Copi, Irving M.
Introducción a la lógica = Introduction to logic / Irving M. Copi, Carl Cohen. -- 2a. ed. -- México : Limusa, 2013
xvi; 840 p.: il.; 24 x 19 cm.
ISBN: 978-607-05-0325-2
Incluye índice analítico
Rústica

1. Lógica
I.Cohen, Carl, coaut. II. Rangel Sandoval, Jorge Alejandro, tr.
III. Munguía Noriega, Rodrigo, rev.

Dewey: 160 | 22 / C7911I LC: BC108

Traducción autorizada de la edición en inglés, publicada por Pearson Education, Inc. a través de Prentice Hall con el título: INTRODUCTION TO LOGIC
By Irving Copi & Carl Cohen.

Colaboración en la traducción:
Jorge Alejandro Rangel Sandoval
Licenciatura en psicología por la Facultad de Psicología de la UNAM. Maestría en filosofía de la ciencia por el Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UNAM.

Revisión:
Rodrigo Munguía Noriega
Licenciatura en psicología por la Universidad Iberoamericana. Maestría en filosofía de la ciencia por el Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UNAM.

GRUPO NORIEGA EDITORES
Balderas 95, México, D.F.
C.P. 06040
5130 0700
5512 2903
limusa@noriega.com.mx
www.noriega.com.mx

CANIEM Núm. 121

Hecho en México
ISBN: 978-607-05-0325-2
1.2

Lógica simbólica

8

8.1 Lógica moderna y su lenguaje simbólico
8.2 Los símbolos de conjunción, negación y disyunción
8.3 Enunciados condicionales y la implicación material
8.4 Formas de argumento y refutación por analogía lógica
8.5 El significado preciso de "válido" e "inválido"
8.6 Cómo probar la validez de un argumento con tablas de verdad
8.7 Algunas formas argumentales comunes
8.8 Formas enunciativas y equivalencia material
8.9 Equivalencia lógica
8.10 Las tres "leyes del pensamiento"

8.1 Lógica moderna y su lenguaje simbólico

Pretendemos lograr un dominio completo del razonamiento deductivo, para ello necesitamos una teoría general de la deducción. El objetivo de ésta es: (1) explicar las relaciones entre las premisas y la conclusión en los argumentos deductivos, y (2) proporcionarnos las técnicas para discriminar entre deducciones válidas e inválidas. Dos importantes ramas de la lógica (teórica) han buscado cumplir estas funciones. La primera, llamada lógica "clásica" o lógica aristotélica, la estudiamos en los tres capítulos anteriores. La segunda, llamada lógica "moderna" o lógica simbólica moderna, será el tema de éste y de los dos capítulos que le siguen.

Aunque estas dos divisiones de la lógica tienen objetivos similares, se desarrollan de diferente manera. La lógica moderna no se apoya en el sistema de silogismos examinado en los capítulos anteriores. No comienza con el análisis de proposiciones categóricas. Busca discriminar los argumentos válidos de los inválidos, aunque para ello emplea conceptos y técnicas muy diferentes. Es por ello que debemos comenzar de nuevo para desarrollar un sistema lógico moderno que analice exactamente los mismos conceptos que trata la lógica tradicional, pero que lo haga de manera aún más efectiva. La lógica moderna procede primero identificando las conectivas lógicas fundamentales de las que dependen los argumentos deductivos. A partir de estas conectivas, se ofrece una explicación general de estos argumentos y se desarrollan los métodos para poner a prueba la validez de los mismos.

Este análisis de la deducción requiere un lenguaje simbólico artificial. En un lenguaje natural como el español o cualquier otro existen algunas peculiaridades que dificultan el análisis lógico preciso: las palabras pueden ser vagas o equívocas, la construcción de argumentos puede ser ambigua, las metáforas y modismos pueden confundir o engañar, las apelaciones a la emoción pueden distraer, todos éstos son problemas ya abordados en la parte I de este libro.

Estas dificultades pueden salvarse en gran parte con un lenguaje artificial en el cual pueden formularse con precisión las relaciones lógicas. En este capítulo se exponen los elementos fundamentales de este lenguaje simbólico moderno.

Los símbolos facilitan muchísimo nuestra reflexión sobre los argumentos. Nos permiten llegar al meollo de un argumento, mostrar su naturaleza esencial y dejar de lado lo que no es esencial. Además, con los símbolos podemos ejecutar casi mecánicamente algunas operaciones lógicas, utilizando sólo la vista, algo que de otro modo podría exigir un gran esfuerzo. Puede parecer paradójico, pero un lenguaje simbólico ayuda, de este modo, a realizar algunas tareas intelectuales sin tener que pensar mucho.*

Los lógicos clásicos reconocieron el gran valor de los símbolos en el análisis. Aristóteles utilizó los símbolos como variables en su propio análisis y el refinado sistema de la silogística aristotélica utiliza los símbolos en formas muy sofisticadas, como se ha mostrado en los capítulos anteriores. No obstante, se ha progresado mucho en el diseño y uso más eficaz de los símbolos lógicos, principalmente durante el siglo XX.

