numérico, que designa un número; etcétera.)  
Los conceptos formales, en efecto, no pueden ser representados, como los conceptos propios, por una función.  
Porque sus rasgos distintivos, las propiedades formales, no se expresan mediante funciones. La expresión del concepto formal es, pues, un rasgo de ciertos símbolos.  
El signo de los rasgos distintivos de un concepto formal es, pues, un rasgo característico de todos los símbolos cuyos significados caen bajo el concepto.  
Así pues, la expresión del concepto formal es una variable proposicional en la que sólo este rasgo característico es constante.
- 4.127 La variable proposicional designa el concepto formal, y sus valores, los objetos que caen bajo este concepto.
- 4.1271 Toda variable es el signo de un concepto formal. Porque cada variable representa una forma constante que poseen todos sus valores y que puede ser concebida como propiedad formal de estos valores.

- 4.1272 So ist der variable Name «x» das eigentliche Zeichen des Scheinbegriffes *Gegenstand*.  
 Wo immer das Wort «Gegenstand» («Ding», «Sache», etc.) richtig gebraucht wird, wird es in der Begriffsschrift durch den variablen Namen ausgedrückt.  
 Zum Beispiel in dem Satz «es gibt 2 Gegenstände, welche...» durch « $(\exists x,y)...$ ».  
 Wo immer es anders, also als eigentliches Begriffswort gebraucht wird, entstehen unsinnige Scheinsätze.  
 So kann man z. B. nicht sagen «Es gibt Gegenstände», wie man etwa sagt «Es gibt Bücher».  
 Und ebenso wenig «Es gibt 100 Gegenstände», oder «Es gibt x Gegenstände».  
 Und es ist unsinnig, von der *Anzahl aller Gegenstände* zu sprechen.  
 Dasselbe gilt von den Worten «Komplex», «Tatsache», «Funktion», «Zahl», etc.  
 Sie alle bezeichnen formale Begriffe und werden in der Begriffsschrift durch Variable, nicht durch Funktionen oder Klassen dargestellt. (Wie Frege und Russell glaubten.)  
 Ausdrücke wie «1 ist eine Zahl», «es gibt nur Eine Null» und ähnliche sind unsinnig.  
 (Es ist ebenso unsinnig zu sagen «es gibt nur eine 1» als es unsinnig wäre, zu sagen:  $2 + 2$  ist um 3 Uhr gleich 4.)
- 4.12721 Der formale Begriff ist mit einem Gegenstand, der unter ihn fällt, bereits gegeben. Man kann also nicht Gegenstände eines formalen Begriffes *und* den formalen Begriff selbst als Grundbegriffe einführen. Man kann also z. B. nicht den Begriff der Funktion, und auch spezielle Funktionen (wie Russell) als Grundbegriffe einführen; oder den Begriff der Zahl und bestimmte Zahlen.
- 4.1273 Wollen wir den allgemeinen Satz: «b ist ein Nachfolger von a» in der Begriffsschrift ausdrücken, so brauchen wir hierzu einen Ausdruck für das allgemeine Glied der Formenreihe:  $aRb, (\exists x): aRx.xRb, (\exists x,y): aRx.xRy.yRb, ...$  Das allgemeine Glied einer Formenreihe kann man nur durch eine Variable ausdrücken, denn der Begriff: Glied dieser Formenreihe, ist ein *formaler* Begriff. (Dies haben Frege und Russell übersehen; die Art und Weise wie sie allge-

4.1272 Así el nombre variable «x» es el signo genuino del pseudo-concepto *objeto*.

Siempre que la palabra «objeto» («cosa», etcétera) es usada correctamente, se expresa en la escritura conceptual mediante el nombre variable.

Por ejemplo, en la proposición «hay 2 objetos que...» mediante « $(\exists x, y)...$ ».

Siempre que se usa de otro modo, es decir, como palabra conceptual genuina, surgen pseudoproposiciones absurdas. Así, por ejemplo, no cabe decir «Hay objetos» como se dice, pongamos por caso, «Hay libros». Como tampoco «Hay 100 objetos» o «Hay x objetos».

Y es absurdo hablar del *número de todos los objetos*.

Igual vale para las palabras «complejo», «hecho», «función», «número», etcétera.

Todas ellas designan conceptos formales y se representan en la escritura conceptual mediante variables, no mediante funciones o clases. (Como creían Frege y Russell.)

Expresiones como «1 es un número», «sólo hay un cero» y similares son absurdas.

(Tan absurdo es decir «sólo hay un 1» como absurdo sería decir: « $2 \times 2$  es igual a 4 a las 3 horas».)

4.12721 El concepto formal viene ya dado con un objeto que cae bajo él. No cabe, pues, introducir objetos de un concepto formal y el concepto formal mismo como conceptos básicos. Así no cabe, por ejemplo, introducir el concepto de la función y también funciones especiales (al modo de Russell) como conceptos básicos; o el concepto de número y números determinados.

4.1273 Si queremos expresar la proposición general «b es un sucesor de a» en la escritura conceptual necesitamos una expresión para el miembro general de la serie de formas:

$aRb, (\exists x): aRx.xRb, (\exists x, y): aRx.xRy.yRb, \dots$

Sólo cabe expresar el miembro general de una serie de formas mediante una variable, porque el concepto: miembro de esta serie de formas, es un concepto *formal*. (Esto es algo que Frege y Russell pasaron por alto; de ahí la falsedad del modo y manera como quieren expresar proposiciones generales del tipo de las anteriores; ese modo y manera contiene un *circulus vitiosus*.)

meine Sätze, wie den obigen ausdrücken wollen, ist daher falsch; sie enthält einen *circulus vitiosus*.)

Wir können das allgemeine Glied der Formenreihe bestimmen, indem wir ihr erstes Glied angeben und die allgemeine Form der Operation, welche das folgende Glied aus dem vorhergehenden Satz erzeugt.

- 4.1274 Die Frage nach der Existenz eines formalen Begriffes ist unsinnig. Denn kein Satz kann eine solche Frage beantworten.

(Man kann also z. B. nicht fragen: «Gibt es unanalysierbare Subjekt-Prädikatsätze?»)

- 4.128 Die logischen Formen sind zahllos.

Darum gibt es in der Logik keine ausgezeichneten Zahlen und darum gibt es keinen philosophischen Monismus oder Dualismus, etc.

- 4.2 Der Sinn des Satzes ist seine Übereinstimmung, und Nicht-übereinstimmung mit den Möglichkeiten des Bestehens und Nichtbestehens der Sachverhalte.

- 4.21 Der einfachste Satz, der Elementarsatz, behauptet das Bestehen eines Sachverhaltes.

- 4.211 Ein Zeichen des Elementarsatzes ist es, daß kein Elementarsatz mit ihm in Widerspruch stehen kann.

- 4.22 Der Elementarsatz besteht aus Namen. Er ist ein Zusammenhang, eine Verkettung, von Namen.

- 4.221 Es ist offenbar, daß wir bei der Analyse der Sätze auf Elementarsätze kommen müssen, die aus Namen in unmittelbarer Verbindung bestehen.

Es fragt sich hier, wie kommt der Satzverband zustande.

- 4.2211 Auch wenn die Welt unendlich komplex ist, so daß jede Tatsache aus unendlich vielen Sachverhalten besteht und jeder Sachverhalt aus unendlich vielen Gegenständen zusammengesetzt ist, auch dann müßte es Gegenstände und Sachverhalte geben.

- 4.23 Der Name kommt im Satz nur im Zusammenhange des Elementarsatzes vor.

- 4.24 Die Namen sind die einfachen Symbole, ich deute sie durch einzelne Buchstaben («x», «y», «z») an. Den Elementarsatz schreibe ich als Funktion der Namen in der Form: «fx», «φ (x,y)», etc.

Oder ich deute ihn durch die Buchstaben p, q, r an.

Podemos determinar el miembro general de la serie de formas aduciendo su primer miembro y la forma general de la operación que genera el miembro siguiente a partir de la proposición precedente.

4.1274 La pregunta por la existencia de un concepto formal es absurda. Porque no hay proposición que pueda dar respuesta a tal pregunta.

(Así no cabe, por ejemplo, preguntar: «¿Hay proposiciones de sujeto-predicado inanalizables?».)

4.128 Las formas lógicas son *anuméricas*.

Por eso no hay en la lógica números prominentes, y por eso no hay monismo o dualismo filosóficos, etcétera.

4.2 El sentido de la proposición es su coincidencia y no coincidencia con las posibilidades del darse y no darse efectivos de los estados de cosas.

4.21 La proposición más sencilla, la proposición elemental, afirma el darse efectivo de un estado de cosas.

4.211 Un signo de la proposición elemental es que ninguna proposición elemental pueda entrar en contradicción con ella.

4.22 La proposición elemental consta de nombres. Es una trama, una concatenación de nombres.

4.221 Es manifiesto que en el análisis de las proposiciones hemos de llegar a proposiciones elementales que constan de nombres en conexión inmediata.

Se plantea aquí la cuestión de cómo se efectúa el nexo proposicional.

4.2211 Aunque el mundo sea infinitamente complejo, de modo que cada hecho conste de infinitos estados de cosas, y cada estado de cosas, de infinitos objetos, aun entonces tendría que haber objetos y estados de cosas.

4.23 El nombre aparece en la proposición sólo en la trama de la proposición elemental.

4.24 Los nombres son los símbolos simples; los denoto mediante letras sueltas («x», «y», «z»).

Escribo la proposición elemental como función de los nombres en la forma «fx», « $\varphi(x,y)$ », etcétera.

O la denoto mediante las letras p, q, r.

- 4.241 Gebrauche ich zwei Zeichen in ein und derselben Bedeutung, so drücke ich dies aus, indem ich zwischen beide das Zeichen «=» setze.  
«a=b» heißt also: das Zeichen «a» ist durch das Zeichen «b» ersetzbar.  
(Führe ich durch eine Gleichung ein neues Zeichen «b» ein, indem ich bestimme, es solle ein bereits bekanntes Zeichen «a» ersetzen, so schreibe ich die Gleichung—Definition—(wie Russell) in der Form «a=b Def.». Die Definition ist eine Zeichenregel.)
- 4.242 Ausdrücke von der Form «a = b» sind also nur Behelfe der Darstellung; sie sagen nichts über die Bedeutung der Zeichen «a», «b» aus.
- 4.243 Können wir zwei Namen verstehen, ohne zu wissen, ob sie dasselbe Ding oder zwei verschiedene Dinge bezeichnen?—Können wir einen Satz, worin zwei Namen vorkommen, verstehen, ohne zu wissen, ob sie Dasselbe oder Verschiedenes bedeuten?  
Kenne ich etwa die Bedeutung eines englischen und eines gleichbedeutenden deutschen Wortes, so ist es unmöglich, daß ich nicht weiß, daß die beiden gleichbedeutend sind; es ist unmöglich, daß ich sie nicht ineinander übersetzen kann.  
Ausdrücke wie «a=a», oder von diesen abgeleitete, sind weder Elementarsätze, noch sonst sinnvolle Zeichen. (Dies wird sich später zeigen.)
- 4.25 Ist der Elementarsatz wahr, so besteht der Sachverhalt; ist der Elementarsatz falsch, so besteht der Sachverhalt nicht.
- 4.26 Die Angabe aller wahren Elementarsätze beschreibt die Welt vollständig. Die Welt ist vollständig beschrieben durch die Angaben aller Elementarsätze plus der Angabe, welche von ihnen wahr und welche falsch sind.
- 4.27 Bezüglich des Bestehens und Nichtbestehens von n Sachverhalten gibt es

$$K_n = \sum_{v=0}^n \binom{n}{v} \quad \text{Möglichkeiten.}$$

Es können alle Kombinationen der Sachverhalte bestehen, die andern nicht bestehen.



- 4.241 Si uso dos signos en uno y el mismo significado, expreso esto colocando entre ambos el signo «=».  
«a=b» quiere decir, pues: el signo «a» es sustituible por el signo «b».  
(Si introduzco mediante una ecuación un nuevo signo «b», determinando que debe sustituir a un signo «a» ya conocido, escribo entonces la ecuación —definición— [como Russell] en la forma «a=b Def.». La definición es una regla signi-  
fica.)
- 4.242 Así pues, expresiones de la forma «a=b» no son sino admi-  
nículos de la representación; nada expresan sobre el signifi-  
cado de los signos «a», «b».
- 4.243 ¿Podemos comprender dos nombres sin saber si designan  
la misma cosa o dos cosas distintas? ¿Podemos comprender  
una proposición en la que aparecen dos nombres sin saber  
si significan lo mismo o algo diferente?  
Si conozco, por ejemplo, el significado de una palabra in-  
glesa y de una palabra alemana que signifique lo mismo,  
entonces es imposible que ignore que ambas significan lo  
mismo; es imposible que no pueda traducir una a otra.  
Expresiones como «a=a», o derivadas de éstas, no son ni  
proposiciones elementales ni signos con sentido. (Esto se  
mostrará después.)
- 4.25 Si la proposición elemental es verdadera, el estado de cosas  
se da efectivamente; si la proposición elemental es falsa, el  
estado de cosas no se da efectivamente.
- 4.26 La especificación de todas las proposiciones elementales  
verdaderas describe el mundo completamente. El mundo  
queda completamente descrito por la especificación de to-  
das las proposiciones elementales más la especificación de  
las que de ellas son verdaderas y de las que de ellas son  
falsas.
- 4.27 Respecto al darse y no darse efectivos de  $n$  estados de cosas  
hay

$$K_n = \sum_{v=0}^n \binom{n}{v} \quad \text{posibilidades.}$$

Pueden darse efectivamente todas las combinaciones de los  
estados de cosas y las otras no darse.

- 4.28 Diesen Kombinationen entsprechen ebenso viele Möglichkeiten der Wahrheit—und Falschheit—von  $n$  Elementarsätzen.
- 4.3 Die Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze bedeuten die Möglichkeiten des Bestehens und Nichtbestehens der Sachverhalte.
- 4.31 Die Wahrheitsmöglichkeiten können wir durch Schemata folgender Art darstellen («W» bedeutet «wahr», «F» «falsch». Die Reihen der «W» und «F» unter der Reihe der Elementarsätze bedeuten in leichtverständlicher Symbolik deren Wahrheitsmöglichkeiten):

p	q	r	p	q	p
W	W	W	W	W	W
F	W	W	F	W	F
W	F	W	W	F	
W	W	F	F	F	
F	F	W			
F	W	F			
W	F	F			
F	F	F			

- 4.4 Der Satz ist der Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze.
- 4.41 Die Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze sind die Bedingungen der Wahrheit und Falschheit der Sätze.
- 4.411 Es ist von vornherein wahrscheinlich, daß die Einführung der Elementarsätze für das Verständnis aller anderen Satzarten grundlegend ist. Ja, das Verständnis der allgemeinen Sätze hängt *fühlbar* von dem der Elementarsätze ab.
- 4.42 Bezüglich der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung eines Satzes mit den Wahrheitsmöglichkeiten von  $n$  Elementarsätzen gibt es

$$\sum_{K=0}^{K_n} \binom{K_n}{K} = L_n \text{ Möglichkeiten.}$$

4.28 A estas combinaciones corresponde el mismo número de posibilidades de verdad —y falsedad— de  $n$  proposiciones elementales.

4.3 Las posibilidades veritativas de las proposiciones elementales significan las posibilidades del darse y no darse efectivos de los estados de cosas.

4.31 Podemos representar las posibilidades veritativas mediante esquemas del tipo siguiente («V» significa «verdadero»; «F», «falso». Las series de «V» y de «F» bajo la serie de las proposiciones elementales significan en un simbolismo fácilmente comprensible sus posibilidades veritativas):

p	q	r	p	q	p
V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F
V	F	V	V	F	
V	V	F	F	F	
F	F	V			
F	V	F			
V	F	F			
F	F	F			

4.4 La proposición es la expresión de la coincidencia y no coincidencia con las posibilidades veritativas de las proposiciones elementales.

4.41 Las posibilidades veritativas de las proposiciones elementales son las condiciones de la verdad y falsedad de las proposiciones.

4.411 Es probable, en principio, que la introducción de las proposiciones elementales sea fundamental para la comprensión de todos los demás tipos de proposiciones. La comprensión de las proposiciones generales depende *palpablemente*, en efecto, de la de las proposiciones elementales.

4.42 Respecto de la coincidencia y no coincidencia de una proposición con las posibilidades veritativas de  $n$  proposiciones elementales hay

$$\sum_{K=0}^{K_n} \binom{K_n}{K} = L_n \text{ posibilidades.}$$

- 4.43 Die Übereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten können wir dadurch ausdrücken, indem wir ihnen im Schema etwa das Abzeichen «W» (wahr) zuordnen. Das Fehlen dieses Abzeichens bedeutet die Nichtübereinstimmung.
- 4.43<sup>I</sup> Der Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze drückt die Wahrheitsbedingungen des Satzes aus. Der Satz ist der Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen. (Frege hat sie daher ganz richtig als Erklärung der Zeichen seiner Begriffsschrift vorausgeschickt. Nur ist die Erklärung des Wahrheitsbegriffes bei Frege falsch: Wären «das Wahre» und «das Falsche» wirklich Gegenstände und die Argumente in  $\sim p$  etc., dann wäre nach Freges Bestimmung der Sinn von « $\sim p$ » keineswegs bestimmt.)
- 4.44 Das Zeichen, welches durch die Zuordnung jener Abzeichen «W» und der Wahrheitsmöglichkeiten entsteht, ist ein Satzzeichen.
- 4.44<sup>I</sup> Es ist klar, daß dem Komplex der Zeichen «F» und «W» kein Gegenstand (oder Komplex von Gegenständen) entspricht; so wenig wie den horizontalen und vertikalen Strichen oder den Klammern.—«Logische Gegenstände» gibt es nicht.
- Analogen gilt natürlich für alle Zeichen, die dasselbe ausdrücken wie die Schemata der «W» und «F».
- 4.44<sup>2</sup> Es ist z. B.:

p	q	
W	W	W
« F	W	W »
W	F	
F	F	W

ein Satzzeichen.

(Frege's «Urteilstrich» « $\vdash$ » ist logisch ganz bedeutungslos; er zeigt bei Frege (und Russell) nur an, daß diese Autoren die so bezeichneten Sätze für wahr halten. « $\vdash$ » gehört daher ebensowenig zum Satzgefüge, wie etwa die Nummer des Satzes. Ein Satz kann unmöglich von sich selbst aussagen, daß er wahr ist.)

4.43 Podemos expresar la coincidencia con las posibilidades veritativas adscribiéndoles en el esquema el distintivo «V» (verdadero), por ejemplo.

La falta de este distintivo significa la no coincidencia.

4.431 La expresión de la coincidencia y no coincidencia con las posibilidades veritativas de las proposiciones elementales expresa las condiciones veritativas de la proposición.

La proposición es la expresión de sus condiciones veritativas. (Por ello, Frege las antepuso con todo acierto como explicación de los signos de su escritura conceptual. Sólo que la explicación del concepto de verdad es falsa en Frege: si «lo verdadero» y «lo falso» fueran realmente objetos, y argumentos en  $\sim p$ , etcétera, entonces, según la determinación fregeana, el sentido de « $\sim p$ » no estaría en modo alguno determinado.)

4.44 El signo que surge de la correlación del citado distintivo «verdadero» y de las posibilidades veritativas es un signo proposicional.

4.441 Está claro que al complejo de los signos «F» y «V» no corresponde objeto (o complejo de objetos) alguno; como tampoco a los trazos horizontales y verticales o a los paréntesis. No hay «objetos lógicos».

Cosa análoga vale, naturalmente, para todos los signos que expresan lo mismo que los esquemas de «V» y «F».

4.442 Esto:

p	q	
V	V	V
« F	V	V »
V	F	
F	F	V

es, por ejemplo, un signo proposicional. (El «trazo judicativo» fregeano « $\vdash$ » carece lógicamente de todo significado; lo único que muestra en Frege [y Russell] es que estos autores tenían por verdaderas las proposiciones así designadas. De ahí que « $\vdash$ » no pertenezca a la trama proposicional, como tampoco el número de la proposición, pongamos por caso. Es imposible que una proposición diga de sí misma que es verdadera.)

Si la secuencia serial de las posibilidades veritativas viene de-

Ist die Reihenfolge der Wahrheitsmöglichkeiten im Schema durch eine Kombinationsregel ein für allemal festgesetzt, dann ist die letzte Kolonne allein schon ein Ausdruck der Wahrheitsbedingungen. Schreiben wir diese Kolonne als Reihe hin, so wird das Satzzeichen zu: «(WW-W) (p, q)» oder deutlicher «(WWFW) (p, q)». (Die Anzahl der Stellen in der linken Klammer ist durch die Anzahl der Glieder in der rechten bestimmt.)

4.45 Für  $n$  Elementarsätze gibt es  $L_n$  mögliche Gruppen von Wahrheitsbedingungen.

Die Gruppen von Wahrheitsbedingungen, welche zu den Wahrheitsmöglichkeiten einer Anzahl von Elementarsätzen gehören, lassen sich in eine Reihe ordnen.

4.46 Unter den möglichen Gruppen von Wahrheitsbedingungen gibt es zwei extreme Fälle.

In dem einen Fall ist der Satz für sämtliche Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze wahr. Wir sagen, die Wahrheitsbedingungen sind *tautologisch*.

Im zweiten Fall ist der Satz für sämtliche Wahrheitsmöglichkeiten falsch: Die Wahrheitsbedingungen sind *kontradiktorisch*.

Im ersten Fall nennen wir den Satz eine Tautologie, im zweiten Fall eine Kontradiktion.

4.46I Der Satz zeigt was er sagt, die Tautologie und die Kontradiktion, daß sie nichts sagen.

Die Tautologie hat keine Wahrheitsbedingungen, denn sie ist bedingungslos wahr; und die Kontradiktion ist unter keiner Bedingung wahr. Tautologie und Kontradiktion sind sinnlos. (Wie der Punkt von dem zwei Pfeile in entgegengesetzter Richtung auseinandergehen.)

(Ich weiß z. B. nichts über das Wetter, wenn ich weiß, daß es regnet oder nicht regnet.)

4.46II Tautologie und Kontradiktion sind aber nicht unsinnig; sie gehören zum Symbolismus, und zwar ähnlich wie die «0» zum Symbolismus der Arithmetik.

4.462 Tautologie und Kontradiktion sind nicht Bilder der Wirklichkeit. Sie stellen keine mögliche Sachlage dar. Denn jene läßt *jede* mögliche Sachlage zu, diese *keine*. In der Tautologie heben die Bedingungen der Übereinstimmung mit der Welt—die darstellenden Beziehungen—einander

terminada de una vez por todas en el esquema por una regla combinatoria, entonces la última columna no es sino una expresión de las condiciones veritativas. Si escribimos esta columna como serie, entonces el signo proposicional se convierte en: «(VV-V) (p, q)» o más claramente: «(VVFV) (p, q)». (El número de sitios en el paréntesis izquierdo viene determinado por el número de miembros en el derecho.)

4.45 Para  $n$  proposiciones elementales hay  $L_n$  grupos posibles de condiciones veritativas.

Los grupos de condiciones veritativas que pertenecen a las posibilidades veritativas de un número de proposiciones elementales pueden ordenarse en una serie.

4.46 Entre los grupos posibles de condiciones veritativas hay dos casos extremos.

En uno de ellos la proposición es verdadera para todas las posibilidades veritativas de las proposiciones elementales. Decimos que las condiciones veritativas son *tautológicas*.

En el segundo, la proposición es falsa para todas las posibilidades veritativas: las condiciones veritativas son *contradictorias*.

En el primer caso llamamos a la proposición una tautología, en el segundo, una contradicción.

4.461 La proposición muestra lo que dice; la tautología y la contradicción, que no dicen nada.

La tautología carece de posibilidades veritativas, dado que es incondicionalmente verdadera; y la contradicción no es verdadera en condición alguna.

Tautología y contradicción carecen de sentido.

(Como el punto del que parten dos flechas en dirección opuesta.)

(Nada sé, por ejemplo, sobre el tiempo si sé que llueve o no llueve.)

4.4611 Pero tautología y contradicción no son absurdas; pertenecen al simbolismo y ello de modo similar, ciertamente, a como el cero pertenece al simbolismo de la aritmética.

4.462 Tautología y contradicción no son figuras de la realidad. No representan ningún posible estado de cosas. Porque aquélla permite *cualquier* posible estado de cosas, ésta *ninguno*. En la tautología las condiciones de coincidencia con el mundo —las relaciones representativas— se neutralizan

auf, so daß sie in keiner darstellenden Beziehung zur Wirklichkeit steht.

4.463 Die Wahrheitsbedingungen bestimmen den Spielraum, der den Tatsachen durch den Satz gelassen wird.

(Der Satz, das Bild, das Modell, sind im negativen Sinne wie ein fester Körper, der die Bewegungsfreiheit der anderen beschränkt; im positiven Sinne, wie der von fester Substanz begrenzte Raum, worin ein Körper Platz hat.)

Die Tautologie läßt der Wirklichkeit den ganzen—unendlichen—logischen Raum; die Kontradiktion erfüllt den ganzen logischen Raum und läßt der Wirklichkeit keinen Punkt. Keine von beiden kann daher die Wirklichkeit irgendwie bestimmen.

4.464 Die Wahrheit der Tautologie ist gewiß, des Satzes möglich, der Kontradiktion unmöglich. (Gewiß, möglich, unmöglich: Hier haben wir das Anzeichen jener Gradation, die wir in der Wahrscheinlichkeitslehre brauchen.)

4.465 Das logische Produkt einer Tautologie und eines Satzes sagt dasselbe, wie der Satz. Also ist jenes Produkt identisch mit dem Satz. Denn man kann das Wesentliche des Symbols nicht ändern, ohne seinen Sinn zu ändern.

4.466 Einer bestimmten logischen Verbindung von Zeichen entspricht eine bestimmte logische Verbindung ihrer Bedeutungen; *jede beliebige* Verbindung entspricht nur den unverbundenen Zeichen.

Das heißt, Sätze die für jede Sachlage wahr sind, können überhaupt keine Zeichenverbindungen sein, denn sonst könnten ihnen nur bestimmte Verbindungen von Gegenständen entsprechen. (Und keiner logischen Verbindung entspricht *keine* Verbindung der Gegenstände.)

Tautologie und Kontradiktion sind die Grenzfälle der Zeichenverbindung, nämlich ihre Auflösung.

4.4661 Freilich sind auch in der Tautologie und Kontradiktion die Zeichen noch miteinander verbunden, d. h. sie stehen in Beziehungen zu einander, aber diese Beziehungen sind bedeutungslos, dem *Symbol* unwesentlich.

4.5 Nun scheint es möglich zu sein, die allgemeinste Satzform anzugeben: das heißt, eine Beschreibung der Sätze *irgendeiner* Zeichensprache zu geben, so daß jeder mögliche Sinn durch ein Symbol, auf welches die Beschreibung



entre sí, de modo que no está en relación representativa alguna con la realidad.

4.463 Las condiciones veritativas determinan el espacio de juego que les es dejado a los hechos por la proposición.

(La proposición, la figura, el modelo, son, en sentido negativo, como un cuerpo sólido que limita la libertad de movimiento de los demás; en sentido positivo, como el espacio limitado por substancia sólida, en el que un cuerpo ocupa un lugar.) La tautología deja a la realidad el espacio lógico entero —infinito—; la contradicción llena todo el espacio lógico y no deja a la realidad punto alguno. De ahí que ninguna de las dos pueda determinar en modo alguno la realidad.

4.464 La verdad de la tautología es cierta; la de la proposición, posible; la de la contradicción, imposible.

(Cierto, posible, imposible: he ahí los distintivos de la graduación que necesitamos en la teoría de la probabilidad.)

4.465 El producto lógico de una tautología y una proposición dice lo mismo que la proposición. Tal producto es, pues, idéntico a la proposición. Porque no cabe modificar lo esencial del símbolo sin modificar su sentido.

4.466 A una determinada conexión lógica de signos corresponde una determinada conexión lógica de sus significados; sólo a los signos inconexos corresponde una conexión *arbitraria cualquiera*.

Esto quiere decir que proposiciones que son verdaderas para cualquier estado de cosas no pueden ser en absoluto conexiones de signos, porque de lo contrario sólo podrían corresponderles determinadas conexiones de objetos. (Y a ninguna conexión lógica corresponde *ninguna* conexión de los objetos.)

Tautología y contradicción son los casos límites de la conexión signíca, es decir, su disolución.

4.4661 Por supuesto que también en la tautología y en la contradicción los signos están aún unidos unos a otros, es decir, en relación mutua; pero estas relaciones carecen de significado, son inesenciales al símbolo.

4.5 Ahora parece posible dar la forma más general de la proposición: es decir, dar una descripción de las proposiciones de *cualquier* lenguaje signíco, de modo que cualquier posible sentido pueda ser expresado mediante un símbolo al que con-

paßt, ausgedrückt werden kann, und daß jedes Symbol, worauf die Beschreibung paßt, einen Sinn ausdrücken kann, wenn die Bedeutungen der Namen entsprechend gewählt werden.

Es ist klar, daß bei der Beschreibung der allgemeinsten Satzform *nur* ihr Wesentliches beschrieben werden darf,—sonst wäre sie nämlich nicht die allgemeinste.

Daß es eine allgemeine Satzform gibt, wird dadurch bewiesen, daß es keinen Satz geben darf, dessen Form man nicht hätte voraussehen (d. h. konstruieren) können. Die allgemeine Form des Satzes ist: Es verhält sich so und so.

4.51 Angenommen, mir wären *alle* Elementarsätze gegeben: Dann läßt sich einfach fragen: welche Sätze kann ich aus ihnen bilden. Und das sind *alle* Sätze und *so* sind sie begrenzt.

4.52 Die Sätze sind alles, was aus der Gesamtheit aller Elementarsätze folgt (natürlich auch daraus, daß es die *Gesamtheit aller* ist). (So könnte man in gewissem Sinne sagen, daß *alle* Sätze Verallgemeinerungen der Elementarsätze sind.)

4.53 Die allgemeine Satzform ist eine Variable.

5 Der Satz ist eine Wahrheitsfunktion der Elementarsätze. (Der Elementarsatz ist eine Wahrheitsfunktion seiner selbst.)

5.01 Die Elementarsätze sind die Wahrheitsargumente des Satzes.

5.02 Es liegt nahe, die Argumente von Funktionen mit den Indices von Namen zu verwechseln. Ich erkenne nämlich sowohl am Argument wie am Index die Bedeutung des sie enthaltenden Zeichens.

In Russell's «+<sub>c</sub>» ist z.B. «c» ein Index, der darauf hinweist, daß das ganze Zeichen das Additionszeichen für Kardinalzahlen ist. Aber diese Bezeichnung beruht auf willkürlicher Übereinkunft und man könnte statt «+<sub>c</sub>» auch ein einfaches Zeichen wählen; in «~p» aber ist «p» kein Index, sondern ein Argument: der Sinn von «~p» *kann nicht* verstanden werden, ohne daß vorher der Sinn von «p» verstanden worden wäre. (Im Namen Julius Cäsar ist «Julius» ein Index. Der Index ist immer ein Teil einer Beschreibung des Gegenstandes, dessen Namen wir

venga la descripción, y que cualquier símbolo al que convenga la descripción pueda expresar un sentido si los significados de los nombres son escogidos adecuadamente.

Está claro que en la descripción de la forma más general de la proposición *sólo* puede ser descrito lo esencial de ella; de lo contrario no sería, ciertamente, la más general.

Que haya una forma general de la proposición es cosa que viene probada por el hecho de que no puede haber proposición alguna cuya forma no hubiera podido ser prevista (esto es, construida). La forma general de la proposición es: las cosas se comportan de tal y tal modo.

4.51 En el supuesto de que me fueran dadas *todas* las proposiciones elementales: entonces cabría preguntar simplemente: qué proposiciones puedo formar con ellas. Y éstas son *todas* las proposiciones, y *así* vienen delimitadas.

4.52 Las proposiciones son todo lo que se sigue de la totalidad de todas las proposiciones elementales (naturalmente también del hecho de que se trata de la *totalidad de todas*). (De ahí que, en cierto sentido, quepa decir que *todas* las proposiciones son generalizaciones de las proposiciones elementales.)

4.53 La forma general de la proposición es una variable.

5 La proposición es una función veritativa de las proposiciones elementales.

(La proposición elemental es una función veritativa de sí misma.)

5.01 Las proposiciones elementales son los argumentos veritativos de la proposición.

5.02 Hay una tendencia a confundir los argumentos de funciones con los índices de nombres. Reconozco, en efecto, tanto en el argumento como en el índice el significado del signo que los contiene.

En el «+<sub>c</sub>» de Russell, por ejemplo, «c» es un índice que indica que el signo entero es el signo de adición para números cardinales. Pero esta designación descansa sobre una convención arbitraria, y en lugar de «+<sub>c</sub>» cabría escoger también un signo simple; en «~p», sin embargo, «p» no es índice sino un argumento: el sentido de «~p» *no puede* ser comprendido sin que antes haya sido comprendido el sentido de «p». (En el nombre Julio César, «Julio» es un índice. El índice es siempre una parte de una descripción del

ihn anhängen. Z. B. *Der Cäsar* aus dem Geschlechte der Julier.)

Die Verwechslung von Argument und Index liegt, wenn ich mich nicht irre, der Theorie Frege's von der Bedeutung der Sätze und Funktionen zugrunde. Für Frege waren die Sätze der Logik Namen, und deren Argumente die Indices dieser Namen.

5.1 Die Wahrheitsfunktionen lassen sich in Reihen ordnen.

Das ist die Grundlage der Wahrscheinlichkeitslehre.

5.101 Die Wahrheitsfunktionen jeder Anzahl von Elementarsätzen lassen sich in einem Schema folgender Art hinschreiben:

(W W W W) (p, q)	Tautologie	(Wenn p, so p; und wenn q, so q.) $(p \supset p. q \supset q)$
(F W W W) (p, q)	in Worten:	Nicht beides p und q. $(\sim (p. q))$
(W F W W) (p, q)	»	Wenn q, so p. $(q \supset p)$
(W W F W) (p, q)	»	Wenn p, so q. $(p \supset q)$
(W W W F) (p, q)	»	p oder q. $(p \vee q)$
(F F W W) (p, q)	»	Nicht q. $(\sim q)$
(F W F W) (p, q)	»	Nicht p. $(\sim p)$
(F W W F) (p, q)	»	p, oder q, aber nicht beide. $(p. \sim q : \vee : q. \sim p)$
(W F F W) (p, q)		Wenn p, so q; und wenn q, so <u>p</u> . $(p \equiv q)$
(W F W F) (p, q)	»	p
(W W F F) (p, q)	»	q
(F F F W) (p, q)	»	Weder p noch q. $(\sim p. \sim q)$ oder $(p \mid q)$
(F F W F) (p, q)	»	p und nicht q. $(p. \sim q)$
(F W F F) (p, q)	»	q und nicht p. $(q. \sim p)$
(W F F F) (p, q)	»	q und p. $(q. p)$
(F F F F) (p, q)	Kontradiktion	(p und nicht p; und q und nicht q.) $(p. \sim p. q. \sim q)$

Diejenigen Wahrheitsmöglichkeiten seiner Wahrheitsargumente, welche den Satz bewahrheiten, will ich seine *Wahrheitsgründe* nennen.

5.11 Sind die Wahrheitsgründe, die einer Anzahl von Sätzen gemeinsam sind, sämtlich auch Wahrheitsgründe eines be-

objeto, a cuyo nombre lo adjuntamos. Por ejemplo, *el César del linaje de los Julios.*)

Si no me equivoco, la confusión de argumento e índice subyace a la teoría fregeana del significado de las proposiciones y funciones. Para Frege, las proposiciones de la lógica eran nombres, y sus argumentos, los índices de estos nombres.

5.1 Las funciones veritativas pueden ordenarse en series.

Éste es el fundamento de la teoría de la probabilidad.

5.101 Las funciones veritativas de un número cualquiera de proposiciones elementales pueden escribirse en un esquema del tipo siguiente:

(V V V V) (p, q)	Tautología	(Si p, entonces p; y si q, entonces q.) ( $p \supset p, q \supset q$ )
(F V V V) (p, q)	en palabras:	No ambas p y q. [ $\sim (p, q)$ ]
(V F V V) (p, q)	»	Si q, entonces p. ( $q \supset p$ )
(V V F V) (p, q)	»	Si p, entonces q. ( $p \supset q$ )
(V V V F) (p, q)	»	$p$ o $q$ . ( $p \vee q$ )
(F F V V) (p, q)	»	No q. ( $\sim q$ )
(F V F V) (p, q)	»	No p. ( $\sim p$ )
(F V V F) (p, q)	»	p, o q, pero no ambas. ( $p, \sim q; \vee; q, \sim p$ )
(V F F V) (p, q)	»	Si p, entonces q; y si q, entonces p. ( $p \equiv q$ )
(V F V F) (p, q)	»	p
(V V F F) (p, q)	»	q
(F F F V) (p, q)	»	Ni p ni q. ( $\sim p, \sim q$ ) o ( $p \mid q$ )
(F F V F) (p, q)	»	p y no q. ( $p, \sim q$ )
(F V F F) (p, q)	»	q y no p. ( $q, \sim p$ )
(V F F F) (p, q)	»	q y p. ( $q, p$ )
(F F F F) (p, q)	Contradicción	(p y no p; y q y no q.) ( $p, \sim p, q, \sim q$ )

A las posibilidades veritativas de los argumentos veritativos que hacen verdadera la proposición las llamo sus *fundamentos veritativos*.

5.11 Si todos los fundamentos veritativos que son comunes a un número de proposiciones son, al mismo tiempo, fundamentos veritativos de una determinada proposición, entonces

stimmten Satzes, so sagen wir, die Wahrheit dieses Satzes folge aus der Wahrheit jener Sätze.

5.12 Insbesondere folgt die Wahrheit eines Satzes «p» aus der Wahrheit eines anderen «q», wenn alle Wahrheitsgründe des zweiten Wahrheitsgründe des ersten sind.

5.121 Die Wahrheitsgründe des einen sind in denen des anderen enthalten; p folgt aus q.

5.122 Folgt p aus q, so ist der Sinn von «p» im Sinne von «q» enthalten.

5.123 Wenn ein Gott eine Welt erschafft, worin gewisse Sätze wahr sind, so schafft er damit auch schon eine Welt, in welcher alle ihre Folgesätze stimmen. Und ähnlich könnte er keine Welt schaffen, worin der Satz «p» wahr ist, ohne seine sämtlichen Gegenstände zu schaffen.

5.124 Der Satz bejaht jeden Satz, der aus ihm folgt.

5.1241 «p.q» ist einer der Sätze, welche «p» bejahen und zugleich einer der Sätze, welche «q» bejahen. Zwei Sätze sind einander entgegengesetzt, wenn es keinen sinnvollen Satz gibt, der sie beide bejaht.

Jeder Satz der einem anderen widerspricht, verneint ihn.

5.13 Daß die Wahrheit eines Satzes aus der Wahrheit anderer Sätze folgt, erschen wir aus der Struktur der Sätze.

5.131 Folgt die Wahrheit eines Satzes aus der Wahrheit anderer, so drückt sich dies durch Beziehungen aus, in welchen die Formen jener Sätze zu einander stehen; und zwar brauchen wir sie nicht erst in jene Beziehungen zu setzen, indem wir sie in einem Satz miteinander verbinden, sondern diese Beziehungen sind intern und bestehen, sobald, und dadurch, daß jene Sätze bestehen.

5.1311 Wenn wir von  $p \vee q$  und  $\sim p$  auf  $q$  schließen, so ist hier durch die Bezeichnungsweise die Beziehung der Satzformen von « $p \vee q$ » und « $\sim p$ » verhüllt. Schreiben wir aber z.B. statt « $p \vee q$ » « $p \mid q$  .i.  $p \mid q$ » und statt « $\sim p$ » « $\text{plp}$ » ( $\text{plq}$  = weder  $p$ , noch  $q$ ), so wird der innere Zusammenhang offenbar.

(Daß man aus  $(x).fx$  auf  $fa$  schließen kann, das zeigt, daß die Allgemeinheit auch im Symbol « $(x). fx$ » vorhanden ist.)

5.132 Folgt p aus q, so kann ich von q auf p schliessen; p aus q folgern.

decimos que la verdad de ésta se sigue de la verdad de aquéllas.

5.12 En particular, la verdad de una proposición «p» se sigue de la verdad de otra «q», si todos los fundamentos veritativos de la segunda lo son también de la primera.

5.121 Los fundamentos veritativos de una vienen contenidos en los de la otra; p se sigue de q.

5.122 Si p se sigue de q, entonces el sentido de «p» viene contenido en el sentido de «q».

5.123 Si un dios crea un mundo en el que determinadas proposiciones son verdaderas, con ello crea también ya un mundo en el que todas las proposiciones que se siguen de ellas son correctas. Y, de modo similar, no podría crear un mundo en el que la proposición «p» fuera verdadera sin crear todos sus objetos.

5.124 La proposición afirma cualquier proposición que se siga de ella.

5.1241 «p.q» es una de las proposiciones que afirman «p» y, a la vez, una de las proposiciones que afirman «q».

Dos proposiciones se oponen entre sí si no hay una proposición con sentido que afirme ambas.

Cualquier proposición que contradiga a otra la niega.

5.13 Que la verdad de una proposición se sigue de la verdad de otras proposiciones es cosa que percibimos a partir de la estructura de las proposiciones.

5.131 Si la verdad de una proposición se sigue de la verdad de otras, esto se expresa mediante relaciones en las que están las formas de aquellas proposiciones; y, ciertamente, no necesitamos ponerlas antes en aquellas relaciones, uniéndolas entre sí en una proposición, sino que estas relaciones son internas y se dan efectivamente tan pronto como aquellas proposiciones se dan efectivamente, y por ello.

5.1311 Si de  $p \vee q$  y  $\sim p$  deducimos q, la relación de las formas proposicionales de « $p \vee q$ » y « $\sim p$ » queda oculta por el modo de designación. Pero si en lugar de « $p \vee q$ » escribimos, por ejemplo, « $p \mid q$  .l.  $p \mid q$ », y en lugar de « $\sim p$ » escribimos « $p \mid p$ » ( $p \mid q = \text{ni } p, \text{ ni } q$ ), entonces se hace evidente la trama interna. (Que de  $(x).fx$  pueda deducirse fa, muestra que la generalidad está presente también en el símbolo « $(x).fx$ ».)

5.132 Si p se sigue de q, entonces puedo deducir p de q; inferir p de q.

Die Art des Schlusses ist allein aus den beiden Sätzen zu entnehmen.

Nur sie selbst können den Schluß rechtfertigen. «Schlußgesetze», welche—wie bei Frege und Russell—die Schlüsse rechtfertigen sollen, sind sinnlos, und wären überflüssig.

5.133 Alles Folgern geschieht a priori.

5.134 Aus einem Elementarsatz läßt sich kein anderer folgern.

5.135 Auf keine Weise kann aus dem Bestehen irgendeiner Sachlage auf das Bestehen einer, von ihr gänzlich verschiedenen Sachlage geschlossen werden.

5.136 Einen Kausalnexus, der einen solchen Schluß rechtfertigt, gibt es nicht.

5.1361 Die Ereignisse der Zukunft *können* wir nicht aus den gegenwärtigen erschließen.

Der Glaube an den Kausalnexus ist der *Aberglaube*.

5.1362 Die Willensfreiheit besteht darin, daß zukünftige Handlungen jetzt nicht gewußt werden können. Nur dann könnten wir sie wissen, wenn die Kausalität eine *innere* Notwendigkeit wäre, wie die des logischen Schlusses. Der Zusammenhang von Wissen und Gewußtem, ist der der logischen Notwendigkeit.

(«A weiß, daß p der Fall ist» ist sinnlos, wenn p eine Tautologie ist.)

5.1363 Wenn daraus, daß ein Satz uns einleuchtet, nicht *folgt*, daß er wahr ist, so ist das Einleuchten auch keine Rechtfertigung für unseren Glauben an seine Wahrheit.

5.14 Folgt ein Satz aus einem anderen, so sagt dieser mehr als jener, jener weniger als dieser.

5.141 Folgt p aus q und q aus p, so sind sie ein und derselbe Satz.

5.142 Die Tautologie folgt aus allen Sätzen: sie sagt Nichts.

5.143 Die Kontradiktion ist das Gemeinsame der Sätze, was *kein* Satz mit einem anderen gemein hat. Die Tautologie ist das Gemeinsame aller Sätze, welche nichts miteinander gemein haben.

Die Kontradiktion verschwindet sozusagen ausserhalb, die Tautologie innerhalb aller Sätze.

Die Kontradiktion ist die äußere Grenze der Sätze, die Tautologie ist substanzloser Mittelpunkt.



El tipo de deducción sólo puede obtenerse sacándolo de ambas proposiciones.

Sólo ellas mismas pueden justificar la deducción.

«Leyes deductivas» que —como en Frege y Russell— tienen que justificar las deducciones, carecen de sentido y serían superfluas.

5.133 Todo inferir sucede a priori.

5.134 De una proposición elemental no puede inferirse ninguna otra.

5.135 Del darse efectivo de un estado de cosas cualquiera no se puede, en modo alguno, deducir el darse efectivo de otro enteramente distinto.

5.136 No hay un nexo causal que justifique tal deducción.

5.1361 No *podemos* inferir los acaecimientos del futuro a partir de los actuales.

La creencia en el nexo causal es la *superstición*.

5.1362 La libertad de la voluntad consiste en que acciones futuras no pueden conocerse ahora. Sólo podríamos conocerlas de ser la causalidad una necesidad *interna* como la de la deducción lógica. —La conexión entre saber y sabido es la de la necesidad lógica.

(«A sabe que p es el caso» carece de sentido si p es una tautología.)

5.1363 Si del hecho de que una proposición nos resulte evidente no *se sigue* que es verdadera, entonces la evidencia tampoco es justificación alguna para nuestra creencia en su verdad.

5.14 Si una proposición se sigue de otra, entonces ésta dice más que aquélla, aquélla menos que ésta.

5.141 Si p se sigue de q y q de p, entonces son una y la misma proposición.

5.142 La tautología se sigue de todas las proposiciones: no dice nada.

5.143 La contradicción es lo común de las proposiciones que *ninguna* proposición tiene en común con otra. La tautología es lo común de todas las proposiciones que nada tienen en común entre sí.

La contradicción, por así decirlo, desaparece fuera, la tautología, dentro de todas las proposiciones.

La contradicción es el límite externo de las proposiciones, la tautología es su centro insustancial.