El simbolismo moderno con el que se analiza la deducción difiere en gran medida del clásico. Las relaciones de clase de las cosas no son fundamentales para los lógicos modernos como lo fueron para Aristóteles y sus seguidores. En vez de ello, los lógicos se fijan ahora en la estructura interna de las proposiciones y los argumentos y en las conexiones lógicas (muy pocas en número), que son fundamentales en todos los argumentos deductivos. De este modo, la lógica simbólica moderna no se complica, como ocurrió con la lógica aristotélica, por la necesidad de transformar los argumentos deductivos a una forma silogística, una labor a menudo tediosa que se explica en el capítulo siete.

El sistema de la lógica moderna que comenzamos a explorar ahora es de alguna manera menos elegante que la silogística analítica, pero es más poderoso. Existen formas de argumentos deductivos que la silogística no puede abordar adecuadamente. Utilizando el enfoque de la lógica moderna con su lenguaje simbólico más versátil, podemos perseguir directamente los objetivos del análisis deductivo y lograr una comprensión más profunda. Los símbolos lógicos que se explican enseguida permiten lograr de una manera más completa y eficiente el objetivo fundamental de la lógica deductiva: discernir los argumentos válidos de los inválidos.

---

*Los numerales arábigos que se utilizan en la actualidad (1, 2, 3,...) ejemplifican las ventajas de un lenguaje simbólico mejorado. Reemplazaron a los engorrosos numerales romanos (i, ii, iii, ...), que son muy difíciles de manipular. Multiplicar 113 por 9 es fácil; multiplicar CXIII por IX no es tan fácil. Incluso los romanos, sostienen algunos expertos, fueron obligados a encontrar formas de simbolizar los números de una manera más eficiente.

8.2 Los símbolos de conjunción, negación y disyunción

En este capítulo tratamos argumentos relativamente simples como:

El prisionero ciego tiene un sombrero rojo o el prisionero ciego tiene un sombrero blanco.
El prisionero ciego no tiene un sombrero rojo.
Por lo tanto, el prisionero ciego tiene un sombrero blanco.

y

Si el Sr. Robinson es el vecino de al lado del guardafrenos, entonces el Sr. Robinson vive a medio camino entre Detroit y Chicago.
El Sr. Robinson no vive a medio camino entre Detroit y Chicago.
Por lo tanto, el Sr. Robinson no es el vecino de al lado del guardafrenos.

Todo argumento de esta clase general contiene al menos un enunciado compuesto. Para estudiar estos argumentos dividimos a todos los enunciados en dos categorías generales: simples y compuestos. Un **enunciado simple** es uno que no contiene ningún otro enunciado como componente. Por ejemplo: "Carlos es cuidadoso" es un enunciado simple. Un **enunciado compuesto** es aquel que contiene otro enunciado como componente. Por ejemplo: "Carlos es cuidadoso y Carlos es agradable" es un enunciado compuesto, pues contiene dos enunciados simples como componentes. Por supuesto, los componentes de un enunciado compuesto pueden a su vez ser compuestos.*

*Al formular definiciones y principios en lógica se tiene que ser muy preciso. Lo que parece simple a menudo resulta ser más complicado de lo que se había supuesto. La noción de un "componente de un enunciado" es un buen ejemplo de esta necesidad de cautela.

Podría suponerse que el *componente* de un enunciado es simplemente una parte de un enunciado que es en sí misma un enunciado. Pero esta descripción no define al término con suficiente precisión porque un enunciado puede ser *parte* de un enunciado más largo y aun así no ser un *componente* del mismo en sentido estricto. Por ejemplo, consideremos el enunciado: "El hombre que le disparó a Lincoln era un actor". Evidentemente, las últimas cuatro palabras de este enunciado son parte del mismo y podrían, en efecto, considerarse como un enunciado; o es verdadero o falso que Lincoln era un actor. Pero el enunciado "Lincoln era un actor", aunque indudablemente es parte del enunciado más largo, no es un *componente* del mismo.

Esto se puede explicar observando que, para que una parte de un enunciado sea un componente de ese enunciado, se tienen que satisfacer dos condiciones: (1) La parte tiene que ser un enunciado por derecho propio; *y* (2) si la parte en el enunciado más largo se reemplaza por otro enunciado, el resultado de este reemplazo tiene que ser significativo, tiene que tener sentido.