- 5.15 Ist  $W_r$  die Anzahl der Wahrheitsgründe des Satzes «r»,  $W_s$  die Anzahl derjenigen Wahrheitsgründe des Satzes «s», die zugleich Wahrheitsgründe von «r» sind, dann nennen wir das Verhältnis:  $W_s: W_r$  das Maß der *Wahrscheinlichkeit*, welche der Satz «r» dem Satz «s» gibt.
- 5.151 Sei in einem Schema wie dem obigen in No. 5.101  $W_r$  die Anzahl der «W» im Satze r;  $W_s$  die Anzahl derjenigen «W» im Satze s, die in gleichen Kolonnen mit «W» des Satzes r stehen. Der Satz r gibt dann dem Satze s die Wahrscheinlichkeit:  $W_s: W_r$ .
- 5.1511 Es gibt keinen besonderen Gegenstand, der den Wahrscheinlichkeitssätzen eigen wäre.
- 5.152 Sätze, welche keine Wahrheitsargumente mit einander gemein haben, nennen wir von einander unabhängig.  
Zwei Elementarsätze geben einander die Wahrscheinlichkeit  $1/2$ .  
Folgt p aus q, so gibt der Satz «q» dem Satz «p» die Wahrscheinlichkeit 1. Die Gewißheit des logischen Schlusses ist ein Grenzfall der Wahrscheinlichkeit.  
(Anwendung auf Tautologie und Kontradiktion.)
- 5.153 Ein Satz ist an sich weder wahrscheinlich noch unwahrscheinlich. Ein Ereignis trifft ein, oder es trifft nicht ein, ein Mittelding gibt es nicht.
- 5.154 In einer Urne seien gleichviel weiße und schwarze Kugeln (und keine anderen). Ich ziehe eine Kugel nach der anderen und lege sie wieder in die Urne zurück. Dann kann ich durch den Versuch feststellen, daß sich die Zahlen der gezogenen schwarzen und weißen Kugeln bei fortgesetztem Ziehen einander nähern.  
*Das* ist also kein mathematisches Faktum.  
Wenn ich nun sage: Es ist gleich wahrscheinlich, daß ich eine weiße Kugel wie eine schwarze ziehen werde, so heißt das: Alle mir bekannten Umstände (die hypothetisch angenommenen Naturgesetze mitinbegriffen) geben dem Eintreffen des einen Ereignisses nicht *mehr* Wahrscheinlichkeit als dem Eintreffen des anderen. Das heißt, sie geben—wie aus den obigen Erklärungen leicht zu entnehmen ist—jedem die Wahrscheinlichkeit  $1/2$ .  
Was ich durch den Versuch bestätige, ist, daß das Eintreffen der beiden Ereignisse von den Umständen, die ich nicht näher kenne, unabhängig ist.

- 5.15 Si  $V_r$  es el número de los fundamentos veritativos de la proposición « $r$ »,  $V_s$  el de los fundamentos veritativos de la proposición « $s$ », que lo son a la vez de « $r$ », entonces llamamos a la relación:  $V_{rs}$ :  $V_r$  la medida de la probabilidad que la proposición « $r$ » confiere a la proposición « $s$ ».
- 5.151 Sea, en un esquema como el anterior del número 5.101,  $V_r$  el número de los « $V$ » en la proposición  $r$ ;  $V_s$  el número de los « $V$ » en la proposición  $s$  que están en las mismas columnas con los « $V$ » de la proposición  $r$ . La proposición  $r$  confiere entonces a la proposición  $s$  la probabilidad:  $V_{rs}$ :  $V_r$ .
- 5.1511 No hay objeto específico alguno, propio de las proposiciones de probabilidad.
- 5.152 A las proposiciones que carecen de argumentos veritativos en común las llamamos independientes entre sí.  
Dos proposiciones elementales se confieren mutuamente la probabilidad  $1/2$ .  
Si  $p$  se sigue de  $q$ , entonces la proposición « $q$ » confiere a la proposición « $p$ » la probabilidad 1. La certeza de la deducción lógica es un caso límite de la probabilidad.  
(Aplicación a la tautología y contradicción.)
- 5.153 Por sí misma una proposición no es probable ni improbable.  
Un evento ocurre o no ocurre, no hay un término medio.
- 5.154 Supongamos que en una urna hay igual número de bolas blancas y negras (y ninguna otra). Saco una bola tras otra y vuelvo a ponerlas en la urna. Por medio de este experimento, entonces, podré constatar que los números de las bolas negras y blancas extraídas se aproximan entre sí a medida que voy sacándolas.  
*Esto* no es, pues, un hecho matemático.  
Si ahora digo: es igualmente probable que saque una bola blanca que una negra, esto significa: todas las circunstancias que me son conocidas (incluidas las leyes de la naturaleza hipotéticamente admitidas) no confieren a la ocurrencia de un evento *más* probabilidad que a la ocurrencia de otro. Es decir, confieren —como fácilmente puede deducirse de las explicaciones anteriores— a cada uno la probabilidad  $1/2$ .  
Lo que confirmo por el experimento es que la ocurrencia de ambos eventos es independiente de las circunstancias de las que no tengo mayor conocimiento.

- 5.155 Die Einheit des Wahrscheinlichkeitssatzes ist: Die Umstände—die ich sonst nicht weiter kenne—geben dem Eintreffen eines bestimmten Ereignisses den und den Grad der Wahrscheinlichkeit.
- 5.156 So ist die Wahrscheinlichkeit eine Verallgemeinerung. Sie involviert eine allgemeine Beschreibung einer Satzform. Nur in Ermangelung der Gewißheit gebrauchen wir die Wahrscheinlichkeit.—Wenn wir zwar eine Tatsache nicht vollkommen kennen, wohl aber *etwas* über ihre Form wissen. (Ein Satz kann zwar ein unvollständiges Bild einer gewissen Sachlage sein, aber er ist immer *ein* vollständiges Bild.) Der Wahrscheinlichkeitssatz ist gleichsam ein Auszug aus anderen Sätzen.
- 5.2 Die Strukturen der Sätze stehen in internen Beziehungen zu einander.
- 5.21 Wir können diese internen Beziehungen dadurch in unserer Ausdrucksweise hervorheben, daß wir einen Satz als Resultat einer Operation darstellen, die ihn aus anderen Sätzen (den Basen der Operation) hervorbringt.
- 5.22 Die Operation ist der Ausdruck einer Beziehung zwischen den Strukturen ihres Resultats und ihrer Basen.
- 5.23 Die Operation ist das, was mit dem einen Satz geschehen muß, um aus ihm den anderen zu machen.
- 5.231 Und das wird natürlich von ihren formalen Eigenschaften, von der internen Ähnlichkeit ihrer Formen abhängen.
- 5.232 Die interne Relation, die eine Reihe ordnet, ist äquivalent mit der Operation, durch welche ein Glied aus dem anderen entsteht.
- 5.233 Die Operation kann erst dort auftreten, wo ein Satz auf logisch bedeutungsvolle Weise aus einem anderen entsteht. Also dort, wo die logische Konstruktion des Satzes anfängt.
- 5.234 Die Wahrheitsfunktionen der Elementarsätze sind Resultate von Operationen, die die Elementarsätze als Basen haben. (Ich nenne diese Operationen Wahrheitsoperationen.)
- 5.2341 Der Sinn einer Wahrheitsfunktion von  $p$  ist eine Funktion des Sinnes von  $p$ .  
Verneinung, logische Addition, logische Multiplikation, etc., etc. sind Operationen. (Die Verneinung verkehrt den Sinn des Satzes.)
- 5.24 Die Operation zeigt sich in einer Variablen; sie zeigt, wie

- 5.155 La unidad de la proposición de probabilidad es: las circunstancias —de las que, por lo demás, no tengo mayor conocimiento— confieren a la ocurrencia de un determinado evento tal y tal grado de probabilidad.
- 5.156 Así pues, la probabilidad es una generalización. Envuelve una descripción general de una forma proposicional. Sólo a falta de certeza usamos la probabilidad. Cuando, en efecto, no conocemos un hecho enteramente, pero sabemos *algo* sobre su forma.  
(Una proposición puede ser, sin duda, una figura incompleta de un determinado estado de cosas, pero es siempre *una* figura completa.)  
La proposición de probabilidad es, por así decirlo, un extracto de otras proposiciones.
- 5.2 Las estructuras de las proposiciones están en relaciones internas entre sí.
- 5.21 Podemos resaltar estas relaciones internas en nuestro modo de expresión representando una proposición como resultado de una operación que la obtiene a partir de otras proposiciones (las bases de la operación).
- 5.22 La operación es la expresión de una relación entre las estructuras de su resultado y de sus bases.
- 5.23 La operación es lo que ha de suceder con una proposición para hacer de ella otra.
- 5.231 Y esto dependerá, naturalmente, de sus propiedades formales, de la similitud interna de sus formas.
- 5.232 La relación interna que ordena una serie es equivalente a la operación por la que un miembro surge a partir de otro.
- 5.233 La operación sólo puede aparecer allí donde una proposición surge de otra de modo lógicamente significativo. O sea, allí donde comienza la construcción lógica de la proposición.
- 5.234 Las funciones veritativas de las proposiciones elementales son resultados de operaciones que tienen como bases las proposiciones elementales. (Llamo a estas operaciones operaciones veritativas.)
- 5.2341 El sentido de una función veritativa de  $p$  es una función del sentido de  $p$ .  
Negación, suma lógica, producto lógico, etcétera, son operaciones.  
(La negación invierte el sentido de la proposición.)

man von einer Form von Sätzen zu einer anderen gelangen kann.

Sie bringt den Unterschied der Formen zum Ausdruck. (Und das Gemeinsame zwischen den Basen und dem Resultat der Operation sind eben die Basen.)

5.241 Die Operation kennzeichnet keine Form, sondern nur den Unterschied der Formen.

5.242 Dieselbe Operation, die «q» aus «p» macht, macht aus «q» «r» usf. Dies kann nur darin ausgedrückt sein, daß «p», «q», «r», etc. Variable sind, die gewisse formale Relationen allgemein zum Ausdruck bringen.

5.25 Das Vorkommen der Operation charakterisiert den Sinn des Satzes nicht.

Die Operation sagt ja nichts aus, nur ihr Resultat, und dies hängt von den Basen der Operation ab.

(Operation und Funktion dürfen nicht miteinander verwechselt werden.)

5.251 Eine Funktion kann nicht ihr eigenes Argument sein, wohl aber kann das Resultat einer Operation ihre eigene Basis werden.

5.252 Nur so ist das Fortschreiten von Glied zu Glied in einer Formenreihe (von Type zu Type in den Hierarchien Russells und Whiteheads) möglich. (Russell und Whitehead haben die Möglichkeit dieses Fortschreitens nicht zugegeben, aber immer wieder von ihr Gebrauch gemacht.)

5.2521 Die fortgesetzte Anwendung einer Operation auf ihr eigenes Resultat nenne ich ihre successive Anwendung («O'O'O'a» ist das Resultat der dreimaligen successiven Anwendung von «O' ξ» auf «a»).

In einem ähnlichen Sinne rede ich von der successiven Anwendung *mehrerer* Operationen auf eine Anzahl von Sätzen.

5.2522 Das allgemeine Glied einer Formenreihe a, O' a, O' O' a, ... schreibe ich daher so: «[a, x, O'x]». Dieser Klammerausdruck ist eine Variable. Das erste Glied des Klammerausdrucks ist der Anfang der Formenreihe, das zweite die Form eines beliebigen Gliedes x der Reihe und das dritte die Form desjenigen Gliedes der Reihe, welches auf x unmittelbar folgt.

5.2523 Der Begriff der successiven Anwendung der Operation ist äquivalent mit dem Begriff «und so weiter».

- 5.24 La operación se muestra en una variable; muestra cómo puede llegarse de una forma de proposiciones a otra.  
Da expresión a la diferencia de las formas. (Y lo común entre las bases y el resultado de la operación son precisamente las bases.)
- 5.241 La operación no caracteriza forma alguna, sino sólo la diferencia de las formas.
- 5.242 La misma operación que de «p» hace «q», hace de «q» «r», y así sucesivamente. Esto sólo puede expresarse por el hecho de que «p», «q», «r», etcétera, son variables que expresan de modo general ciertas relaciones formales.
- 5.25 La ocurrencia de la operación no caracteriza el sentido de la proposición.  
La operación no enuncia nada, sólo su resultado, y esto depende de las bases de la operación.  
(Operación y función no deben confundirse una con otra.)
- 5.251 Una función no puede ser su propio argumento, pero el resultado de una operación puede convertirse, ciertamente, en su propia base.
- 5.252 Sólo así es posible la progresión miembro a miembro en una serie de formas (de tipo a tipo en las jerarquías de Russell y Whitehead). (Russell y Whitehead no admitieron la posibilidad de esta progresión, pero hicieron repetidamente uso de ella.)
- 5.2521 Llamo a la aplicación repetida de una operación a su propio resultado su «aplicación sucesiva» («O' O' O' a» es el resultado de la triple aplicación sucesiva de «O' ξ» a «a»). En sentido parecido hablo de la aplicación sucesiva de *varias* operaciones a un número de proposiciones.
- 5.2522 De ahí que escriba el miembro general de una serie de formas a, O' a, O' O' a,... así: «[a, x, O' x]». Esta expresión entre paréntesis es una variable. El primer miembro de la expresión entre paréntesis es el comienzo de la serie de formas; el segundo, la forma de un miembro cualquiera x de la serie, y el tercero, la forma del miembro de la serie que sigue inmediatamente a x.
- 5.2523 El concepto de la aplicación sucesiva de la operación es equivalente al concepto «y así sucesivamente».
- 5.253 Una operación puede anular el efecto de otra. Las operaciones pueden cancelarse entre sí.

- 5.253 Eine Operation kann die Wirkung einer anderen rückgängig machen. Operationen können einander aufheben.
- 5.254 Die Operation kann verschwinden (z.B. die Verneinung in «  $\sim \sim p$  »  $\sim \sim p = p$ ).
- 5.3 Alle Sätze sind Resultate von Wahrheitsoperationen mit den Elementarsätzen.  
 Die Wahrheitsoperation ist die Art und Weise, wie aus den Elementarsätzen die Wahrheitsfunktion entsteht. Nach dem Wesen der Wahrheitsoperationen wird auf die gleiche Weise, wie aus den Elementarsätzen ihre Wahrheitsfunktion, aus Wahrheitsfunktionen eine Neue. Jede Wahrheitsoperation erzeugt aus Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen wieder eine Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen, einen Satz. Das Resultat jeder Wahrheitsoperation mit den Resultaten von Wahrheitsoperationen mit Elementarsätzen ist wieder das Resultat *Einer* Wahrheitsoperation mit Elementarsätzen.  
 Jeder Satz ist das Resultat von Wahrheitsoperationen mit Elementarsätzen.
- 5.31 Die Schemata No. 4.31 haben auch dann eine Bedeutung, wenn « $p$ », « $q$ », « $r$ », etc. nicht Elementarsätze sind. Und es ist leicht zu sehen, daß das Satzzeichen in No. 4.442, auch wenn « $p$ » und « $q$ » Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen sind, eine Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen ausdrückt.
- 5.32 Alle Wahrheitsfunktionen sind Resultate der successiven Anwendung einer endlichen Anzahl von Wahrheitsoperationen auf die Elementarsätze.
- 5.4 Hier zeigt es sich, daß es «logische Gegenstände», «logische Konstante» (im Sinne Freges und Russells) nicht gibt.
- 5.41 Denn: Alle Resultate von Wahrheitsoperationen mit Wahrheitsfunktionen sind identisch, welche eine und dieselbe Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen sind.
- 5.42 Daß  $\vee$ ,  $\supset$ , etc. nicht Beziehungen im Sinne von rechts und links etc. sind, leuchtet ein.  
 Die Möglichkeit des kreuzweisen Definierens der logischen «Urzeichen» Freges und Russells zeigt schon, daß dies keine Urzeichen sind, und schon erst recht, daß sie keine Relationen bezeichnen. Und es ist offenbar, daß das « $\supset$ », welches wir durch « $\sim$ » und « $\vee$ » definieren, iden-



- 5.254 La operación puede desaparecer (por ejemplo, la negación en « $\sim \sim p$ »,  $\sim \sim p = p$ ).
- 5.3 Todas las proposiciones son resultados de operaciones veritativas con las proposiciones elementales.
- La operación veritativa es el modo y manera como a partir de las proposiciones elementales surge la función veritativa. De acuerdo con la esencia de la operación veritativa, del mismo modo que surge de las proposiciones elementales su función veritativa, surge de las funciones veritativas una nueva. Toda operación veritativa produce, a partir de funciones veritativas de proposiciones elementales, otra función veritativa de proposiciones elementales, una proposición. El resultado de toda operación veritativa con los resultados de operaciones veritativas con proposiciones elementales es nuevamente el resultado de una operación veritativa con proposiciones elementales. Toda proposición es el resultado de operaciones veritativas con proposiciones elementales.
- 5.31 Los esquemas del número 4.31 tienen significado incluso cuando «p», «q», «r», etcétera, no son proposiciones elementales. Y es fácil de ver que el signo proposicional del número 4.442 expresa una función veritativa de proposiciones elementales incluso cuando «p» y «q» son funciones veritativas de proposiciones elementales.
- 5.32 Todas las funciones veritativas son resultados de la aplicación sucesiva de un número finito de operaciones veritativas a las proposiciones elementales.
- 5.4 Se muestra aquí que no hay «objetos lógicos», «constantes lógicas» (en el sentido de Frege y Russell).
- 5.41 Pues: son idénticos todos aquellos resultados de operaciones veritativas con funciones veritativas que son una y la misma función veritativa de proposiciones elementales.
- 5.42 Es evidente que  $\vee$ ,  $\supset$ , etcétera, no son relaciones en el sentido de derecha e izquierda, etcétera.
- La posibilidad de la interdefinibilidad de los «signos primitivos» lógicos de Frege y Russell muestra ya que éstos no son signos primitivos y, propiamente ya, que no designan relaciones. Y es evidente que el « $\supset$ », que definimos mediante « $\sim$ » y « $\vee$ », es idéntico a aquél mediante el que definimos « $\vee$ » con « $\sim$ », y que éste «y» es idéntico al primero. Y así sucesivamente.

- tisch ist mit dem, durch welches wir «v» mit « ~ » definieren und daß dieses «v» mit dem ersten identisch ist. Usw.
- 5.43 Daß aus einer Tatsache p unendlich viele *andere* folgen sollten, nämlich  $\sim \sim p$ ,  $\sim \sim \sim p$ , etc., ist doch von vornherein kaum zu glauben. Und nicht weniger merkwürdig ist, daß die unendliche Anzahl der Sätze der Logik (der Mathematik) aus einem halben Dutzend «Grundgesetzen» folgen.
- 5.44 Alle Sätze der Logik sagen aber dasselbe. Nämlich Nichts. Die Wahrheitsfunktionen sind keine materiellen Funktionen.
- Wenn man z.B. eine Bejahung durch doppelte Verneinung erzeugen kann, ist dann die Verneinung—in irgendeinem Sinn—in der Bejahung enthalten? Verneint «  $\sim \sim p$  »  $\sim p$ , oder bejaht es p; oder beides?
- Der Satz «  $\sim \sim p$  » handelt nicht von der Verneinung wie von einem Gegenstand; wohl aber ist die Möglichkeit der Verneinung in der Bejahung bereits präjudiziert.
- Und gäbe es einen Gegenstand, der « ~ » hieße, so müßte «  $\sim \sim p$  » etwas anderes sagen als «p». Denn der eine Satz würde dann eben von ~ handeln, der andere nicht.
- 5.441 Dieses Verschwinden der scheinbaren logischen Konstanten tritt auch ein, wenn «  $\sim (\exists x) . \sim fx$  » dasselbe sagt wie « $(x) . fx$ », oder « $(\exists x) . fx.x = a$ » dasselbe wie «fa».
- 5.442 Wenn uns ein Satz gegeben ist, so sind *mit ihm* auch schon die Resultate aller Wahrheitsoperationen, die ihn zur Basis haben, gegeben.
- 5.45 Gibt es logische Urzeichen, so muß eine richtige Logik ihre Stellung zueinander klar machen und ihr Dasein rechtfertigen. Der Bau der Logik *aus* ihren Urzeichen muß klar werden.
- 5.451 Hat die Logik Grundbegriffe, so müssen sie von einander unabhängig sein. Ist ein Grundbegriff eingeführt, so muß er in allen Verbindungen eingeführt sein, worin er überhaupt vorkommt. Man kann ihn also nicht zuerst für *eine* Verbindung, dann noch einmal für eine andere einführen. Z.B.: Ist die Verneinung eingeführt, so müssen wir sie jetzt in Sätzen von der Form « $\sim p$ » ebenso verstehen, wie in Sätzen wie « $\sim (pvq)$ », « $(\exists x) . \sim fx$ » u. a. Wir dürfen sie nicht erst für die eine Klasse von Fällen, dann für die an-

- 5.43 Que de un hecho  $p$  hayan de seguirse infinitos *otros*, a saber:  $\sim\sim p$ ,  $\sim\sim\sim p$ , etcétera, es cosa difícil de creer de antemano. Y no es menos extraño que el número infinito de las proposiciones de la lógica (de la matemática) se siga de media docena de «leyes fundamentales».
- Pero todas las proposiciones de la lógica dicen lo mismo. Es decir, nada.
- 5.44 **Las funciones veritativas no son funciones materiales.**
- Si se puede generar, por ejemplo, una afirmación mediante doble negación, ¿viene entonces contenida la negación — en algún sentido — en la afirmación? ¿« $\sim\sim q$ » niega  $\sim p$ , o afirma  $p$ , o ambas cosas?
- La proposición « $\sim\sim p$ » no trata de la negación como de un objeto; pero la posibilidad de la negación viene prejuzgada ya en la afirmación.
- Y de haber un objeto que se llamara « $\sim$ », entonces « $\sim\sim p$ » debería decir otra cosa que « $p$ ». Porque una proposición trataría entonces precisamente de  $\sim$ , la otra no.
- 5.44I Esta desaparición de las constantes lógicas aparentes tiene lugar también cuando « $\sim(\exists x). \sim fx$ » dice lo mismo que « $(x).fx$ », o « $(\exists x).fx.x=a$ » dice lo mismo que « $fa$ ».
- 5.442 Si se nos da una proposición también se nos dan ya *con ella* los resultados de todas las operaciones veritativas que la tienen como base.
- 5.45 Si hay signos primitivos lógicos, entonces una lógica correcta ha de clarificar la posición de unos respecto a otros y justificar su existencia. La construcción de la lógica *a partir* de sus signos primitivos debe llegar a esclarecerse.
- 5.45I Si la lógica tiene conceptos fundamentales, éstos han de ser independientes entre sí. Una vez introducido un concepto primitivo, ha de estar introducido, en general, en todas las combinaciones en las que ocurra.
- No es posible, pues, introducirlo primero para *una* combinación y luego nuevamente para otra. Por ejemplo: una vez introducida una negación, tenemos que comprenderla ya tanto en proposiciones de la forma « $\sim p$ » como en proposiciones como « $\sim(p \vee q)$ », « $(\exists x). \sim fx$ », entre otras. No podemos introducirla primero para una clase de casos, luego para otra, por cuanto que de proceder así quedaría dudoso si su significado sería el mismo en ambos casos, y no

dere einführen, denn es bliebe dann zweifelhaft, ob ihre Bedeutung in beiden Fällen die gleiche wäre und es wäre kein Grund vorhanden, in beiden Fällen dieselbe Art der Zeichenverbindung zu benutzen.

(Kurz, für die Einführung der Urzeichen gilt, *mutatis mutandis*, dasselbe, was Frege («Grundgesetze der Arithmetik») für die Einführung von Zeichen durch Definitionen gesagt hat.)

5.452 Die Einführung eines neuen Behelfes in den Symbolismus der Logik muß immer ein folgenschweres Ereignis sein. Kein neuer Behelf darf in die Logik—sozusagen, mit ganz unschuldiger Miene—in Klammern oder unter dem Strich eingeführt werden.

(So kommen in den «Principia Mathematica» von Russell und Whitehead Definitionen und Grundgesetze in Worten vor. Warum hier plötzlich Worte? Dies bedürfte einer Rechtfertigung. Sie fehlt und muß fehlen, da das Vorgehen tatsächlich unerlaubt ist.) Hat sich aber die Einführung eines neuen Behelfes an einer Stelle als nötig erwiesen, so muß man sich nun sofort fragen: Wo muß dieser Behelf nun *immer* angewandt werden? Seine Stellung in der Logik muß nun erklärt werden.

5.453 Alle Zahlen der Logik müssen sich rechtfertigen lassen. Oder vielmehr: Es muß sich herausstellen, daß es in der Logik keine Zahlen gibt.

Es gibt keine ausgezeichneten Zahlen.

5.454 In der Logik gibt es kein Nebeneinander, kann es keine Klassifikation geben.

In der Logik kann es nicht Allgemeineres und Spezielleres geben.

5.454<sup>1</sup> Die Lösungen der logischen Probleme müssen einfach sein, denn sie setzen den Standard der Einfachheit.

Die Menschen haben immer gehant, daß es ein Gebiet von Fragen geben müsse, deren Antworten—a priori—symmetrisch, und zu einem abgeschlossenen, regelmäßigen Gebilde vereintliegen.

Ein Gebiet, in dem der Satz gilt: *simplex sigillum veri*.

5.46 Wenn man die logischen Zeichen richtig einführte, so hätte man damit auch schon den Sinn aller ihrer Kombinationen eingeführt; also nicht nur «*pvq*» sondern auch schon «*~ (pv ~q)*»

habría motivo alguno para utilizar en ambos casos el mismo tipo de combinación signica.

(En resumen, para la introducción de signos primitivos vale, *mutatis mutandis*, lo mismo que Frege [*Grundgesetze der Arithmetik*] dijo para la introducción de signos mediante definiciones.)

- 5.452 La introducción de un nuevo recurso en el simbolismo de la lógica ha de ser siempre un acontecimiento cargado de consecuencias. Ningún recurso nuevo puede introducirse en la lógica —con aire enteramente inocente, por así decirlo— entre paréntesis o a pie de línea.

(Así aparecen en los *Principia Mathematica* de Russell y Whitehead definiciones y leyes fundamentales en palabras. ¿Por qué aquí, de repente, palabras? Esto necesitaría una justificación. Tal justificación falta y ha de faltar, dado que el procedimiento no está, de hecho, permitido.) Pero si la introducción de un nuevo adminículo en un lugar se ha revelado necesaria, entonces hay que preguntarse en seguida: ¿dónde habrá que usar *siempre* este adminículo a partir de ahora? Su posición en la lógica es lo que hay que explicar ahora.

- 5.453 Todos los números de la lógica han de resultar justificables. O más bien: debe hacerse evidente que en la lógica no hay números.

No hay números prominentes.

- 5.454 En la lógica no hay relación de contigüidad, no puede haber clasificación alguna.

En la lógica no puede haber nada más general ni más especial.

- 5.454I Las soluciones de los problemas lógicos han de ser simples, ya que imponen el estándar de la simplicidad.

Los hombres han barruntado siempre que tiene que haber un ámbito de cuestiones cuyas respuestas yazcan unidas —a priori— simétricamente y en formación cerrada, regular. Un ámbito en el que valga la proposición: *simplex sigillum veri*.

- 5.46 De haberse introducido correctamente los signos lógicos, se hubiera introducido también el sentido de todas sus combinaciones; o sea, no sólo « $p \vee q$ », sino también ya « $\sim (p \vee q)$ », etcétera, etcétera. Con ello ya se habría introducido también

etc. etc. Man hätte damit auch schon die Wirkung aller nur möglichen Kombinationen von Klammern eingeführt. Und damit wäre es klar geworden, daß die eigentlichen allgemeinen Urzeichen nicht die «pvq», « $(\exists x) \cdot fx$ », etc. sind, sondern die allgemeinste Form ihrer Kombinationen.

5.461 Bedeutungs voll ist die scheinbar unwichtige Tatsache, daß die logischen Scheinbeziehungen, wie  $v$  und  $\supset$ , der Klammern bedürfen—im Gegensatz zu den wirklichen Beziehungen.

Die Benützung der Klammern mit jenen scheinbaren Urzeichen deutet ja schon darauf hin, daß diese nicht die wirklichen Urzeichen sind. Und es wird doch wohl niemand glauben, daß die Klammern eine selbständige Bedeutung haben.

5.4611 Die logischen Operationszeichen sind Interpunktionen.

5.47 Es ist klar, daß alles, was sich überhaupt *von vornherein* über die Form aller Sätze sagen läßt, sich *auf einmal* sagen lassen muß.

Sind ja schon im Elementarsatze alle logischen Operationen enthalten. Denn «fa» sagt dasselbe wie « $(\exists x) \cdot fx \cdot x = a$ ».

Wo Zusammengesetztheit ist, da ist Argument und Funktion, und wo diese sind, sind bereits alle logischen Konstanten. Man könnte sagen: Die Eine logische Konstante ist das, was *alle* Sätze, ihrer Natur nach, mit einander gemein haben.

Das aber ist die allgemeine Satzform.

5.471 Die allgemeine Satzform ist das Wesen des Satzes.

5.4711 Das Wesen des Satzes angeben, heißt, das Wesen aller Beschreibung angeben, also das Wesen der Welt.

5.472 Die Beschreibung der allgemeinsten Satzform ist die Beschreibung des einen und einzigen allgemeinen Urzeichens der Logik.

5.473 Die Logik muß für sich selber sorgen.

Ein *mögliches* Zeichen muß auch bezeichnen können. Alles was in der Logik möglich ist, ist auch erlaubt. («Sokrates ist identisch» heißt darum nichts, weil es keine Eigenschaft gibt, die «identisch» heißt. Der Satz ist unsinnig, weil wir eine willkürliche Bestimmung nicht getroffen haben, aber nicht darum, weil das Symbol an und für sich unerlaubt wäre.) Wir können uns, in gewissem Sinne, nicht in der Logik irren.

el efecto de todas las combinaciones posibles, sin más, de paréntesis. Y con ello habría quedado claro que los signos primitivos propiamente generales no son los « $p \vee q$ », « $(\exists x).fx$ », etcétera, sino la forma más general de sus combinaciones.

5.461 Es significativo el hecho aparentemente sin importancia de que las pseudorrelaciones lógicas como  $\vee$  y  $\supset$  precisan de los paréntesis; contrariamente a las relaciones genuinas. El uso de los paréntesis con aquellos signos primitivos aparentes remite ya, en efecto, al hecho de que éstos no son los signos primitivos genuinos. Y nadie creerá, desde luego, que los paréntesis tienen un significado autónomo.

5.4611 Los signos lógicos de operación son signos de puntuación.

5.47 Está claro que todo cuanto puede siquiera decirse *de antemano* sobre la forma de todas las proposiciones debe poder decirse de *una vez*.

En la proposición elemental vienen ya contenidas, en efecto, todas las operaciones lógicas. Puesto que « $fa$ » dice lo mismo que « $(\exists x).fx.x=a$ ».

Donde hay composición hay argumento y función, y donde están los dos últimos están ya todas las constantes lógicas.

Cabría decir: la única constante lógica es lo que *todas* las proposiciones tienen, por su naturaleza, en común unas con otras.

Pero esto es la forma general de la proposición.

5.471 La forma general de la proposición es la esencia de la proposición.

5.4711 Dar la esencia de la proposición quiere decir dar la esencia de toda descripción, o sea, la esencia del mundo.

5.472 La descripción de la forma más general de la proposición es la descripción del uno y único signo primitivo general de la lógica.

5.473 La lógica debe cuidarse de sí misma.

Un signo *posible* debe también poder designar. **Todo lo que es posible en la lógica está también permitido.** («Sócrates es idéntico» no quiere decir nada porque no hay ninguna propiedad que se llame «idéntico». La proposición es absurda porque no hemos establecido una determinación arbitraria, pero no porque el símbolo no estuviera permitido en y por sí mismo.)

En cierto sentido, no podemos equivocarnos en la lógica.

- 5.473<sup>1</sup> Das Einleuchten, von dem Russell so viel sprach, kann nur dadurch in der Logik entbehrlich werden, daß die Sprache selbst jeden logischen Fehler verhindert.—Daß die Logik a priori ist, besteht darin, daß nicht unlogisch gedacht werden *kann*.
- 5.473<sup>2</sup> Wir können einem Zeichen nicht den unrechten Sinn geben.
- 5.473<sup>21</sup> Occams Devise ist natürlich keine willkürliche, oder durch ihren praktischen Erfolg gerechtfertigte Regel: Sie besagt, daß *unnötige* Zeicheneinheiten nichts bedeuten. Zeichen, die *Einen* Zweck erfüllen, sind logisch äquivalent, Zeichen, die *keinen* Zweck erfüllen, logisch bedeutungslos.
- 5.473<sup>3</sup> Frege sagt: Jeder rechtmäßig gebildete Satz muß einen Sinn haben; und ich sage: Jeder mögliche Satz ist rechtmäßig gebildet, und wenn er keinen Sinn hat, so kann das nur daran liegen, daß wir einigen seiner Bestandteile keine *Bedeutung* gegeben haben.  
(Wenn wir auch glauben, es getan zu haben.)  
So sagt «Sokrates ist identisch» darum nichts, weil wir dem Wort «identisch» als *Eigenschaftswort* *keine* Bedeutung gegeben haben. Denn, wenn es als Gleichheitszeichen auftritt, so symbolisiert es auf ganz andere Art und Weise—die bezeichnende Beziehung ist eine andere —, also ist auch das Symbol in beiden Fällen ganz verschieden; die beiden Symbole haben nur das Zeichen zufällig miteinander gemein.
- 5.474 Die Anzahl der nötigen Grundoperationen hängt *nur* von unserer Notation ab.
- 5.475 Es kommt nur darauf an, ein Zeichensystem von einer bestimmten Anzahl von Dimensionen—von einer bestimmten mathematischen Mannigfaltigkeit—zu bilden.
- 5.476 Es ist klar, daß es sich hier nicht um eine *Anzahl von Grundbegriffen* handelt, die bezeichnet werden müssen, sondern um den Ausdruck einer Regel.
- 5.5 Jede Wahrheitsfunktion ist ein Resultat der successiven Anwendung der Operation (---W) ( $\xi$ , ...) auf Elementarsätze.  
Diese Operation verneint sämtliche Sätze in der rechten Klammer, und ich nenne sie die Negation dieser Sätze.
- 5.501 Einen Klammerausdruck, dessen Glieder Sätze sind, deute ich—wenn die Reihenfolge der Glieder in der Klammer



- 5.473<sup>1</sup> La evidencia, de la que Russell tanto habló, sólo puede resultar superflua en la lógica en la medida en que el lenguaje mismo impide todo error lógico.—Que la lógica sea a priori consiste en que nada ilógico puede ser pensado.
- 5.473<sup>2</sup> No podemos dar a un signo el sentido incorrecto.
- 5.473<sup>21</sup> El lema de Occam no es, naturalmente, una regla arbitraria, ni una regla justificada por su éxito práctico: dice que unidades sígnicas *innecesarias* no significan nada. Signos que cumplen *un* objetivo son lógicamente equivalentes; signos que no cumplen *ningún* objetivo son lógicamente asignificativos.
- 5.473<sup>3</sup> Frege dice: cualquier proposición formada correctamente debe tener un sentido; y yo digo: cualquier proposición posible está correctamente formada y si carece de sentido ello sólo puede deberse a que no hemos dado *significado* a algunas de sus partes integrantes.  
(Aunque creamos haberlo hecho.)  
Así, «Sócrates es idéntico» no dice nada porque no hemos dado a la palabra «idéntico» *ningún* significado en cuanto *adjetivo*. Porque si aparece como signo de igualdad, entonces simboliza de un modo y manera totalmente distintos —la relación designante es otra diferente—, o sea, el símbolo es también en ambos casos de todo punto diferente; ambos símbolos sólo tienen casualmente uno con otro en común el signo.
- 5.474 El número de las operaciones fundamentales necesarias depende *sólo* de nuestra notación.
- 5.475 Lo único que importa es formar un sistema de signos de un determinado número de dimensiones de una multiplicidad matemática determinada.
- 5.476 Está claro que aquí no se trata de un *número de conceptos fundamentales* que deben ser designados, sino de la expresión de una regla.
- 5.5 Toda función veritativa es resultado de la aplicación sucesiva de la operación (----- V) ( $\xi, \dots$ ) a proposiciones elementales.  
Esta operación niega todas las proposiciones en el paréntesis derecho y la llamo la negación de esas proposiciones.
- 5.501 A una expresión entre paréntesis cuyos miembros sean proposiciones la denoto —si el orden serial de los miembros en

gleichgültig ist—durch ein Zeichen von der Form « $(\xi)$ » an. « $\xi$ » ist eine Variable, deren Werte die Glieder des Klammersausdrucks sind; und der Strich über der Variablen deutet an, daß sie ihre sämtlichen Werte in der Klammer vertritt.

(Hat also  $\xi$  etwa die 3 Werte P, Q, R, so ist  $(\xi) = (P, Q, R)$ .) Die Werte der Variablen werden festgesetzt. Die Festsetzung ist die Beschreibung der Sätze, welche die Variable vertritt.

Wie die Beschreibung der Glieder des Klammersausdrucks geschieht, ist unwesentlich.

Wir können drei Arten der Beschreibung unterscheiden: 1. die direkte Aufzählung. In diesem Fall können wir statt der Variablen einfach ihre konstanten Werte setzen. 2. Die Angabe einer Funktion  $f_x$ , deren Werte für alle Werte von  $x$  die zu beschreibenden Sätze sind. 3. Die Angabe eines formalen Gesetzes, nach welchem jene Sätze gebildet sind. In diesem Falle sind die Glieder des Klammersausdrucks sämtliche Glieder einer Formenreihe.

5.502 Ich schreibe also statt «(- - - - W) ( $\xi, \dots$ )» « $N(\xi)$ ».  $N(\xi)$  ist die Negation sämtlicher Werte der Satzvariablen  $\xi$ .

5.503 Da sich offenbar leicht ausdrücken läßt, wie mit dieser Operation Sätze gebildet werden können und wie Sätze mit ihr nicht zu bilden sind, so muß dies auch einen exakten Ausdruck finden können.

5.51 Hat  $\xi$  nur einen Wert, so ist  $N(\xi) = \sim p$  (nicht  $p$ ), hat es zwei Werte, so ist  $N(\xi) = \sim p. \sim q$  (weder  $p$  noch  $q$ ).

5.511 Wie kann die allumfassende, weltspiegelnde Logik so spezielle Haken und Manipulationen gebrauchen? Nur, indem sich alle diese zu einem unendlich feinen Netzwerk, zu dem großen Spiegel, verknüpfen.

5.512 « $\sim p$ » ist wahr, wenn « $p$ » falsch ist. Also in dem wahren Satz « $\sim p$ » ist « $p$ » ein falscher Satz. Wie kann ihn nun der Strich « $\sim$ » mit der Wirklichkeit zum Stimmen bringen? Das, was in « $\sim p$ » verneint, ist aber nicht das « $\sim$ », sondern dasjenige, was allen Zeichen dieser Notation, welche  $p$  verneinen, gemeinsam ist.

Also die gemeinsame Regel, nach welcher « $\sim p$ », « $\sim \sim p$ », « $\sim p \vee \sim p$ », « $\sim p. \sim p$ », etc. etc. (ad inf.) gebildet werden. Und dies Gemeinsame spiegelt die Verneinung wider.

el paréntesis es indiferente— por medio de un signo de la forma « $(\xi)$ ». « $\xi$ » es una variable cuyos valores son los miembros de la expresión entre paréntesis; y el guión sobre la variable indica que representa todos sus valores en el paréntesis. (Así pues, si  $\xi$  tiene, pongamos por caso, los tres valores P, Q, R, entonces  $(\xi) = (P, Q, R)$ ).

Los valores de la variable se estipulan.

La estipulación es la descripción de las proposiciones que representa la variable.

Cómo suceda la descripción de los miembros de la expresión entre paréntesis es inesencial.

*Podemos* distinguir tres tipos de descripción: 1) La enumeración directa. En este caso podemos colocar en lugar de la variable simplemente sus valores constantes. 2) Dando una función  $f x$  cuyos valores, para todos los valores de  $x$ , son las proposiciones a describir. 3) Dando una ley formal de acuerdo con la cual vienen formadas aquellas proposiciones. En este caso los miembros de la expresión entre paréntesis son los miembros todos de una serie de formas.

5.502 Escribo, pues, « $N(\xi)$ » en lugar de « $(- - - - V) (\xi, \dots)$ ».  $N(\xi)$  es la negación de todos los valores de la variable proposicional.

5.503 Puesto que, evidentemente, resulta fácil expresar cómo pueden formarse proposiciones con esta operación y cómo no pueden formarse proposiciones con ella, también esto ha de poder encontrar una expresión exacta.

5.51 Si  $\xi$  sólo tiene un valor, entonces  $N(\xi) = \sim p$  (no  $p$ ); si tiene dos valores, entonces  $N(\xi) = \sim p \cdot \sim q$  (ni  $p$  ni  $q$ ).

5.511 ¿Cómo puede la lógica, que todo lo abarca y que refleja el mundo, utilizar garabatos y manipulaciones tan especiales? Sólo en la medida en que todos ellos se anudan formando una red infinitamente fina, el gran espejo.

5.512 « $\sim p$ » es verdadera si « $p$ » es falsa. Así pues, en la proposición verdadera « $\sim p$ », « $p$ » es una proposición falsa. ¿Pero cómo puedo ahora poner de acuerdo el guión « $\sim$ » con la realidad? Lo que niega en « $\sim p$ » no es, sin embargo, el « $\sim$ », sino lo que todos los signos de esta notación que niegan  $p$  tienen en común. O sea, la regla común de acuerdo con la que se forman « $\sim p$ », « $\sim \sim p$ », « $\sim p \vee \sim p$ », « $\sim p \cdot \sim p$ », etcétera, etcétera (ad infinitum). Y esto común lo refleja la negación.

5.513 Man könnte sagen: Das Gemeinsame aller Symbole, die sowohl  $p$  als  $q$  bejahen, ist der Satz « $p \cdot q$ ». Das Gemeinsame aller Symbole, die entweder  $p$  oder  $q$  bejahen, ist der Satz « $p \vee q$ ».

Und so kann man sagen: Zwei Sätze sind einander entgegengesetzt, wenn sie nichts miteinander gemein haben, und: Jeder Satz hat nur ein Negativ, weil es nur einen Satz gibt, der ganz außerhalb seiner liegt.

Es zeigt sich so auch in Russells Notation, daß « $q: p \vee \sim p$ » dasselbe sagt wie « $q$ »; daß « $p \vee \sim p$ » nichts sagt.

5.514 Ist eine Notation festgelegt, so gibt es in ihr eine Regel, nach der alle  $p$  verneinenden Sätze gebildet werden, eine Regel, nach der alle  $p$  bejahenden Sätze gebildet werden, eine Regel, nach der alle  $p$  oder  $q$  bejahenden Sätze gebildet werden, usf. Diese Regeln sind den Symbolen äquivalent und in ihnen spiegelt sich ihr Sinn wider.

5.515 Es muß sich an unseren Symbolen zeigen, daß das, was durch « $\vee$ », « $\cdot$ », etc. miteinander verbunden ist, Sätze sein müssen.

Und dies ist auch der Fall, denn das Symbol « $p$ » und « $q$ » setzt ja selbst das « $\vee$ », « $\cdot$ », etc. voraus. Wenn das Zeichen « $p$ » in « $p \vee q$ » nicht für ein komplexes Zeichen steht, dann kann es allein nicht Sinn haben; dann können aber auch die mit « $p$ » gleichsinnigen Zeilen « $p \vee p$ », « $p \cdot p$ », etc. keinen Sinn haben. Wenn aber « $p \vee p$ » keinen Sinn hat, dann kann auch « $p \vee q$ » keinen Sinn haben.

5.5151 Muß das Zeichen des negativen Satzes mit dem Zeichen des positiven gebildet werden? Warum sollte man den negativen Satz nicht durch eine negative Tatsache ausdrücken können. (Etwa: Wenn « $a$ » nicht in einer bestimmten Beziehung zu « $b$ » steht, könnte das ausdrücken, daß  $aRb$  nicht der Fall ist.) Aber auch hier ist ja der negative Satz indirekt durch den positiven gebildet.

Der positive Satz muß die Existenz des negativen Satzes voraussetzen und umgekehrt.

5.52 Sind die Werte von  $\xi$  sämtliche Werte einer Funktion  $f_x$  für alle Werte von  $x$ , so wird  $N(\xi) = \sim (\exists x) \cdot f_x$ .

5.521 Ich trenne den Begriff *Alle* von der Wahrheitsfunktion. Frege und Russell haben die Allgemeinheit in Verbindung mit dem logischen Produkt oder der logischen Summe eingeführt.

- 5.513 Cabría decir: lo común de todos los símbolos que afirman tanto  $p$  como  $q$  es la proposición « $p.q$ ». Lo común de todos los símbolos que afirman bien  $p$  o bien  $q$  es la proposición « $p \vee q$ ».
- Y así cabe decir: dos proposiciones se oponen una a otra cuando no tienen nada en común. Y: cualquier proposición tiene sólo una negativa porque sólo hay una proposición que quede completamente fuera de ella.
- También en la notación de Russell se muestra, así, que « $q:p \vee \sim p$ » dice lo mismo que « $q$ »; que « $p \vee \sim p$ » no dice nada.
- 5.514 Una vez estipulada una notación hay en ella ya una regla de acuerdo con la cual se forman todas las proposiciones que niegan  $p$ ; una regla de acuerdo con la cual se forman todas las proposiciones que afirman  $p$  o  $q$ , y así sucesivamente. Estas reglas son equivalentes a los símbolos y en ellos se refleja su sentido.
- 5.515 Tiene que mostrarse en nuestros símbolos que lo que viene unido mediante « $\vee$ », « $\cdot$ », etcétera, han de ser proposiciones. Y éste es ciertamente el caso, porque el símbolo « $p$ » y « $q$ » presupone ya por sí mismo el « $\vee$ », « $\sim$ », etcétera. Si el signo « $p$ » no está en « $p \vee q$ » por un signo complejo, no puede tener sentido por sí solo; pero entonces tampoco pueden tener sentido las líneas « $p \vee p$ », « $p.p$ », etcétera, que tienen el mismo sentido que « $p$ ». Pero si « $p \vee p$ » no tiene sentido, tampoco « $p \vee q$ » puede tenerlo.
- 5.5151 ¿Tiene que formarse el signo de la proposición negativa con el signo de la positiva? ¿Por qué no cabría expresar la proposición negativa mediante un hecho negativo? (Por ejemplo: si « $a$ » no está en una relación determinada con « $b$ », ello podría expresar que  $aRb$  no es el caso.)
- Pero también aquí la proposición negativa, a decir verdad, viene indirectamente formada mediante la positiva.
- La *proposición* positiva debe presuponer la existencia de la *proposición* negativa, y viceversa.
- 5.52 Si los valores de  $\xi$  son todos los valores de una función  $fx$  para todos los valores de  $x$ , entonces  $N(\xi) = \sim (\exists x).fx$ .
- 5.521 Separo el concepto *todo* de la función veritativa. Frege y Russell introdujeron la generalidad en conexión con el producto lógico o la suma lógica.

So wurde es schwer, die Sätze  $\langle (\exists x) . fx \rangle$  und  $\langle (x) . fx \rangle$ , in welchen beide Ideen beschlossen liegen, zu verstehen.

5.522 Das Eigentümliche der Allgemeinheitsbezeichnung ist erstens, daß sie auf ein logisches Urbild hinweist, und zweitens, daß sie Konstante hervorhebt.

5.523 Die Allgemeinheitsbezeichnung tritt als Argument auf.

5.524 Wenn die Gegenstände gegeben sind, so sind uns damit auch schon *alle* Gegenstände gegeben.

Wenn die Elementarsätze gegeben sind, so sind damit auch *alle* Elementarsätze gegeben.

5.525 Es ist unrichtig, den Satz  $\langle (\exists x) . fx \rangle$ —wie Russell dies tut—in Worten durch  $\langle fx$  ist *möglich* » wiederzugeben.

Gewißheit, Möglichkeit oder Unmöglichkeit einer Sachlage wird nicht durch einen Satz ausgedrückt, sondern dadurch, daß ein Ausdruck eine Tautologie, ein sinnvoller Satz, oder eine Kontradiktion ist.

Jener Präzedenzfall, auf den man sich immer berufen möchte, muß schon im Symbol selber liegen.

5.526 Man kann die Welt vollständig durch vollkommen verallgemeinerte Sätze beschreiben, das heißt also, ohne irgendeinen Namen von vornherein einem bestimmten Gegenstand zuzuordnen.

Um dann auf die gewöhnliche Ausdrucksweise zu kommen, muß man einfach nach einem Ausdruck  $\langle$ es gibt ein und nur ein  $x$ , welches... $\rangle$  sagen: Und dies  $x$  ist  $a$ .

5.5261 Ein vollkommen verallgemeinerter Satz ist, wie jeder andere Satz zusammengesetzt.

(Dies zeigt sich daran, daß wir in  $\langle (\exists x, \varphi) . \varphi x \rangle$   $\langle \varphi \rangle$  und  $\langle x \rangle$  getrennt erwähnen müssen. Beide stehen unabhängig in bezeichnenden Beziehungen zur Welt, wie im unverallgemeinerten Satz.)

Kennzeichen des zusammengesetzten Symbols: Es hat etwas mit *anderen* Symbolen gemeinsam.

5.5262 Es verändert ja die Wahr- oder Falschheit *jedes* Satzes etwas am allgemeinen Bau der Welt. Und der Spielraum, welcher ihrem Bau durch die Gesamtheit der Elementarsätze gelassen wird, ist eben derjenige, welchen die ganz allgemeinen Sätze begrenzen.

(Wenn ein Elementarsatz wahr ist, so ist damit doch jedenfalls Ein Elementarsatz *mehr* wahr.)

Se hizo difícil por eso comprender las proposiciones « $(\exists x).fx$ » y « $(x).fx$ » en las que ambas ideas están encerradas.

5.522 Lo propio del signo de generalidad es, primero, que remite a una figura lógica primitiva y, segundo, que destaca las constantes.

5.523 El signo de generalidad aparece como argumento.

5.524 Si están dados los objetos, con ello nos vienen ya dados también *todos* los objetos.

Si están dadas las proposiciones elementales, con ello nos vienen ya dadas también *todas* las proposiciones elementales.

5.525 No es correcto reproducir la proposición « $(\exists x).fx$ » en palabras —como hace Russell— mediante « $fx$  es *posible*».

Certeza, posibilidad e imposibilidad de un estado de cosas no vienen expresadas mediante una proposición, sino mediante el hecho de que una expresión sea una tautología, una proposición con sentido o una contradicción.

Aquel caso precedente al que uno quisiera remitirse siempre debe estar ya en el símbolo.

5.526 Cabe describir el mundo completamente mediante proposiciones enteramente generalizadas, lo que quiere decir, pues, sin adscribir de entrada a nombre alguno un objeto determinado.

Para llegar después al modo corriente de expresión hay que decir simplemente tras una expresión como «hay una y sólo una  $x$  tal que...»: y esta  $x$  es  $a$ .

5.5261 Una proposición enteramente generalizada es, como cualquier otra, una proposición compuesta. (Esto se muestra en el hecho de que en « $(\exists x, \varphi).\varphi x$ » tenemos que mencionar separadamente « $\varphi$ » y « $x$ ». Ambas están independientemente en relaciones designantes con el mundo, como en la proposición no generalizada.)

Distintivo del símbolo compuesto: tiene algo en común con *otros* símbolos.

5.5262 La verdad o falsedad de *cualquier* proposición cambia, ciertamente, algo en la trama general del mundo. Y el ámbito de juego que la totalidad de las proposiciones elementales deja a su trama es precisamente aquel que delimitan las proposiciones enteramente generalizadas.

(Si una proposición elemental es verdadera, con ello, en cualquier caso, es verdadera una proposición elemental *más*.)

- 5.53 Gleichheit des Gegenstandes drücke ich durch Gleichheit des Zeichens aus, und nicht mit Hilfe eines Gleichheitszeichens. Verschiedenheit der Gegenstände durch Verschiedenheit der Zeichen.
- 5.5301 Daß die Identität keine Relation zwischen Gegenständen ist, leuchtet ein. Dies wird sehr klar, wenn man z. B. den Satz  $\langle (x): fx \supset x = a \rangle$  betrachtet. Was dieser Satz sagt, ist einfach, daß *nur*  $a$  der Funktion  $f$  genügt, und nicht, daß *nur* solche Dinge der Funktion  $f$  genügen, welche eine gewisse Beziehung zu  $a$  haben.  
Man könnte nun freilich sagen, daß eben *nur*  $a$  diese Beziehung zu  $a$  habe, aber um dies auszudrücken, brauchten wir das Gleichheitszeichen selber.
- 5.5302 Russells Definition von  $\langle = \rangle$  genügt nicht; weil man nach ihr nicht sagen kann, daß zwei Gegenstände alle Eigenschaften gemeinsam haben. (Selbst wenn dieser Satz nie richtig ist, hat er doch *Sinn*.)
- 5.5303 Beiläufig gesprochen: Von *zwei* Dingen zu sagen, sie seien identisch, ist ein Unsinn, und von *Einem* zu sagen, es sei identisch mit sich selbst, sagt gar nichts.
- 5.531 Ich schreibe also nicht  $\langle f(a, b) \cdot a = b \rangle$ , sondern  $\langle f(a, a) \rangle$  (oder  $\langle f(b, b) \rangle$ ). Und nicht  $\langle f(a, b) \sim a = b \rangle$ , sondern  $\langle f(a, b) \rangle$ .
- 5.532 Und analog: Nicht  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot x = y \rangle$ , sondern  $\langle (\exists x) \cdot f(x, x) \rangle$ ; und nicht  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot \sim x = y \rangle$ , sondern  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \rangle$ . (Also statt des Russell'schen  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \rangle$ :  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot v \cdot (\exists x) \cdot f(x, x) \rangle$ .)
- 5.5321 Statt  $\langle (x): fx \supset x = a \rangle$  schreiben wir also z. B.  $\langle (\exists x) \cdot fx \supset fa: \sim (\exists x, y) \cdot fx \cdot fy \rangle$ . Und der Satz *«nur Ein  $x$  befriedigt  $f()$ »* lautet:  $\langle (\exists x) \cdot fx: \sim (\exists x, y) \cdot fx \cdot fy \rangle$ .
- 5.533 Das Gleichheitszeichen ist also kein wesentlicher Bestandteil der Begriffsschrift.
- 5.534 Und nun sehen wir, daß Scheinsätze wie:  $\langle a = a \rangle$ ,  $\langle a = b \cdot b = c \supset a = c \rangle$ ,  $\langle (x) \cdot x = x \rangle$ ,  $\langle (\exists x) \cdot x = a \rangle$ , etc. sich in einer richtigen Begriffsschrift gar nicht hinschreiben lassen.
- 5.535 Damit erledigen sich auch alle Probleme, die an solche Scheinsätze geknüpft waren.  
Alle Probleme, die Russells *Axiom of Infinity* mit sich bringt, sind schon hier zu lösen.  
Das, was das *Axiom of infinity* sagen soll, würde sich in der



- 5.53 Expreso la igualdad del objeto mediante la igualdad del signo y no con ayuda de un signo de igualdad. La diversidad de los objetos, mediante la de los signos.
- 5.5301 Es evidente que la identidad no es una relación entre objetos. Esto queda muy claro si se considera, por ejemplo, la proposición « $(x):fx \supset x=a$ ». Lo que esta proposición dice es simplemente que *sólo*  $a$  satisface la función  $f$ , y no que *sólo* satisfacen la función  $f$  aquellas cosas que están en una determinada relación con  $a$ .  
Cabría decir, por supuesto, que *sólo*  $a$  está, efectivamente, en esa relación con  $a$ , pero para expresar esto necesitaríamos el propio signo de igualdad.
- 5.5302 La definición russelliana de « $=$ » no basta; porque no puede decirse en orden a ella que dos objetos tengan todas las propiedades en común. (Aun cuando esta proposición jamás sea correcta, tiene, sin embargo, *sentido*.)
- 5.5303 Dicho sea de paso: es absurdo decir de *dos* cosas que son idénticas, y decir de *una* que es idéntica a sí misma no dice absolutamente nada.
- 5.531 Así pues, no escribo « $f(a, b).a=b$ », sino « $f(a, a)$ » (o « $f(b, b)$ »). Y no « $f(a, b).\sim a=b$ », sino « $f(a, b)$ ».
- 5.532 Y análogamente: no « $(\exists x, y).f(x, y).x=y$ », sino « $(\exists x).f(x, x)$ »; y no « $(\exists x, y).f(x, y).\sim x=y$ », sino « $(\exists x, y).f(x, y)$ ».  
(Esto es, en lugar del russelliano « $(\exists x, y).f(x, y) : (\exists x, y).f(x, y) \vee (\exists x).f(x, x)$ ».)
- 5.5321 Así pues, en lugar de « $(x):fx \supset x=a$ » escribimos, por ejemplo, « $(\exists x).fx.\supset fa:\sim(\exists x, y).fx fy$ ». Y la proposición «*sólo* una  $x$  satisface  $f$ )» suena: « $(\exists x).fx:\sim(\exists x, y).fx.fy$ ».
- 5.533 El signo de igualdad no es, pues, componente esencial alguno de la escritura conceptual.
- 5.534 Y ahora vemos que pseudoproposiciones como: « $a=a$ », « $a=b.b=c \supset a=c$ », « $(x).x=x$ », « $(\exists x).x=a$ », etcétera, no pueden escribirse en absoluto en una escritura conceptual correcta.
- 5.535 Con ello se solventan asimismo todos los problemas que venían vinculados a tales pseudoproposiciones.  
Todos los problemas que lleva consigo el *Axiom of Infinity* de Russell pueden ser resueltos ya aquí.  
Lo que ha de decir el *Axiom of infinity* se expresaría en el

Sprache dadurch ausdrücken, daß es unendlich viele Namen mit verschiedener Bedeutung gäbe.

- 5.5351 Es gibt gewisse Fälle, wo man in Versuchung gerät, Ausdrücke von der Form « $a=a$ » oder « $p \supset p$ » u. dgl. zu benutzen. Und zwar geschieht dies, wenn man von dem Urbild: Satz, Ding, etc. reden möchte. So hat Russell in den *Principia Mathematica* den Unsinn « $p$  ist ein Satz» in Symbolen durch « $p \supset p$ » wiedergegeben und als Hypothese vor gewisse Sätze gestellt, damit deren Argumentstellen nur von Sätzen besetzt werden könnten.

(Es ist schon darum Unsinn, die Hypothese  $p \supset p$  vor einen Satz zu stellen, um ihm Argumente der richtigen Form zu sichern, weil die Hypothese für einen Nicht-Satz als Argument nicht falsch, sondern unsinnig wird, und weil der Satz selbst durch die unrichtige Gattung von Argumenten unsinnig wird, also sich selbst ebenso gut, oder so schlecht, vor den unrechten Argumenten bewahrt, wie die zu diesem Zweck angehängte sinnlose Hypothese.)

- 5.5352 Ebenso wollte man «Es gibt keine *Dinge*» ausdrücken durch « $\sim (\exists x) . x = x$ ». Aber selbst wenn dies ein Satz wäre,—wäre er nicht auch wahr, wenn es zwar «Dinge gäbe», aber diese nicht mit sich selbst identisch wären?

- 5.54 In der allgemeinen Satzform kommt der Satz im Satze nur als Basis der Wahrheitsoperationen vor.

- 5.541 Auf den ersten Blick scheint es, als könne ein Satz in einem anderen auch auf andere Weise vorkommen.

Besonders in gewissen Satzformen der Psychologie, wie «A glaubt, daß  $p$  der Fall ist», oder «A denkt  $p$ », etc.

Hier scheint es nämlich oberflächlich, als stünde der Satz  $p$  zu einem Gegenstand A in einer Art von Relation.

(Und in der modernen Erkenntnistheorie (Russell, Moore, etc.) sind jene Sätze auch so aufgefaßt worden.)

- 5.542 Es ist aber klar, daß «A glaubt, daß  $p$ », «A denkt  $p$ », «A sagt  $p$ » von der Form «'p' sagt  $p$ » sind: Und hier handelt es sich nicht um eine Zuordnung von einer Tatsache und einem Gegenstand, sondern um die Zuordnung von Tatsachen durch Zuordnung ihrer Gegenstände.

- 5.5421 Dies zeigt auch, daß die Seele—das Subjekt etc.—wie sie

lenguaje por la presencia de infinitos nombres con significado diferente.

- 5.5351 Hay ciertos casos en los que se tiene la tentación de utilizar expresiones de la forma « $a=a$ » o « $p \supset p$ », y similares. Y tal sucede, efectivamente, cuando se quiere hablar de la figura primitiva: proposición, cosa, etcétera. Así, Russell ha reproducido simbólicamente en los *Principia Mathematica* el absurdo « $p$  es una proposición» mediante « $p \supset p$ », y lo ha puesto como hipótesis ante ciertas proposiciones, con el fin de que sus lugares argumentales no pudieran ser ocupados sino por proposiciones.

(Poner la hipótesis  $p \supset p$  ante una proposición para asegurarle argumentos de la forma correcta es absurdo ya porque la hipótesis, para una no-proposición como argumento, no pasa a ser falsa, sino absurda, y porque la proposición misma se convierte en absurda por argumentos de tipo incorrecto, esto es, se preserva tan bien o tan mal a sí misma de los argumentos incorrectos como la hipótesis sin sentido añadida a tal efecto.)

- 5.5352 Igualmente querría expresarse «no hay cosas» mediante « $\sim(\exists x).x=x$ ». Pero, incluso siendo esto una proposición, ¿acaso no sería también verdadera si «hubiera cosas», sí, pero cosas que no fueran idénticas a sí mismas?

- 5.54 En la forma general de la proposición, la proposición no ocurre en la proposición sino como base de operaciones veritativas.

- 5.541 A primera vista parece como si una proposición pudiera ocurrir en otra también de otro modo. Especialmente en ciertas formas proposicionales de la psicología como «A cree que  $p$  es el caso», o «A piensa  $p$ », etcétera.

Aquí, a una mirada superficial puede parecer, ciertamente, como si la proposición  $p$  estuviera con un objeto  $A$  en una clase de relación.

(Y en la moderna teoría del conocimiento [Russell, Moore, etcétera], dichas proposiciones, en efecto, han sido concebidas así.)

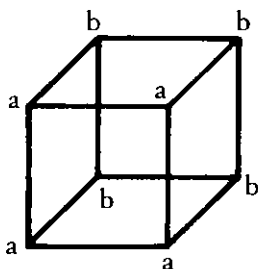
- 5.542 Pero está claro que «A cree que  $p$ », «A piensa  $p$ », «A dice  $p$ » son de la forma «‘ $p$ ’ dice  $p$ »: y aquí no se trata de una coordinación de un hecho y un objeto, sino de la coordinación de hechos mediante la coordinación de sus objetos.

in der heutigen oberflächlichen Psychologie aufgefaßt wird, ein Unding ist.

Eine zusammengesetzte Seele wäre nämlich keine Seele mehr.

5.5422 Die richtige Erklärung der Form des Satzes «A urteilt p» muß zeigen, daß es unmöglich ist, einen Unsinn zu urteilen. (Russells Theorie genügt dieser Bedingung nicht.)

5.5423 Einen Komplex wahrnehmen, heißt, wahrnehmen, daß sich seine Bestandteile so und so zu einander verhalten. Dies erklärt wohl auch, daß man die Figur auf zweierlei Art als Würfel sehen kann; und alle ähnlichen Erscheinungen. Denn wir sehen eben wirklich zwei verschiedene Tatsachen.



(Sehe ich erst auf die Ecken a und nur flüchtig auf b, so erscheint a vorne; und umgekehrt.)

5.55 Wir müssen nun die Frage nach allen möglichen Formen der Elementarsätze a priori beantworten. Der Elementarsatz besteht aus Namen. Da wir aber die Anzahl der Namen von verschiedener Bedeutung nicht angeben können, so können wir auch nicht die Zusammensetzung des Elementarsatzes angeben.

5.551 Unser Grundsatz ist, daß jede Frage, die sich überhaupt durch die Logik entscheiden läßt, sich ohne weiteres entscheiden lassen muß.

(Und wenn wir in die Lage kommen, ein solches Problem durch Ansehen der Welt beantworten zu müssen, so zeigt dies, daß wir auf grundfalscher Fährte sind.)

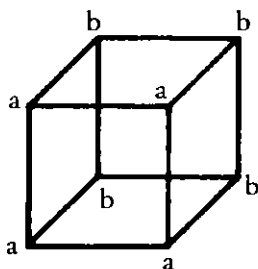
5.552 Die «Erfahrung», die wir zum Verstehen der Logik brauchen, ist nicht die, daß sich etwas so und so verhält, sondern, daß etwas *ist*: aber das ist eben *keine* Erfahrung.

5.5421 Esto muestra también que el alma —el sujeto, etcétera—, tal como es concebida en la actual psicología superficial, es una quimera.

Un alma compuesta no sería ya, ciertamente, un alma.

5.5422 La explicación correcta de la forma de la proposición «A juzga p» ha de mostrar que es imposible juzgar un absurdo. (La teoría de Russell no satisface esta condición.)

5.5423 Percibir un complejo quiere decir percibir que sus partes integrantes se comportan unas respecto de otras de tal y tal modo. Esto explica asimismo, ciertamente, que la figura



pueda ser vista de dos modos como cubo; y todos los fenómenos similares. Porque en realidad lo que vemos son dos hechos diferentes.

(Si miro primero a los ángulos a y sólo fugazmente a los b, entonces a aparece delante; y viceversa.)

5.55 Debemos responder ahora a priori a la pregunta por todas las formas posibles de proposiciones elementales.

La proposición elemental consta de nombres. Pero como no podemos aducir el número de nombres de significado diferente, tampoco podemos aducir la composición de la proposición elemental.

5.551 Nuestro principio fundamental es que cualquier interrogante que pueda resolverse en general mediante la lógica ha de poder resolverse sin más.

(Y si llegamos a la situación de tener que solucionar un problema de este tipo contemplando el mundo, ello mostraría que vamos por caminos radicalmente equivocados.)

5.552 La «experiencia» que necesitamos para comprender la lógica no es la de que algo se comporta de tal y tal modo, sino la de que algo *es*; pero esto, justamente, no es *ninguna* experiencia.

Die Logik ist *vor* jeder Erfahrung — daß etwas *so* ist. Sie ist vor dem Wie, nicht vor dem Was.

5.5521 Und wenn dies nicht so wäre, wie könnten wir die Logik anwenden? Man könnte sagen: Wenn es eine Logik gäbe, auch wenn es keine Welt gäbe, wie könnte es dann eine Logik geben, da es eine Welt gibt.

5.553 Russell sagte, es gäbe einfache Relationen zwischen verschiedenen Anzahlen von Dingen (Individuals). Aber zwischen welchen Anzahlen? Und wie soll sich das entscheiden?—Durch die Erfahrung?

(Eine ausgezeichnete Zahl gibt es nicht.)

5.554 Die Angabe jeder speziellen Form wäre vollkommen willkürlich.

5.5541 Es soll sich a priori angeben lassen, ob ich z. B. in die Lage kommen kann, etwas mit dem Zeichen einer 27stelligen Relation bezeichnen zu müssen.

5.5542 Dürfen wir denn aber überhaupt so fragen? Können wir eine Zeichenform aufstellen und nicht wissen, ob ihr etwas entsprechen könne? Hat die Frage einen Sinn: Was muß *sein*, damit etwas der-Fall-sein kann?

5.555 Es ist klar, wir haben vom Elementarsatz einen Begriff, abgesehen von seiner besonderen logischen Form.

Wo man aber Symbole nach einem System bilden kann, dort ist dieses System das logisch wichtige und nicht die einzelnen Symbole.

Und wie wäre es auch möglich, daß ich es in der Logik mit Formen zu tun hätte, die ich erfinden kann; sondern mit dem muß ich es zu tun haben, was es mir möglich macht, sie zu erfinden.

5.556 Eine Hierarchie der Formen der Elementarsätze kann es nicht geben. Nur was wir selbst konstruieren, können wir voraussehen.

5.5561 Die empirische Realität ist begrenzt durch die Gesamtheit der Gegenstände. Die Grenze zeigt sich wieder in der Gesamtheit der Elementarsätze.

Die Hierarchien sind und müssen unabhängig von der Realität sein.

5.5562 Wissen wir aus rein logischen Gründen, daß es Elementarsätze geben muß, dann muß es jeder wissen, der die Sätze in ihrer unanalytierten Form versteht.

La lógica está *antes* de toda experiencia —de que algo es *así*. Está antes del cómo, no antes del qué.

- 5.552<sup>I</sup> Y si esto no fuera así, ¿cómo podríamos aplicar la lógica? Cabría decir: si hubiera una lógica aunque no hubiera ningún mundo, ¿cómo podría entonces haber una lógica dado que hay un mundo?
- 5.553 Russell dijo que hay relaciones simples entre diferentes números de cosas (*Individuals*). Pero ¿entre qué números? Y ¿cómo puede decidirse esto? —¿Por la experiencia? (No hay un número prominente.)
- 5.554 La determinación de cualquier forma especial sería enteramente arbitraria.
- 5.554<sup>I</sup> Tiene que resultar determinable a priori, por ejemplo, si puedo llegar a encontrarme en la situación de tener que designar algo con el signo de una relación de 27 términos.
- 5.554<sup>2</sup> Pero ¿podemos siquiera preguntar así? ¿Podemos establecer una forma signica y no saber si puede corresponderle algo?
- ¿Tiene sentido la pregunta: qué ha de *ser* para que algo pueda ser-el-caso?
- 5.555 Está claro que tenemos un concepto de la proposición elemental, prescindiendo de su forma lógica especial. Pero donde pueden construirse símbolos de acuerdo a un sistema, allí lo lógicamente importante es este sistema y no cada uno de los símbolos particulares. Cómo iba a ser posible que en lógica tuviera que habérmelas con fórmulas que puedo inventar; más bien tengo que habérmelas con aquello que me posibilita inventarlas.
- 5.556 No puede haber una jerarquía de las formas de las proposiciones elementales. Sólo podemos predecir lo que nosotros mismos construimos.
- 5.556<sup>I</sup> La realidad empírica viene limitada por la totalidad de los objetos. El límite vuelve a mostrarse en la totalidad de las proposiciones elementales. Las jerarquías son y tienen que ser independientes de la realidad.
- 5.556<sup>2</sup> Si sabemos por motivos puramente lógicos que tiene que haber proposiciones elementales, entonces cualquiera que comprenda las proposiciones en su forma no analizada tiene que saberlo.

- 5.5563 Alle Sätze unserer Umgangssprache sind tatsächlich, so wie sie sind, logisch vollkommen geordnet.—Jenes Einfachste, was wir hier angeben sollen, ist nicht ein Gleichnis der Wahrheit, sondern die volle Wahrheit selbst.  
(Unsere Probleme sind nicht abstrakt, sondern vielleicht die konkretesten, die es gibt.)
- 5.557 Die *Anwendung* der Logik entscheidet darüber, welche Elementarsätze es gibt.  
Was in der Anwendung liegt, kann die Logik nicht vorausnehmen.  
Das ist klar: Die Logik darf mit ihrer Anwendung nicht kollidieren.  
Aber die Logik muß sich mit ihrer Anwendung berühren.  
Also dürfen die Logik und ihre Anwendung einander nicht übergreifen.
- 5.557<sup>1</sup> Wenn ich die Elementarsätze nicht a priori angeben kann, dann muß es zu offenbarem Unsinn führen, sie angeben zu wollen.
- 5.6 *Die Grenzen meiner Sprache* bedeuten die Grenzen meiner Welt.
- 5.6<sup>1</sup> Die Logik erfüllt die Welt; die Grenzen der Welt sind auch ihre Grenzen.  
Wir können also in der Logik nicht sagen: Das und das gibt es in der Welt, jenes nicht.  
Das würde nämlich scheinbar voraussetzen, daß wir gewisse Möglichkeiten ausschließen, und dies kann nicht der Fall sein, da sonst die Logik über die Grenzen der Welt hinaus müßte: wenn sie nämlich diese Grenzen auch von der anderen Seite betrachten könnte.  
Was wir nicht denken können, das können wir nicht denken; wir können also auch nicht *sagen*, was wir nicht denken können.
- 5.62 Diese Bemerkung gibt den Schlüssel zur Entscheidung der Frage, inwieweit der Solipsismus eine Wahrheit ist.  
Was der Solipsismus nämlich *meint*, ist ganz richtig, nur läßt es sich nicht *sagen*, sondern es zeigt sich.  
Daß die Welt *meine* Welt ist, das zeigt sich darin, daß die Grenzen *der* Sprache (der Sprache, die allein ich verstehe) die Grenzen *meiner* Welt bedeuten.
- 5.62<sup>1</sup> Die Welt und das Leben sind Eins.
- 5.63 Ich bin meine Welt. (Der Mikrokosmos.)



5.5563 Todas las proposiciones de nuestro lenguaje ordinario están de hecho, tal como están, perfectamente ordenadas desde un punto de vista lógico. Lo más simple que hemos de indicar aquí no es un símil de la verdad, sino la verdad misma.

(Nuestros problemas no son abstractos, sino acaso los más concretos que existen.)

5.557 La *aplicación* de la lógica decide qué proposiciones elementales hay.

Lo que pertenece a la aplicación es cosa que la lógica no puede anticipar.

Esto es claro: la lógica no puede chocar con su aplicación.

Pero la lógica ha de tocarse con su aplicación.

La lógica y su aplicación, pues, no pueden invadirse una a otra.

5.5571 Si no puedo especificar a priori las proposiciones elementales, querer especificarlas tendrá que llevar a un manifiesto absurdo.

5.6 Los límites de mi lenguaje significan los límites de mi mundo.

5.61 La lógica llena el mundo; los límites del mundo son también sus límites.

No podemos, por consiguiente, decir en lógica: en el mundo hay esto y esto, aquello no.

En efecto, esto presupondría, aparentemente, que excluimos ciertas posibilidades; y ello no puede ser el caso, porque, de otro modo, la lógica tendría que rebasar los límites del mundo: si es que, efectivamente, pudiera contemplar tales límites también desde el otro lado.

Lo que no podemos pensar no lo podemos pensar; así pues, tampoco podemos *decir* lo que no podemos pensar.

5.62 Esta observación ofrece la clave para resolver la cuestión de en qué medida es el solipsismo una verdad.

En rigor, lo que el solipsismo *entiende* es plenamente correcto, sólo que eso no se puede *decir*, sino que se muestra.

Que el mundo es *mi* mundo se muestra en que los límites *del* lenguaje (del lenguaje que sólo yo entiendo) significan los límites de *mi* mundo.

5.621 El mundo y la vida son una y la misma cosa.

5.63 Yo soy mi mundo. (El microcosmos.)

- 5.631 Das denkende, vorstellende, Subjekt gibt es nicht.  
Wenn ich ein Buch schriebe «Die Welt, wie ich sie vor-  
fand», so wäre darin auch über meinen Leib zu berichten  
und zu sagen, welche Glieder meinem Willen unterstehen  
und welche nicht etc., dies ist nämlich eine Methode, das  
Subjekt zu isolieren, oder vielmehr zu zeigen, daß es in ei-  
nem wichtigen Sinne kein Subjekt gibt: Von ihm allein  
nämlich könnte in diesem Buche *nicht* die Rede sein.
- 5.632 Das Subjekt gehört nicht zur Welt, sondern es ist eine Gren-  
ze der Welt.
- 5.633 Wo in der Welt ist ein metaphysisches Subjekt zu merken?  
Du sagst, es verhält sich hier ganz, wie mit Auge und Ge-  
sichtsfeld. Aber das Auge siehst du wirklich *nicht*.  
Und nichts *am Gesichtsfeld* läßt darauf schliessen, daß es  
von einem Auge gesehen wird.
- 5.6331 Das Gesichtsfeld hat nämlich nicht etwa eine solche Form:



- 5.634 Das hängt damit zusammen, daß kein Teil unserer Erfah-  
rung auch a priori ist.  
Alles, was wir sehen, könnte auch anders sein. Alles, was wir  
überhaupt beschreiben können, könnte auch anders sein.  
Es gibt keine Ordnung der Dinge a priori.
- 5.64 Hier sieht man, daß der Solipsismus, streng durchge-  
führt, mit dem reinen Realismus zusammenfällt. Das Ich  
des Solipsismus schrumpft zum ausdehnungslosen  
Punkt zusammen, und es bleibt die ihm koordinierte  
Realität.
- 5.641 Es gibt also wirklich einen Sinn, in welchem in der Philo-  
sophie nicht-psychologisch vom Ich die Rede sein kann.  
Das Ich tritt in die Philosophie dadurch ein, daß die «Welt  
meine Welt ist».  
Das philosophische Ich ist nicht der Mensch, nicht der  
menschliche Körper, oder die menschliche Seele, von der  
die Psychologie handelt, sondern das metaphysische Sub-  
jekt, die Grenze—nicht ein Teil der Welt.

- 5.631 El sujeto pensante, representante, no existe.  
Si yo escribiera un libro, «El mundo tal como lo encontré», debería informar en él también sobre mi cuerpo y decir qué miembros obedecen a mi voluntad y cuáles no, etcétera; ciertamente esto es un método para aislar el sujeto o, más bien, para mostrar que en un sentido relevante no hay sujeto: de él solo, en efecto, *no* cabría tratar en este libro.
- 5.632 El sujeto no pertenece al mundo, sino que es un límite del mundo.
- 5.633 ¿Dónde descubrir en el mundo un sujeto metafísico?  
Dices que ocurre aquí enteramente como con el ojo y el campo visual. Pero el ojo *no* lo ves realmente.  
Y nada en *el campo visual* permite inferir que es visto por un ojo.
- 5.6331 El campo visual no tiene, en efecto, y por así decirlo, una forma como ésta:



- 5.634 Esto guarda relación con el hecho de que ninguna parte de nuestra experiencia es tampoco a priori.  
Todo lo que vemos podría ser también de otra manera.  
En general, todo lo que podemos describir podría ser también de otra manera.  
No hay orden alguno a priori de las cosas.
- 5.64 Se ve aquí como, llevado a sus últimas consecuencias, el solipsismo coincide con el puro realismo. El yo del solipsismo se contrae hasta convertirse en un punto inextenso y queda la realidad con él coordinada.
- 5.641 Existe, pues, realmente un sentido en el que en filosofía puede tratarse no-psicológicamente del yo.  
El yo entra en la filosofía por el hecho de que el «mundo es mi mundo».  
El yo filosófico no es el hombre, ni el cuerpo humano, ni el alma humana, de la que trata la psicología, sino el sujeto metafísico, el límite —no una parte del mundo.

- 6 Die allgemeine Form der Wahrheitsfunktion ist:  $[\bar{p}, \xi, N(\xi)]$ .  
Dies ist die allgemeine Form des Satzes.
- 6.001 Dies sagt nichts anderes, als daß jeder Satz ein Resultat der  
successiven Anwendung der Operation  $N'(\xi)$  auf die Elementarsätze ist.
- 6.002 Ist die allgemeine Form gegeben, wie ein Satz gebaut ist,  
so ist damit auch schon die allgemeine Form davon gegeben,  
wie aus einem Satz durch eine Operation ein anderer erzeugt werden kann.
- 6.01 Die allgemeine Form der Operation  $\Omega'(\bar{\eta})$  ist also:  
 $[\xi, N(\xi)]'(\bar{\eta}) (= [\bar{\eta}, \xi, N(\xi)])$ .  
Das ist die allgemeinste Form des Überganges von einem Satz zum anderen.
- 6.02 Und so kommen wir zu den Zahlen: Ich definiere

$x = \Omega^0 x$  Def. und  
 $\Omega' \Omega^v x = \Omega^{v+1} x$  Def.

Nach diesen Zeichenregeln schreiben wir also die Reihe  $x, \Omega' x, \Omega' \Omega' x, \Omega' \Omega' \Omega' x, \dots$   
so:  $\Omega^0 x, \Omega^{0+1} x, \Omega^{0+1+1} x, \Omega^{0+1+1+1} x, \dots$   
Also schreibe ich statt  $\ll x, \xi, \Omega' \xi \gg$ :  
 $\ll [\Omega^0 x, \Omega^v x, \Omega^{v+1} x] \gg$ .

Und definiere:

$0 + 1 = 1$  Def.  
 $0 + 1 + 1 = 2$  Def.  
 $0 + 1 + 1 + 1 = 3$  Def.  
(usf.)

- 6.021 Die Zahl ist der Exponent einer Operation.
- 6.022 Der Zahlbegriff ist nichts anderes als das Gemeinsame aller Zahlen, die allgemeine Form der Zahl.  
Der Zahlbegriff ist die variable Zahl.  
Und der Begriff der Zahlengleichheit ist die allgemeine Form aller speziellen Zahlengleichheiten.
- 6.03 Die allgemeine Form der ganzen Zahl ist:  $[0, \xi, \xi + 1]$ .
- 6.031 Die Theorie der Klassen ist in der Mathematik ganz überflüssig.

- 6 La forma general de la función veritativa es:  $[\bar{p}, \xi, N(\xi)]$ .  
Ésta es la forma general de la proposición.
- 6.001 Esto no dice otra cosa sino que toda proposición es un resultado de la aplicación sucesiva de la operación  $N'$  ( $\bar{\xi}$ ) a las proposiciones elementales.
- 6.002 Dada la forma general de cómo una proposición está construida, con ello viene dada asimismo la forma general según la cual a partir de una proposición cabe obtener otra por medio de una operación.
- 6.01 La forma general de la operación  $\Omega'$  ( $\bar{\eta}$ ) es, pues:  
 $[\xi, N(\xi)](\bar{\eta}) (= [\bar{\eta}, \xi, N(\xi)])$ .  
Ésta es la forma más general de la transición de una proposición a otra.
- 6.02 Y así llegamos a los números: defino

$x = \Omega^0 x$  Def. y

$\Omega' \Omega^v x = \Omega^{v+1} x$  Def.

De acuerdo con estas reglas sígnicas escribimos, pues, la serie  $x, \Omega' x, \Omega' \Omega' x, \Omega' \Omega' \Omega' x, \dots$

así:  $\Omega^0 x, \Omega^{0+1} x, \Omega^{0+1+1} x, \Omega^{0+1+1+1} x, \dots$

O sea, en lugar de « $[x, \xi, \Omega' \xi]$ », escribo:

« $[\Omega^0 x, \Omega^v x, \Omega^{v+1} x]$ ».

Y defino:

$0 + 1 = 1$  Def.

$0 + 1 + 1 = 2$  Def.

$0 + 1 + 1 + 1 = 3$  Def.

(Y así sucesivamente.)

- 6.021 El número es el exponente de una operación.
- 6.022 El concepto de número no es otra cosa que lo común de todos los números, la forma general del número.  
El concepto de número es el número variable.  
Y el concepto de igualdad numérica es la forma general de todas las igualdades numéricas especiales.
- 6.03 La forma general del número entero es:  $[0, \xi, \xi + 1]$ .
- 6.031 La teoría de las clases es enteramente superflua en la matemática.

Dies hängt damit zusammen, daß die Allgemeinheit, welche wir in der Mathematik brauchen, nicht die *zufällige* ist.

- 6.1 Die Sätze der Logik sind Tautologien.
- 6.11 Die Sätze der Logik sagen also Nichts. (Sie sind die analytischen Sätze.)
- 6.111 Theorien, die einen Satz der Logik gehaltvoll erscheinen lassen, sind immer falsch. Man könnte z. B. glauben, daß die Worte «wahr» und «falsch» zwei Eigenschaften unter anderen Eigenschaften bezeichnen, und da erschiene es als eine merkwürdige Tatsache, daß jeder Satz eine dieser Eigenschaften besitzt. Das scheint nun nichts weniger als selbstverständlich zu sein, ebensowenig selbstverständlich, wie etwa der Satz, «alle Rosen sind entweder gelb oder rot» klänge, auch wenn er wahr wäre. Ja, jener Satz bekommt nun ganz den Charakter eines naturwissenschaftlichen Satzes, und dies ist das sichere Anzeichen dafür, daß er falsch aufgefaßt wurde.
- 6.112 Die richtige Erklärung der logischen Sätze muß ihnen eine einzigartige Stellung unter allen Sätzen geben.
- 6.113 Es ist das besondere Merkmal der logischen Sätze, daß man am Symbol allein erkennen kann, daß sie wahr sind, und diese Tatsache schließt die ganze Philosophie der Logik in sich. Und so ist es auch eine der wichtigsten Tatsachen, daß sich die Wahrheit oder Falschheit der nichtlogischen Sätze *nicht* am Satz allein erkennen läßt.
- 6.12 Daß die Sätze der Logik Tautologien sind, das *zeigt* die formalen—logischen—Eigenschaften der Sprache, der Welt.  
Daß ihre Bestandteile *so* verknüpft eine Tautologie ergeben, das charakterisiert die Logik ihrer Bestandteile.  
Damit Sätze, auf bestimmte Art und Weise verknüpft, eine Tautologie ergeben, dazu müssen sie bestimmte Eigenschaften der Struktur haben. Daß sie *so* verbunden eine Tautologie ergeben, zeigt also, daß sie diese Eigenschaften der Struktur besitzen.
- 6.1201 Daß z. B. die Sätze « $p$ » und « $\sim p$ » in der Verbindung « $\sim (p \cdot \sim p)$ » eine Tautologie ergeben, zeigt, daß sie einander widersprechen. Daß die Sätze « $p \supset q$ », « $p$ » und « $q$ » in der Form « $(p \supset q) \cdot (p) \supset (q)$ » miteinander verbunden eine Tautologie ergeben, zeigt, daß  $q$  aus  $p$  und  $p \supset q$  folgt. Daß

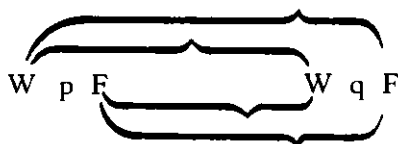
Esto guarda relación con el hecho de que la generalidad que necesitamos en la matemática no es la *casual*.

- 6.1 Las proposiciones de la lógica son tautologías.
- 6.11 Las proposiciones de la lógica, pues, no dicen nada. (Son las proposiciones analíticas.)
- 6.111 Las teorías que presentan una proposición de la lógica como llena de contenido son siempre falsas. Cabría, por ejemplo, creer que las palabras «verdadero» y «falso» designan dos propiedades entre otras, en cuyo caso parecería un hecho curioso que cada proposición poseyera una de estas propiedades. Nada menos evidente ahora que esto; tan escasamente evidente como sonaría, por ejemplo, la proposición «todas las rosas son o bien amarillas o bien rojas», aunque fuera verdadera. En efecto, esta proposición asume ahora por entero el carácter de una proposición científico-natural, y esto es el indicio seguro de que fue concebida falsamente.
- 6.112 La explicación correcta de las proposiciones lógicas ha de conferirles un lugar exclusivo entre todas las proposiciones.
- 6.113 Que a la sola luz del símbolo pueda reconocerse que son verdaderas es característica peculiar de las proposiciones lógicas, y este hecho encierra en sí toda la filosofía de la lógica. Y del mismo modo, que *no* pueda reconocerse en la sola proposición la verdad o falsedad de las proposiciones no lógicas, es también uno de los hechos más importantes.
- 6.12 Que las proposiciones de la lógica sean tautologías es cosa que *muestra* las propiedades formales —lógicas— del lenguaje, del mundo.  
Que sus partes integrantes, *así* unidas, den una tautología, es cosa que caracteriza la lógica de sus partes integrantes.  
Para que proposiciones, unidas de un determinado modo y manera, den una tautología, han de tener determinadas propiedades estructurales. Que *así* unidas den una tautología, es cosa, pues, que muestra que poseen esas propiedades estructurales.
- 6.1201 Que, por ejemplo, las proposiciones «p» y «~p» den una tautología en la combinación «~(p.~p)» es cosa que muestra que se contradicen entre sí. Que las proposiciones «p $\supset$ q», «p» y «q» den una tautología combinadas entre sí en la forma «(p $\supset$ q).(p):  $\supset$  : (q)» es cosa que muestra que q

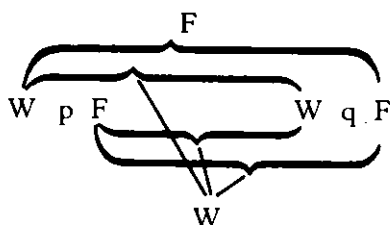
« $(x) . fx : \supset : fa$ » eine Tautologie ist, daß  $fa$  aus  $(x) . fx$  folgt. etc. etc.

6.1202 Es ist klar, daß man zu demselben Zweck statt der Tautologien auch die Kontradiktionen verwenden könnte.

6.1203 Um eine Tautologie als solche zu erkennen, kann man sich, in den Fällen, in welchen in der Tautologie keine Allgemeinationsbezeichnung vorkommt, folgender anschaulichen Methode bedienen: Ich schreibe statt « $p$ », « $q$ », « $r$ » etc. « $WpF$ », « $WqF$ », « $WrF$ » etc. Die Wahrheitskombination drücke ich durch Klammern aus. Z. B.:



und die Zuordnung der Wahr- oder Falschheit des ganzen Satzes und der Wahrheitskombinationen der Wahrheitsargumente durch Striche auf folgende Weise:



Dies Zeichen würde also z. B. den Satz  $p \supset q$  darstellen. Nun will ich z. B. den Satz  $\sim (p . \sim p)$  (Gesetz des Widerspruchs) daraufhin untersuchen, ob er eine Tautologie ist. Die Form « $\sim \xi$ » wird in unserer Notation

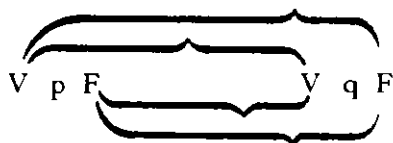




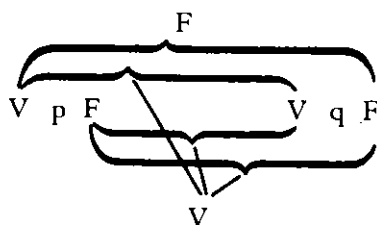
se sigue de  $p$  y de  $p \supset q$ . Que « $(x).fx: \supset: fa$ » sea una tautología, muestra que  $fa$  se sigue de  $(x).fx$ , etcétera, etcétera.

6.1202 Está claro que, para el mismo fin, en lugar de las tautologías podrían utilizarse también las contradicciones.

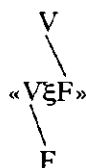
6.1203 Para reconocer como tal una tautología, en los casos en los que en la tautología no aparece signo de generalidad alguno, puede recurrirse al siguiente método visual: en lugar de « $p$ », « $q$ », « $r$ », etcétera, escribo « $VpF$ », « $VqF$ », « $VrF$ », etcétera. Expreso la combinación veritativa mediante corchetes. Por ejemplo:



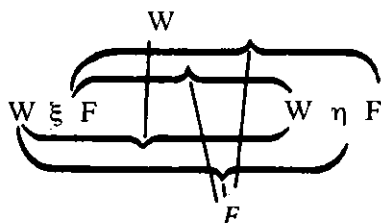
Y la coordinación de la verdad o falsedad de la proposición entera con las combinaciones veritativas de los argumentos veritativos, mediante rayas, del siguiente modo:



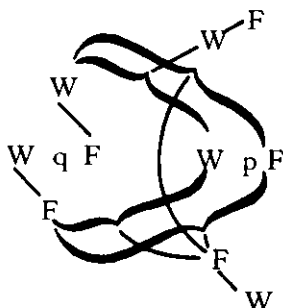
Así pues, este signo representaría, por ejemplo, la proposición  $p \supset q$ . Supongamos ahora que quiero investigar, por ejemplo, si la proposición  $\sim(p.\sim p)$  (principio de contradicción) es una tautología. En nuestra notación la forma « $\sim\xi$ » se escribe:



geschrieben; die Form « $\xi.\eta$ » so:



Daher lautet der Satz  $\sim (p.\sim q)$  so:



Setzen wir statt « $q$ » « $p$ » ein und untersuchen die Verbindung der äußersten  $W$  und  $F$  mit den innersten, so ergibt sich, daß die Wahrheit des ganzen Satzes *allen* Wahrheitskombinationen seines Argumentes, seine Falschheit keiner der Wahrheitskombinationen zugeordnet ist.

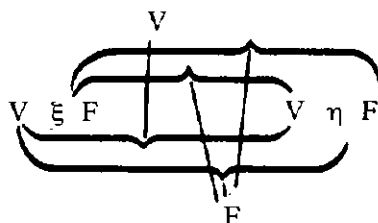
6.121 Die Sätze der Logik demonstrieren die logischen Eigenschaften der Sätze, indem sie sie zu nichtssagenden Sätzen verbinden.

Diese Methode könnte man auch eine Nullmethode nennen. Im logischen Satz werden Sätze miteinander ins Gleichgewicht gebracht und der Zustand des Gleichgewichts zeigt dann an, wie diese Sätze logisch beschaffen sein müssen.

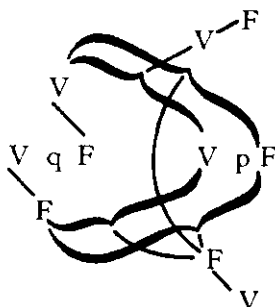
6.122 Daraus ergibt sich, daß wir auch ohne die logischen Sätze auskommen können, da wir ja in einer entsprechenden Notation die formalen Eigenschaften der Sätze durch das bloße Ansehen dieser Sätze erkennen können.

6.1221 Ergeben z. B. zwei Sätze « $p$ » und « $q$ » in der Verbindung « $p \supset q$ » eine Tautologie, so ist klar, daß  $q$  aus  $p$  folgt.

La forma « $\xi.\eta$ », así:



De ahí que la proposición  $\sim(p.\sim q)$  se exprese así:



Si en lugar de «q» ponemos «p» e investigamos la conexión de las V y F más externas con las más internas, resulta entonces que la verdad de la proposición entera está coordinada con *todas* las combinaciones veritativas de su argumento; su falsedad, con ninguna.

6.121 Las proposiciones de la lógica demuestran las propiedades lógicas de las proposiciones combinándolas en proposiciones que no dicen nada.

Cabría llamar a este método un método-cero. En la proposición lógica se colocan proposiciones en equilibrio recíproco, y el estado de equilibrio muestra, entonces, cómo han de estar construidas lógicamente esas proposiciones.

6.122 De ello resulta que podemos pasar también sin las proposiciones lógicas, ya que en una notación adecuada podemos reconocer las propiedades formales de las proposiciones mirando simplemente esas proposiciones.

6.1221 Si dos proposiciones «p» y «q», por ejemplo, dan en la combinación « $p \supset q$ » una tautología, está claro que q se sigue de p.

Daß z. B. «q» aus « $p \supset q \cdot p$ » folgt, ersehen wir aus diesen beiden Sätzen selbst, aber wir können es auch *so* zeigen, indem wir sie zu « $p \supset q \cdot p : \supset : q$ » verbinden und nun zeigen, daß dies eine Tautologie ist.

- 6.1222 Dies wirft ein Licht auf die Frage, warum die logischen Sätze nicht durch die Erfahrung bestätigt werden können, ebenso wenig, wie sie durch die Erfahrung widerlegt werden können. Nicht nur muß ein Satz der Logik durch keine mögliche Erfahrung widerlegt werden können, sondern er darf auch nicht durch eine solche bestätigt werden können.
- 6.1223 Nun wird klar, warum man oft fühlte, als wären die «logischen Wahrheiten» von uns zu «fordern»: Wir können sie nämlich insofern fordern, als wir eine genügende Notation fordern können.
- 6.1224 Es wird jetzt auch klar, warum die Logik die Lehre von den Formen und vom Schließen genannt wurde.
- 6.123 Es ist klar: Die logischen Gesetze dürfen nicht selbst wieder logischen Gesetzen unterstehen.  
(Es gibt nicht, wie Russell meinte, für jede «Type» ein eigenes Gesetz des Widerspruches, sondern Eines genügt, da es auf sich selbst nicht angewendet wird.)
- 6.1231 Das Anzeichen des logischen Satzes ist *nicht* die Allgemeingültigkeit.  
Allgemein sein, heißt ja nur: Zufälligerweise für alle Dinge gelten. Ein unverallgemeinerter Satz kann ja ebenso wohl tautologisch sein als ein verallgemeinerter.
- 6.1232 Die logische Allgemeingültigkeit könnte man wesentlich nennen, im Gegensatz zu jener zufälligen, etwa des Satzes «alle Menschen sind sterblich». Sätze, wie Russells *Axiom of reducibility* sind nicht logische Sätze, und dies erklärt unser Gefühl: Daß sie, wenn wahr, so doch nur durch einen günstigen Zufall wahr sein könnten.
- 6.1233 Es läßt sich eine Welt denken, in der das *Axiom of reducibility* nicht gilt. Es ist aber klar, daß die Logik nichts mit der Frage zu schaffen hat, ob unsere Welt wirklich so ist oder nicht.
- 6.124 Die logischen Sätze beschreiben das Gerüst der Welt, oder vielmehr, sie stellen es dar. Sie «handeln» von nichts. Sie setzen voraus, daß Namen Bedeutung, und Elementarsätze Sinn haben: Und dies ist ihre Verbindung mit der Welt.

Que, por ejemplo, «q» se sigue de « $p \supset q$ .p» es cosa que vemos a partir de las dos proposiciones mismas, pero podemos también mostrarlo *así*: combinándolas de modo que formen « $p \supset q \cdot p : \supset : q$ »; y entonces muestran que se trata de una tautología.

- 6.1222 Esto aclara la cuestión de por qué las proposiciones lógicas no pueden ser confirmadas por la experiencia, como tampoco pueden ser refutadas por ella. Una proposición de la lógica no sólo no puede ser refutada por experiencia posible alguna, sino que tampoco debe poder ser confirmada por ella.
- 6.1223 Ahora queda claro por qué se ha sentido a menudo como si las «verdades lógicas» pudieran ser *postuladas* por nosotros: podemos, en efecto, postularlas en la medida en que podemos postular una notación satisfactoria.
- 6.1224 Ahora queda claro también por qué se llamó a la lógica la teoría de las formas y de la deducción.
- 6.123 Está claro: las leyes lógicas no pueden estar sometidas a su vez a leyes lógicas.  
(No hay, como creyó Russell, un principio de contradicción propio para cada «*type*», sino que basta uno, ya que no se aplica a sí mismo.)
- 6.1231 El distintivo de la proposición lógica *no* es la validez general. Porque ser general quiere decir sólo: valer casualmente para todas las cosas. Ya que una proposición no generalizada puede ser tan tautológica como una generalizada.
- 6.1232 Cabría llamar esencial a la validez general lógica en contraposición a la casual de la proposición «todos los hombres son mortales», por ejemplo. Proposiciones como el *Axiom of reducibility* de Russell no son proposiciones lógicas, y esto explica nuestro sentimiento: que de ser verdaderas sólo podrían serlo por una feliz casualidad.
- 6.1233 Puede imaginarse un mundo en el que el *Axiom of reducibility* no tenga validez. Pero está claro que la lógica no tiene nada que ver con la cuestión de si nuestro mundo es realmente así o no.
- 6.124 Las proposiciones lógicas describen el armazón del mundo o, más bien, lo representan. No «tratan» de nada. Presuponen que los nombres tienen significado, y las proposiciones elementales, sentido; y ésta es su conexión con el mundo.

Es ist klar, daß es etwas über die Welt anzeigen muß, daß gewisse Verbindungen von Symbolen—welche wesentlich einen bestimmten Charakter haben—Tautologien sind. Hierin liegt das Entscheidende. Wir sagten, manches an den Symbolen, die wir gebrauchen, wäre willkürlich, manches nicht. In der Logik drückt nur dieses aus: Das heißt aber, in der Logik drücken nicht *wir* mit Hilfe der Zeichen aus, was wir wollen, sondern in der Logik sagt die Natur der naturnotwendigen Zeichen selbst aus: Wenn wir die logische Syntax irgendeiner Zeichensprache kennen, dann sind bereits alle Sätze der Logik gegeben.

6.125 Es ist möglich, und zwar auch nach der alten Auffassung der Logik, von vornherein eine Beschreibung aller «wahren» logischen Sätze zu geben.

6.1251 Darum kann es in der Logik auch *nie* Überraschungen geben.

6.126 Ob ein Satz der Logik angehört, kann man berechnen, indem man die logischen Eigenschaften des *Symbols* berechnet.

Und dies tun wir, wenn wir einen logischen Satz «beweisen». Denn, ohne uns um einen Sinn und eine Bedeutung zu kümmern, bilden wir den logischen Satz aus anderen nach bloßen *Zeichenregeln*.

Der Beweis der logischen Sätze besteht darin, daß wir sie aus anderen logischen Sätzen durch successive Anwendung gewisser Operationen entstehen lassen, die aus den ersten immer wieder Tautologien erzeugen. (Und zwar *folgen* aus einer Tautologie nur Tautologien.)

Natürlich ist diese Art zu zeigen, daß ihre Sätze Tautologien sind, der Logik durchaus unwesentlich. Schon darum, weil die Sätze, von welchen der Beweis ausgeht, ja ohne Beweis zeigen müssen, daß sie Tautologien sind.

6.1261 In der Logik sind Prozeß und Resultat äquivalent. (Darum keine Überraschung.)

6.1262 Der Beweis in der Logik ist nur ein mechanisches Hilfsmittel zum leichteren Erkennen der Tautologie, wo sie kompliziert ist.

6.1263 Es wäre ja auch zu merkwürdig, wenn man einen sinnvollen Satz *logisch* aus anderen beweisen könnte, und einen logischen Satz *auch*. Es ist von vornherein klar, daß der lo-

Está claro que algo tiene que indicar sobre el mundo el hecho de que ciertas conexiones de símbolos —que tienen esencialmente un carácter determinado— sean tautologías. Aquí radica lo decisivo. Decíamos que algo hay de arbitrario en los símbolos que usamos y algo hay que no lo es. En la lógica sólo esto se expresa: pero ello quiere decir que en la lógica no expresamos *nosotros* lo que queremos con ayuda de los signos, sino que en la lógica es la propia naturaleza de los signos naturalmente necesarios lo que se expresa: si conocemos la sintaxis lógica de un lenguaje signico cualquiera, entonces ya están dadas todas las proposiciones de la lógica.

6.125 Es posible, y ciertamente también a la luz de la vieja concepción de la lógica, dar de antemano una descripción de todas las proposiciones lógicas «verdaderas».

6.1251 Por eso en la lógica tampoco puede haber *nunca* sorpresas.

6.126 Puede calcularse si una proposición pertenece a la lógica calculando las propiedades lógicas del *símbolo*.

Y esto lo hacemos cuando «demostramos» una proposición lógica. Porque formamos la proposición lógica a partir de otras según meras *reglas signicas* sin preocuparnos por un sentido y un significado.

La demostración de las proposiciones lógicas consiste en que las hacemos surgir a partir de otras proposiciones lógicas mediante la aplicación sucesiva de ciertas operaciones que a partir de las primeras generan una y otra vez tautologías. (Y, ciertamente, de una tautología sólo se *siguen* tautologías.) Naturalmente, este modo de mostrar que sus proposiciones son tautologías es enteramente inesencial a la lógica. Ya por el hecho de que las proposiciones de las que parte la demostración tienen, efectivamente, que mostrar sin demostración que son tautologías.

6.1261 En la lógica proceso y resultado son equivalentes. (Ninguna sorpresa, en consecuencia.)

6.1262 En la lógica la demostración no es sino un medio mecánico auxiliar para un más fácil reconocimiento de la tautología, cuando ésta es complicada.

6.1263 Sería, en efecto, demasiado extraño que se pudiera demostrar *lógicamente* una proposición con sentido a partir de otra, y una proposición lógica *también*. Está claro de ante-

gische Beweis eines sinnvollen Satzes und der Beweis *in* der Logik zwei ganz verschiedene Dinge sein müssen.

- 6.1264 Der sinnvolle Satz sagt etwas aus, und sein Beweis zeigt, daß es so ist; in der Logik ist jeder Satz die Form eines Beweises.

Jeder Satz der Logik ist ein in Zeichen dargestellter *modus ponens*. (Und den *modus ponens* kann man nicht durch einen Satz ausdrücken.)

- 6.1265 Immer kann man die Logik so auffassen, daß jeder Satz sein eigener Beweis ist.

- 6.127 Alle Sätze der Logik sind gleichberechtigt, es gibt unter ihnen nicht wesentlich Grundgesetze und abgeleitete Sätze.

Jede Tautologie zeigt selbst, daß sie eine Tautologie ist.

- 6.1271 Es ist klar, daß die Anzahl der «logischen Grundgesetze» willkürlich ist, denn man könnte die Logik ja aus Einem Grundgesetz ableiten, indem man einfach z. B. aus Freges Grundgesetzen das logische Produkt bildet. (Frege würde vielleicht sagen, daß dieses Grundgesetz nun nicht mehr unmittelbar einleuchte. Aber es ist merkwürdig, daß ein so exakter Denker wie Frege sich auf den Grad des Einleuchtens als Kriterium des logischen Satzes berufen hat.)

- 6.13 Die Logik ist keine Lehre, sondern ein Spiegelbild der Welt.

Die Logik ist *transcendental*.

- 6.2 Die Mathematik ist eine logische Methode.

Die Sätze der Mathematik sind Gleichungen, also *Scheinsätze*.

- 6.21 Der Satz der Mathematik drückt keinen Gedanken aus.

- 6.211 Im Leben ist es ja nie der mathematische Satz, den wir brauchen, sondern wir benützen den mathematischen Satz *nur*, um aus Sätzen, welche nicht der Mathematik angehören, auf andere zu schließen, welche gleichfalls nicht der Mathematik angehören.

(In der Philosophie führt die Frage «wozu gebrauchen wir eigentlich jenes Wort, jenen Satz» immer wieder zu wertvollen Einsichten.)

- 6.22 Die Logik der Welt, die die Sätze der Logik in den Tautologien zeigen, zeigt die Mathematik in den Gleichungen.



mano que la demostración lógica de una proposición con sentido y la demostración *en* la lógica han de ser dos cosas de todo punto diferentes.

6.1264 La proposición con sentido enuncia algo, y su demostración muestra que ello es así; en la lógica toda proposición es la forma de una demostración. Toda proposición de la lógica es un *modus ponens* representado en signos. (Y el *modus ponens* no puede ser expresado mediante una proposición.)

6.1265 Siempre puede concebirse la lógica de modo que toda proposición sea su propia demostración.

6.127 Todas las proposiciones de la lógica son pariguales; no hay esencialmente entre ellas leyes fundamentales y proposiciones derivadas.

Toda tautología muestra por ella misma que es una tautología.  
6.1271 Está claro que el número de las «leyes lógicas fundamentales» es arbitrario, puesto que la lógica podía, efectivamente, derivarse de una ley fundamental con sólo formar, por ejemplo, el producto lógico a partir de las leyes fundamentales de Frege. (Frege diría tal vez que esta ley fundamental ya no es inmediatamente evidente. Pero no deja de resultar curioso que un pensador tan exacto como Frege haya invocado el grado de evidencia como criterio de la proposición lógica.)

6.13 La lógica no es una teoría sino una figura especular del mundo.  
La lógica es trascendental.

6.2 La matemática es un método lógico.

Las proposiciones de la matemática son ecuaciones, es decir, pseudoproposiciones.

6.21 La proposición matemática no expresa pensamiento alguno.

6.211 En la vida lo que necesitamos nunca es, ciertamente, la proposición matemática, sino que utilizamos la proposición matemática *sólo* para deducir de proposiciones que no pertenecen a la matemática otras proposiciones que tampoco pertenecen a ella.

(En la filosofía el interrogante «para qué usamos realmente tal palabra, tal proposición» lleva una y otra vez a valiosos esclarecimientos.)

6.22 La matemática muestra en las ecuaciones la lógica del mundo que las proposiciones de la lógica muestran en las tautologías.

- 6.23 Wenn zwei Ausdrücke durch das Gleichheitszeichen verbunden werden, so heißt das, sie sind durch einander ersetzbar. Ob dies aber der Fall ist, muß sich an den beiden Ausdrücken selbst zeigen.  
Es charakterisiert die logische Form zweier Ausdrücke, daß sie durch einander ersetzbar sind.
- 6.231 Es ist eine Eigenschaft der Bejahung, daß man sie als doppelte Verneinung auffassen kann.  
Es ist eine Eigenschaft von « $1 + 1 + 1 + 1$ », daß man es als « $(1 + 1) + (1 + 1)$ » auffassen kann.
- 6.232 Frege sagt, die beiden Ausdrücke haben dieselbe Bedeutung, aber verschiedenen Sinn.  
Das Wesentliche an der Gleichung ist aber, daß sie nicht notwendig ist, um zu zeigen, daß die beiden Ausdrücke, die das Gleichheitszeichen verbindet, dieselbe Bedeutung haben, da sich dies aus den beiden Ausdrücken selbst ansehen läßt.
- 6.2321 Und, daß die Sätze der Mathematik bewiesen werden können, heißt ja nichts anderes, als daß ihre Richtigkeit einzusehen ist, ohne daß das, was sie ausdrücken, selbst mit den Tatsachen auf seine Richtigkeit hin verglichen werden muß.
- 6.2322 Die Identität der Bedeutung zweier Ausdrücke läßt sich nicht *behaupten*. Denn um etwas von ihrer Bedeutung behaupten zu können, muß ich ihre Bedeutung kennen: und indem ich ihre Bedeutung kenne, weiß ich, ob sie dasselbe oder verschiedenes bedeuten.
- 6.2323 Die Gleichung kennzeichnet nur den Standpunkt, von welchem ich die beiden Ausdrücke betrachte, nämlich vom Standpunkte ihrer Bedeutungsgleichheit.
- 6.233 Die Frage, ob man zur Lösung der mathematischen Probleme die Anschauung brauche, muß dahin beantwortet werden, daß eben die Sprache hier die nötige Anschauung liefert.
- 6.2331 Der Vorgang des *Rechnens* vermittelt eben diese Anschauung.  
Die Rechnung ist kein Experiment.
- 6.234 Die Mathematik ist eine Methode der Logik.
- 6.2341 Das Wesentliche der mathematischen Methode ist es, mit Gleichungen zu arbeiten. Auf dieser Methode beruht es nämlich, daß jeder Satz der Mathematik sich von selbst verstehen muß.

- 6.23 Si dos expresiones vienen unidas por el signo de igualdad, ello quiere decir que son sustituibles una por otra. Pero si éste es el caso tiene que mostrarse en las dos expresiones mismas.
- Que dos expresiones sean sustituibles una por otra caracteriza su forma lógica.
- 6.231 Es una propiedad de la afirmación, que pueda ser concebida como doble negación.
- Es una propiedad de « $1 + 1 + 1 + 1$ », que pueda concebirse como « $(1 + 1) + (1 + 1)$ ».
- 6.232 Frege dice que ambas expresiones tienen el mismo significado, pero diferente sentido. Pero lo esencial de la ecuación es que no resulta necesaria para mostrar que las dos expresiones unidas por el signo de igualdad tienen el mismo significado, ya que esto es algo que ambas expresiones dejan ver.
- 6.2321 Y que las proposiciones de la matemática puedan ser probadas no quiere decir otra cosa sino que su corrección puede ser percibida sin necesidad de que lo que expresan sea ello mismo comparado, en orden a su corrección, con los hechos.
- 6.2322 No es posible *afirmar* la identidad del significado de dos expresiones. Porque para poder afirmar algo de su significado tengo que conocer su significado; y en la medida en que conozco su significado sé si significan lo mismo o algo diferente.
- 6.2323 La ecuación caracteriza sólo el punto de vista desde el que considero ambas expresiones, es decir, el punto de vista de su igualdad de significado.
- 6.233 A la cuestión de si la intuición resulta necesaria para la resolución de los problemas matemáticos hay que responder que es precisamente el lenguaje el que procura aquí la necesaria intuición.
- 6.2331 Es precisamente el procedimiento del *cálculo* lo que proporciona esta intuición.
- El cálculo no es un experimento.
- 6.234 La matemática es un método de la lógica.
- 6.2341 Lo esencial del método matemático es trabajar con ecuaciones. Que toda proposición de la matemática deba entenderse por sí misma es cosa que descansa precisamente en este método.

6.24 Die Methode der Mathematik, zu ihren Gleichungen zu kommen, ist die Substitutionsmethode. Denn die Gleichungen drücken die Ersetzbarkeit zweier Ausdrücke aus, und wir schreiten von einer Anzahl von Gleichungen zu neuen Gleichungen vor, indem wir, den Gleichungen entsprechend, Ausdrücke durch andere ersetzen.

6.24I So lautet der Beweis des Satzes  $2 \times 2 = 4$ :

$$(\Omega^v)^{\mu} x = \Omega^{v \times \mu} x \text{ Def.}$$

$$\begin{aligned} \Omega^{2 \times 2} x &= (\Omega^2)^2 x = (\Omega^2)^{1+1} x = \Omega^2 \cdot \Omega^2 = \Omega^{1+1} \cdot \Omega^{1+1} x \\ &= (\Omega' \Omega') (\Omega' \Omega') x = \Omega' \Omega' \Omega' \Omega' x = \Omega^{1+1+1+1} x = \Omega^4 x. \end{aligned}$$

6.3 Die Erforschung der Logik bedeutet die Erforschung *aller Gesetzmäßigkeit*. Und außerhalb der Logik ist alles Zufall.

6.3I Das sogenannte Gesetz der Induktion kann jedenfalls kein logisches Gesetz sein, denn es ist offenbar ein sinnvoller Satz.—Und darum kann es auch kein Gesetz a priori sein.

6.32 Das Kausalitätsgesetz ist kein Gesetz, sondern die Form eines Gesetzes.

6.32I «Kausalitätsgesetz», das ist ein Gattungsname. Und wie es in der Mechanik, sagen wir, Minimum-Gesetze gibt,—etwa der kleinsten Wirkung—so gibt es in der Physik Kausalitätsgesetze, Gesetze von der Kausalitätsform.

6.32II Man hat ja auch davon eine Ahnung gehabt, daß es ein «Gesetz der kleinsten Wirkung» geben müsse, ehe man genau wußte, wie es lautete. (Hier, wie immer, stellt sich das a priori Gewisse als etwas rein Logisches heraus.)

6.33 Wir *glauben* nicht a priori an ein Erhaltungsgesetz, sondern wir *wissen* a priori die Möglichkeit einer logischen Form.

6.34 Alle jene Sätze, wie der Satz vom Grunde, von der Kontinuität in der Natur, vom kleinsten Aufwande in der Natur etc. etc., alle diese sind Einsichten a priori über die mögliche Formgebung der Sätze der Wissenschaft.

6.34I Die Newtonsche Mechanik z. B. bringt die Weltbeschreibung auf eine einheitliche Form. Denken wir uns eine weiße Fläche, auf der unregelmäßige schwarze Flecken wären. Wir sagen nun: Was für ein Bild immer hierdurch entsteht, immer kann ich seiner Beschreibung beliebig

- 6.24 El método de la matemática para llegar a sus ecuaciones es el método de sustitución.  
 Porque las ecuaciones expresan la sustituibilidad de dos expresiones, y nosotros avanzamos de un número de ecuaciones a ecuaciones nuevas sustituyendo unas expresiones por otras de acuerdo con las ecuaciones.
- 6.241 De ahí que la prueba de la proposición  $2 \times 2 = 4$  se exprese así:

$$\begin{aligned}(\Omega^v)^{\mu} x &= \Omega^{v \times \mu} x \text{ Def.} \\ \Omega^{2 \times 2} x &= (\Omega^2)^2 x = (\Omega^2)^{1+1} x = \Omega^2 \Omega^2 = \Omega^{1+1} \Omega^{1+1} x \\ &= (\Omega' \Omega') (\Omega' \Omega') x = \Omega' \Omega' \Omega' \Omega' x = \Omega^{1+1+1+1} x \Omega^4 x.\end{aligned}$$

- 6.3 La investigación de la lógica significa la investigación de *toda legaliformidad*. Y fuera de la lógica todo es casualidad.
- 6.31 En cualquier caso, la llamada ley de la inducción no puede ser una ley lógica, dado que es manifiestamente una proposición con sentido. Y por eso no puede ser tampoco una ley a priori.
- 6.32 La ley de causalidad no es una ley, sino la forma de una ley.
- 6.321 «Ley de causalidad» no es un nombre genérico. Y al igual que en la mecánica decimos que hay leyes del *mínimum* —tales como la ley de la *mínima acción*—, hay en la física leyes de causalidad, leyes de la forma de causalidad.
- 6.3211 Se ha sospechado, ciertamente, que tenía que haber una «ley de la *mínima acción*» antes de saber con exactitud cómo rezaba. (Aquí, como siempre, lo cierto a priori se revela como algo puramente lógico.)
- 6.33 No *creemos* a priori en una ley de conservación, sino que *conocemos* a priori la posibilidad de una forma lógica.
- 6.34 Todas aquellas proposiciones, como el principio de razón, de la continuidad en la naturaleza, del *mínimo* gasto en la naturaleza, etcétera, etcétera, todas ellas son intuiciones a priori sobre la posible conformación de las proposiciones de la ciencia.
- 6.341 La mecánica newtoniana, por ejemplo, lleva la descripción del mundo a una forma unitaria. Imaginémosnos una superficie blanca con manchas negras irregulares. Diríamos entonces: cualquiera que sea la figura que toma cuerpo así, siempre puedo aproximarme arbitrariamente a su

nahe kommen, indem ich die Fläche mit einem entsprechend feinen quadratischen Netzwerk bedecke und nun von jedem Quadrat sage, daß es weiß oder schwarz ist. Ich werde auf diese Weise die Beschreibung der Fläche auf eine einheitliche Form gebracht haben. Diese Form ist beliebig, denn ich hätte mit dem gleichen Erfolge ein Netz aus dreieckigen oder sechseckigen Maschen verwenden können. Es kann sein, daß die Beschreibung mit Hilfe eines Dreiecks-Netzes einfacher geworden wäre; das heißt, daß wir die Fläche mit einem gröberen Dreiecks-Netz genauer beschreiben könnten als mit einem feineren quadratischen (oder umgekehrt) usw. Den verschiedenen Netzen entsprechen verschiedene Systeme der Weltbeschreibung. Die Mechanik bestimmt eine Form der Weltbeschreibung, indem sie sagt: Alle Sätze der Weltbeschreibung müssen aus einer Anzahl gegebener Sätze—den mechanischen Axiomen—auf eine gegebene Art und Weise erhalten werden. Hierdurch liefert sie die Bausteine zum Bau des wissenschaftlichen Gebäudes und sagt: Welches Gebäude immer du aufführen willst, jedes muß du irgendwie mit diesen und nur diesen Bausteinen zusammenbringen.

(Wie man mit dem Zahlensystem jede beliebige Anzahl, so muß man mit dem System der Mechanik jeden beliebigen Satz der Physik hinschreiben können.)

6.342

Und nun sehen wir die gegenseitige Stellung von Logik und Mechanik. (Man könnte das Netz auch aus verschiedenartigen Figuren etwa aus Dreiecken und Sechsecken bestehen lassen.) Daß sich ein Bild, wie das vorhin erwähnte, durch ein Netz von gegebener Form beschreiben läßt, sagt über das Bild *nichts* aus. (Denn dies gilt für jedes Bild dieser Art.) *Das* aber charakterisiert das Bild, daß es sich durch ein bestimmtes Netz von *bestimmter* Feinheit *vollständig* beschreiben läßt.

So auch sagt es nichts über die Welt aus, daß sie sich durch die Newtonsche Mechanik beschreiben läßt; wohl aber, daß sie sich so durch jene beschreiben läßt, wie dies eben der Fall ist. Auch das sagt etwas über die Welt, daß sie sich durch die eine Mechanik einfacher beschreiben läßt als durch die andere.

descripción, cubriendo la superficie con una red cuadrículada suficientemente fina y diciendo, acto seguido, de cada cuadrado que es blanco o que es negro. Habré llevado de este modo la descripción de la superficie a una forma unitaria. Esta forma es arbitraria, puesto que con igual éxito hubiera podido utilizar una red con aberturas triangulares o hexagonales. Puede que la descripción con ayuda de una red triangulada hubiera resultado más sencilla; esto quiere decir que podríamos describir más exactamente la superficie con una red triangulada más burda que con una cuadrículada más fina (o al revés), etcétera.

A las diferentes redes corresponden diferentes sistemas de descripción del mundo. La mecánica determina una forma de descripción del mundo al decir: todas las proposiciones de la descripción del mundo tienen que obtenerse de un modo y manera dados a partir de un número de proposiciones dadas —los axiomas mecánicos—. Procura así los materiales para la construcción del edificio científico y dice: cualquiera que sea el edificio que quieras levantar tendrás que construirlo de algún modo con estos y sólo estos materiales.

(Al igual que con el sistema numérico ha de poderse escribir un número arbitrario cualquiera, con el sistema de la mecánica, una proposición cualquiera de la física.)

6.342

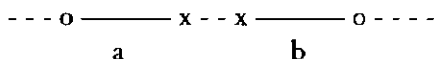
Y ahora vemos la posición recíproca de lógica y mecánica. (Cabría hacer, también, que la red se compusiera de figuras de otro tipo, de triángulos y hexágonos, por ejemplo.) Que una figura como la arriba citada pueda ser descrita mediante una red de una forma dada es cosa que no dice *nada* sobre la figura. (Porque esto vale para cualquier figura de este tipo.) Pero lo que caracteriza a la figura es *esto*: que puede describirse *enteramente* mediante una determinada red de una *determinada* finura.

Así pues, tampoco enuncia nada sobre el mundo el hecho de que pueda ser descrito mediante la mecánica newtoniana; pero sí, ciertamente, el hecho de que se deje describir así mediante ella, como, en efecto, es el caso. También dice algo sobre el mundo el hecho de que pueda describirse más sencillamente mediante una mecánica que mediante otra.

- 6.343 Die Mechanik ist ein Versuch, alle *wahren* Sätze, die wir zur Weltbeschreibung brauchen, nach Einem Plane zu konstruieren.
- 6.3431 Durch den ganzen logischen Apparat hindurch sprechen die physikalischen Gesetze doch von den Gegenständen der Welt.
- 6.3432 Wir dürfen nicht vergessen, daß die Weltbeschreibung durch die Mechanik immer die ganz allgemeine ist. Es ist in ihr z.B. nie von *bestimmten* materiellen Punkten die Rede, sondern immer nur von *irgendwelchen*.
- 6.35 Obwohl die Flecke in unserem Bild geometrische Figuren sind, so kann doch selbstverständlich die Geometrie gar nichts über ihre tatsächliche Form und Lage sagen. Das Netz aber ist *rein* geometrisch, alle seine Eigenschaften können a priori angegeben werden.  
Gesetze, wie der Satz vom Grunde, etc., handeln vom Netz, nicht von dem, was das Netz beschreibt.
- 6.36 Wenn es ein Kausalitätsgesetz gäbe, so könnte es lauten: «Es gibt Naturgesetze». Aber freilich kann man das nicht sagen: es zeigt sich.
- 6.361 In der Ausdrucksweise Hertz's könnte man sagen: Nur *gesetzmäßige* Zusammenhänge sind *denkbar*.
- 6.3611 Wir können keinen Vorgang mit dem «Ablauf der Zeit» vergleichen—diesen gibt es nicht —, sondern nur mit einem anderen Vorgang (etwa mit dem Gang des Chronometers).  
Daher ist die Beschreibung des zeitlichen Verlaufs nur so möglich, daß wir uns auf einen anderen Vorgang stützen. Ganz Analoges gilt für den Raum. Wo man z.B. sagt, es könne keines von zwei Ereignissen (die sich gegenseitig ausschließen) eintreten, weil *keine Ursache* vorhanden sei, warum das eine eher als das andere eintreten solle, da handelt es sich in Wirklichkeit darum, daß man gar nicht *eines* der beiden Ereignisse beschreiben kann, wenn nicht irgendeine Asymmetrie vorhanden ist. Und *wenn* eine solche Asymmetrie vorhanden *ist*, so können wir diese als *Ursache* des Eintreffens des einen und Nicht-Eintreffens des anderen auffassen.
- 6.36111 Das Kantsche Problem von der rechten und linken Hand, die man nicht zur Deckung bringen kann, besteht schon in der Ebene, ja im eindimensionalen Raum, wo die beiden kongruenten Figuren a und b auch nicht zur Deckung gebracht werden können, ohne aus diesem Raum



- 6.343 La mecánica es un intento de construir de acuerdo con un plan todas las proposiciones *verdaderas* que necesitamos para la descripción del mundo.
- 6.3431 A través del aparato lógico entero, sin embargo, las leyes físicas hablan de los objetos del mundo.
- 6.3432 No debemos olvidar que la descripción del mundo mediante la mecánica es siempre enteramente general. En ella nunca se trata, por ejemplo, de puntos materiales *determinados*, sino de puntos *cualesquiera*.
- 6.35 Aunque en nuestra figura las manchas son figuras geométricas, la geometría no puede, sin embargo, obviamente, decir nada sobre su forma y posición efectivas. Pero la red es *puramente* geométrica, todas sus propiedades pueden indicarse a priori.  
Leyes como el principio de razón, etcétera, tratan de la red, no de lo que la red describe.
- 6.36 Si hubiera una ley de causalidad podría rezar así: «Hay leyes naturales». Pero, por supuesto, tal cosa no puede decirse; se muestra.
- 6.361 En el modo de expresión de Hertz cabría decir: sólo son *pensables* conexiones *legaliformes*.
- 6.3611 No podemos comparar ningún proceso con el «curso del tiempo» —éste no existe—, sino sólo con otro proceso (con la marcha del cronómetro, por ejemplo).  
De ahí que la descripción del curso temporal sólo resulta posible apoyándonos en otro proceso. Algo enteramente análogo vale para el espacio. Donde se dice, por ejemplo, que no podría suceder ninguno de dos acontecimientos (que se excluyen recíprocamente) porque no se da *ninguna causa* en orden a la que uno de ellos hubiera de suceder más bien que el otro, se trata en realidad de que no puede describirse en absoluto *uno* de ellos si no se da cierta asimetría. Y *si* tal asimetría *está* dada, entonces podemos concebirla como *causa* de la ocurrencia del uno y de la no-ocurrencia del otro.
- 6.36111 El problema kantiano de la mano derecha y de la mano izquierda, que no pueden hacerse coincidir superponiéndolas, se da ya en el plano, incluso en el espacio unidimensional, donde las dos figuras congruentes a y b tampoco pueden hacerse coincidir superponiéndolas sin sacarlas fuera de este espacio:



herausbewegt zu werden. Rechte und linke Hand sind tatsächlich vollkommen kongruent. Und daß man sie nicht zur Deckung bringen kann, hat damit nichts zu tun.

Den rechten Handschuh könnte man an die linke Hand ziehen, wenn man ihn im vierdimensionalen Raum umdrehen könnte.

6.362 Was sich beschreiben läßt, das kann auch geschehen, und was das Kausalitätsgesetz ausschliessen soll, das läßt sich auch nicht beschreiben.

6.363 Der Vorgang der Induktion besteht darin, daß wir das *einfachste* Gesetz annehmen, das mit unseren Erfahrungen in Einklang zu bringen ist.

6.3631 Dieser Vorgang hat aber keine logische, sondern nur eine psychologische Begründung.

Es ist klar, daß kein Grund vorhanden ist, zu glauben, es werde nun auch wirklich der einfachste Fall eintreten.

6.36311 Daß die Sonne morgen aufgehen wird, ist eine Hypothese; und das heißt: wir *wissen* nicht, ob sie aufgehen wird.

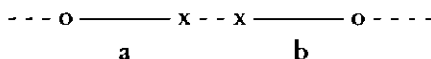
6.37 Einen Zwang, nach dem Eines geschehen müßte, weil etwas anderes geschehen ist, gibt es nicht. Es gibt nur eine *logische* Notwendigkeit.

6.371 Der ganzen modernen Weltanschauung liegt die Täuschung zugrunde, daß die sogenannten Naturgesetze die Erklärungen der Naturerscheinungen seien.

6.372 So bleiben sie bei den Naturgesetzen als bei etwas Unantastbarem stehen, wie die älteren bei Gott und dem Schicksal. Und sie haben ja beide Recht, und Unrecht. Die Alten sind allerdings insofern klarer, als sie einen klaren Abschluß anerkennen, während es bei dem neuen System scheinen soll, als sei *alles* erklärt.

6.373 Die Welt ist unabhängig von meinem Willen.

6.374 Auch wenn alles, was wir wünschen, geschähe, so wäre dies doch nur, sozusagen, eine Gnade des Schicksals, denn es ist kein *logischer* Zusammenhang zwischen Willen und Welt, der dies verbürgte, und den angenommenen physikalischen Zusammenhang könnten wir doch nicht selbst wieder wollen.



La mano derecha y la mano izquierda son, en efecto, enteramente congruentes. Y nada tiene que ver con ello el que no sea posible hacerlas coincidir superponiéndolas.

Sería posible calzar el guante derecho en la mano izquierda si cupiera darle la vuelta en el espacio cuatridimensional.

6.362 Lo que se puede describir puede ocurrir también, y lo que ha de excluir la ley de causalidad es cosa que tampoco puede describirse.

6.363 El procedimiento de la inducción consiste en que asumimos la ley *más simple* que cabe armonizar con nuestras experiencias.

6.363I Pero ese procedimiento no tiene una fundamentación lógica, sino sólo psicológica.

Está claro que no hay fundamento alguno para creer que ocurrirá realmente el caso más simple.

6.363II Que el sol vaya a salir mañana es una hipótesis; y esto quiere decir: no *sabemos* si saldrá.

6.37 No hay una necesidad por la que algo tenga que ocurrir porque otra cosa haya ocurrido. Sólo hay una necesidad *lógica*.

6.37I A toda la visión moderna del mundo subyace el espejismo de que las llamadas leyes de la naturaleza son las explicaciones de los fenómenos de la naturaleza.

6.372 Y así se aferran a las leyes de la naturaleza como a algo intocable, al igual que los antiguos a Dios y al destino.

Y ambos tienen razón y no la tienen. Pero los antiguos son, en cualquier caso, más claros en la medida en que reconocen un final claro, en tanto que en el nuevo sistema ha de parecer como si *todo* estuviera explicado.

6.373 El mundo es independiente de mi voluntad.

6.374 Y aunque todo lo que deseamos sucediera, esto sólo sería, por así decirlo, una gracia del destino, dado que no hay conexión *lógica* alguna entre voluntad y mundo capaz de garantizar tal cosa, ni nosotros mismos podríamos querer la hipotética conexión física.

- 6.375 Wie es nur eine *logische* Notwendigkeit gibt, so gibt es auch nur eine *logische* Unmöglichkeit.
- 6.375I Daß z.B. zwei Farben zugleich an einem Ort des Gesichtsfeldes sind, ist unmöglich und zwar logisch unmöglich, denn es ist durch die logische Struktur der Farbe ausgeschlossen.
- Denken wir daran, wie sich dieser Widerspruch in der Physik darstellt: Ungefähr so, daß ein Teilchen nicht zu gleicher Zeit zwei Geschwindigkeiten haben kann; das heißt, daß es nicht zu gleicher Zeit an zwei Orten sein kann; das heißt, daß Teilchen an verschiedenen Orten zu Einer Zeit nicht identisch sein können.
- (Es ist klar, daß das logische Produkt zweier Elementarsätze weder eine Tautologie noch eine Kontradiktion sein kann. Die Aussage, daß ein Punkt des Gesichtsfeldes zu gleicher Zeit zwei verschiedene Farben hat, ist eine Kontradiktion.)
- 6.4 Alle Sätze sind gleichwertig.
- 6.4I Der Sinn der Welt muß außerhalb ihrer liegen. In der Welt ist alles wie es ist und geschieht alles wie es geschieht; es gibt *in* ihr keinen Wert—und wenn es ihn gäbe, so hätte er keinen Wert. Wenn es einen Wert gibt, der Wert hat, so muß er außerhalb alles Geschehens und So-Seins liegen. Denn alles Geschehen und So-Sein ist zufällig.
- Was es nicht-zufällig macht, kann nicht *in* der Welt liegen; denn sonst wäre dies wieder zufällig.
- Es muß außerhalb der Welt liegen.
- 6.42 Darum kann es auch keine Sätze der Ethik geben. Sätze können nichts Höheres ausdrücken.
- 6.42I Es ist klar, daß sich die Ethik nicht aussprechen läßt.
- Die Ethik ist transcendental.
- (Ethik und Aesthetik sind Eins.)
- 6.422 Der erste Gedanke bei der Aufstellung eines ethischen Gesetzes von der Form «du sollst...» ist: Und was dann, wenn ich es nicht tue? Es ist aber klar, daß die Ethik nichts mit Strafe und Lohn im gewöhnlichen Sinne zu tun hat. Also muß diese Frage nach den *Folgen* einer Handlung belanglos sein.—Zum Mindesten dürfen diese Folgen nicht Ereignisse sein. Denn etwas muß doch an jener Fragestellung richtig sein. Es muß zwar eine Art von *ethischem* Lohn

6.375 Al igual que sólo hay una necesidad *lógica*, sólo hay también una imposibilidad *lógica*.

6.375I Que, por ejemplo, dos colores estén a la vez en un lugar del campo visual es imposible y, a decir verdad, lógicamente imposible, puesto que ello viene excluido por la estructura lógica del color. Pensemos cómo se representa esta contradicción en la física; aproximadamente así: una partícula no puede tener al mismo tiempo dos velocidades; esto quiere decir que no puede estar al mismo tiempo en dos lugares; esto quiere decir que partículas en lugares diferentes, al mismo tiempo, no pueden ser idénticas.

(Está claro que el producto lógico de dos proposiciones elementales no puede ser una tautología ni una contradicción. El enunciado de que un punto del campo visual tiene al mismo tiempo dos colores diferentes es una contradicción.)

· 6.4 Todas las proposiciones valen lo mismo.

· 6.4I El sentido del mundo tiene que residir fuera de él. En el mundo todo es como es y todo sucede como sucede; *en* él no hay valor alguno, y si lo hubiera carecería de valor. Si hay un valor que tenga valor tiene que residir fuera de todo suceder y ser-así. Porque todo suceder y ser-así son casuales.

Lo que los hace no-casuales no puede residir *en* el mundo; porque, de lo contrario, sería casual a su vez.

Ha de residir fuera del mundo.

· 6.42 Por eso tampoco puede haber proposiciones éticas. Las proposiciones no pueden expresar nada más alto.

· 6.42I Está claro que la ética no resulta expresable. La ética es trascendental.

(Ética y estética son una y la misma cosa.)

6.422 Cuando se asienta una ley ética de la forma «tú debes...» el primer pensamiento es: ¿y qué, si no lo hago? Pero está claro que la ética nada tiene que ver con el premio y el castigo en sentido ordinario. Esta pregunta por las *consecuencias* de una acción tiene que ser, pues, irrelevante. Al menos, estas consecuencias no deben ser acontecimientos. Porque algo correcto tiene que haber, a pesar de todo, en aquella interpelación. Tiene que haber, en efecto, un tipo de premio

und ethischer Strafe geben, aber diese müssen in der Handlung selbst liegen.

(Und das ist auch klar, daß der Lohn etwas Angenehmes, die Strafe etwas Unangenehmes sein muß.)

6.423 Vom Willen als dem Träger des Ethischen kann nicht gesprochen werden.

Und der Wille als Phänomen interessiert nur die Psychologie.

6.43 Wenn das gute oder böse Wollen die Welt ändert, so kann es nur die Grenzen der Welt ändern, nicht die Tatsachen; nicht das, was durch die Sprache ausgedrückt werden kann. Kurz, die Welt muß dann dadurch überhaupt eine andere werden. Sie muß sozusagen als Ganzes abnehmen oder zunehmen.

Die Welt des Glücklichen ist eine andere als die des Unglücklichen.

6.43I Wie auch beim Tod die Welt sich nicht ändert, sondern aufhört.

6.43II Der Tod ist kein Ereignis des Lebens. Den Tod erlebt man nicht.

Wenn man unter Ewigkeit nicht unendliche Zeitdauer, sondern Unzeitlichkeit versteht, dann lebt der ewig, der in der Gegenwart lebt. Unser Leben ist ebenso endlos, wie unser Gesichtsfeld grenzenlos ist.

6.4312 Die zeitliche Unsterblichkeit der Seele des Menschen, das heißt also ihr ewiges Fortleben nach dem Tode, ist nicht nur auf keine Weise verbürgt, sondern vor allem leistet diese Annahme gar nicht das, was man immer mit ihr erreichen wollte. Wird denn dadurch ein Rätsel gelöst, daß ich ewig fortlebe? Ist denn dieses ewige Leben dann nicht ebenso rätselhaft wie das gegenwärtige? Die Lösung des Rätsels des Lebens in Raum und Zeit liegt *außerhalb* von Raum und Zeit.

(Nicht Probleme der Naturwissenschaft sind ja zu lösen.)

6.432 Wie die Welt ist, ist für das Höhere vollkommen gleichgültig. Gott offenbart sich nicht *in* der Welt.

6.432I Die Tatsachen gehören alle nur zur Aufgabe, nicht zur Lösung.

6.44 Nicht *wie* die Welt ist, ist das Mystische, sondern *daß* sie ist.

6.45 Die Anschauung der Welt sub specie aeterni ist ihre Anschauung als—begrenzt—Ganzes. Das Gefühl der Welt als begrenztes Ganzes ist das mystische.

y de castigo éticos, pero éstos han de residir en la acción misma.

(Y está claro, asimismo, que el premio ha de ser algo agradable y el castigo algo desagradable.)

6.423 De la voluntad como soporte de lo ético no cabe hablar.

Y la voluntad como fenómeno sólo interesa a la psicología.

6.43 Si la voluntad buena o mala cambia el mundo, entonces sólo puede cambiar los límites del mundo, no los hechos; no lo que puede expresarse mediante el lenguaje.

En una palabra, el mundo tiene que convertirse entonces en otro enteramente diferente. Tiene que crecer o decrecer, por así decirlo, en su totalidad. El mundo del feliz es otro que el del infeliz.

6.431 Al igual que en la muerte el mundo no cambia sino que cesa.

6.4311 La muerte no es un acontecimiento de la vida. No se vive la muerte.

Si por eternidad se entiende, no una duración temporal infinita, sino intemporalidad, entonces vive eternamente quien vive en el presente. Nuestra vida es tan infinita como ilimitado es nuestro campo visual.

6.4312 La inmortalidad temporal del alma del hombre, esto es, su eterno sobrevivir tras la muerte, no sólo no está garantizada en modo alguno, sino que, ante todo, tal supuesto no procura en absoluto lo que siempre se quiso alcanzar con él. ¿Se resuelve acaso un enigma porque yo sobreviva eternamente? ¿No es, pues, esta vida eterna, entonces, tan enigmática como la presente? La solución del enigma de la vida en el espacio y el tiempo reside *fuera* del espacio y del tiempo.

(No son problemas de la ciencia natural los que hay que resolver.)

6.432 **Cómo sea el mundo es de todo punto indiferente para lo más alto. Dios no se manifiesta en el mundo.**

6.4321 Los hechos pertenecen todos sólo a la tarea, no a la solución.

6.44 **No cómo sea el mundo es lo místico, sino que sea.**

6.45 La visión del mundo *sub specie aeterni* es su visión como todo-limitado. **El sentimiento del mundo como todo limitado es lo místico.**

- 6.5 Zu einer Antwort, die man nicht aussprechen kann, kann man auch die Frage nicht aussprechen. *Das Rätsel* gibt es nicht. Wenn sich eine Frage überhaupt stellen läßt, so *kann* sie auch beantwortet werden.
- 6.51 Skeptizismus ist *nicht* unwiderleglich, sondern offenbar unsinnig, wenn er bezweifeln will, wo nicht gefragt werden kann.  
Denn Zweifel kann nur bestehen, wo eine Frage besteht; eine Frage nur, wo eine Antwort besteht, und diese nur, wo etwas *gesagt* werden *kann*.
- 6.52 Wir fühlen, daß selbst, wenn alle *möglichen* wissenschaftlichen Fragen beantwortet sind, unsere Lebensprobleme noch gar nicht berührt sind.  
Freilich bleibt dann eben keine Frage mehr; und eben dies ist die Antwort.
- 6.521 Die Lösung des Problems des Lebens merkt man am Verschwinden dieses Problems. (Ist nicht dies der Grund, warum Menschen, denen der Sinn des Lebens nach langen Zweifeln klar wurde, warum diese dann nicht sagen konnten, worin dieser Sinn bestand.)
- 6.522 Es gibt allerdings Unaussprechliches. Dies *zeigt* sich, es ist das Mystische.
- 6.53 Die richtige Methode der Philosophie wäre eigentlich die: Nichts zu sagen, als was sich sagen läßt, also Sätze der Naturwissenschaft—also etwas, was mit Philosophie nichts zu tun hat —, und dann immer, wenn ein anderer etwas Metaphysisches sagen wollte, ihm nachzuweisen, daß er gewissen Zeichen in seinen Sätzen keine Bedeutung gegeben hat. Diese Methode wäre für den anderen unbefriedigend—er hätte nicht das Gefühl, daß wir ihn Philosophie lehrten—aber *sie* wäre die einzig streng richtige.
- 6.54 Meine Sätze erläutern dadurch, daß sie der, welcher mich versteht, am Ende als unsinnig erkennt, wenn er durch sie—auf ihnen—über sie hinausgestiegen ist. (Er muß sozusagen die Leiter wegwerfen, nachdem er auf ihr hinaufgestiegen ist.)  
Er muß diese Sätze überwinden, dann sieht er die Welt richtig.
- 7 Wovon man nicht sprechen kann, darüber muß man schweigen.



- 6.5      Respecto a una respuesta que no puede expresarse, tampoco cabe expresar la pregunta.  
*El enigma no existe.*  
 Si una pregunta puede siquiera formularse, también *puede* responderse.
- 6.51      El escepticismo *no* es irrefutable, sino manifestamente absurdo, cuando quiere dudar allí donde no puede preguntarse.  
 Porque sólo puede existir duda donde existe una pregunta, una pregunta sólo donde existe una respuesta, y ésta, sólo *donde algo puede ser dicho.*
- 6.52      Sentimos que aun cuando todas las *posibles* cuestiones científicas hayan recibido respuesta, nuestros problemas vitales todavía no se han rozado en lo más mínimo.  
 Por supuesto que entonces ya no queda pregunta alguna; y esto es precisamente la respuesta.
- 6.521      La solución del problema de la vida se nota en la desaparición de ese problema. (¿No es ésta la razón por la que personas que tras largas dudas llegaron a ver claro el sentido de la vida, no pudieran decir, entonces, en qué consistía tal sentido?)
- 6.522      Lo inexpresable, ciertamente, existe. Se *muestra*, es lo místico.
- 6.53      El método correcto de la filosofía sería propiamente éste: no decir nada más que lo que se puede decir, o sea, proposiciones de la ciencia natural —o sea, algo que nada tiene que ver con la filosofía—, y entonces, cuantas veces alguien quisiera decir algo metafísico, probarle que en sus proposiciones no había dado significado a ciertos signos. Este método le resultaría insatisfactorio —no tendría el sentimiento de que le enseñábamos filosofía—, pero sería el único estrictamente correcto.
- 6.54      Mis proposiciones esclarecen porque quien me entiende las reconoce al final como absurdas, cuando a través de ellas —sobre ellas— ha salido fuera de ellas. (Tiene, por así decirlo, que arrojar la escalera después de haber subido por ella.)  
 Tiene que superar estas proposiciones; entonces ve correctamente el mundo.
- 7      De lo que no se puede hablar hay que callar.