La primera de estas condiciones se satisface en el ejemplo anterior sobre Lincoln, pero no la segunda. Suponga que la parte "Lincoln era un actor" fuera reemplazada por "hay leones en África". El resultado de este reemplazo sería un sinsentido: "El hombre que le disparó a hay leones en África". El término *componente* no es difícil de entender, pero al igual que todos los términos lógicos, tiene que definirse de manera precisa y aplicarse cuidadosamente.

Enunciado simple
Un enunciado que no contiene ningún otro enunciado como componente.

Enunciado compuesto
Un enunciado que contiene otro enunciado como componente.

A. Conjunción

Existen varios tipos de enunciados compuestos, cada uno requiere su propia notación lógica. El primer tipo de enunciado compuesto que consideramos aquí es la *conjunción*. Podemos formar la **conjunción** de dos enunciados colocando entre ellos la palabra "y"; los dos enunciados combinados de esta forma se llaman *conyuntos*. De este modo, el enunciado compuesto "Carlos es cuidadoso y Carlos es agradable" es una conjunción cuyo primer conyunto es "Carlos es cuidadoso" y cuyo segundo conyunto es "Carlos es agradable".

La palabra "y" es una palabra corta y conveniente, pero tiene otros usos además del de conectar enunciados. Por ejemplo, el enunciado "Lincoln y Grant fueron contemporáneos" *no* es una conjunción, sino un enunciado simple que expresa una relación. Para tener un símbolo único cuya única función sea la de conectar enunciados conjuntivalmente, se introduce el punto "•" como símbolo para la conjunción. De este modo, la conjunción previa puede escribirse como: "Carlos es cuidadoso • Carlos es agradable". Más generalmente, donde p y q son dos enunciados cualesquiera, su conjunción se escribe $p \bullet q$.

Sabemos que todo enunciado es *verdadero* o *falso*. Por lo tanto, decimos que todo enunciado tiene un **valor de verdad**, donde el valor de verdad de un enunciado verdadero es *verdadero* y el valor de verdad de un enunciado falso es *falso*. Utilizando este concepto de "valor de verdad" es posible dividir a los enunciados compuestos en dos categorías distintas, dependiendo de si el valor de verdad de un enunciado compuesto es determinado por completo o no por el valor de verdad de sus componentes, o si es determinado por cualquier otra cosa diferente al valor de verdad de sus componentes.

Conjunción
Conectiva veritativo-funcional que significa "y"; se simboliza mediante el punto (•).

Valor de verdad
Estatus de cualquier enunciado como verdadero o falso.

Componente veritativo-funcional
Cualquier componente de un enunciado compuesto cuyo reemplazo por otro enunciado que tenga el mismo valor de verdad no cambiaría el valor de verdad del enunciado compuesto.

Esta distinción se aplica a las conjunciones. El valor de verdad de la conjunción de dos enunciados se determina por completo y en absoluto por el valor de verdad de sus dos conyuntos. Si ambos conyuntos son verdaderos, la conjunción es verdadera; de otro modo, es falsa. Por esta razón, se dice que una conjunción es un enunciado compuesto *veritativo-funcional*, y se dice que sus conyuntos son componentes *veritativo-funcionales* del mismo.

Sin embargo, no todo enunciado compuesto es veritativo-funcional. Por ejemplo, el valor de verdad del enunciado compuesto "Otelo cree que Desdémona ama a Casio", de ninguna manera está determinado por el valor de verdad de su enunciado simple componente "Desdémona ama a Casio", pues podría ser verdad que Otelo cree que Desdémona ama a Casio, independientemente de si lo ama o no. Así, el componente "Desdémona ama a Casio" no es un componente del enunciado veritativo-funcional "Otelo cree que Desdémona ama a Casio", y el enunciado en sí no es un enunciado compuesto veritativo-funcional.

Para los propósitos de este análisis se define al *componente* de un enunciado compuesto como un **componente veritativo-funcional** de éste, siempre que, si el componente es reemplazado en el compuesto por cualquier otro enunciado diferente que tengan el mismo valor de verdad entre sí, los diferentes enunciados compuestos producidos por estos reemplazos también tengan los mismos valores de verdad entre sí. Y ahora se define un *enunciado compuesto* como un **enunciado compuesto veritativo-funcional** si todos sus componentes son componentes veritativo-funcionales de éste.[1]

Únicamente nos ocuparemos aquí de los enunciados compuestos veritativo-funcionales. Por lo tanto, en el resto de este libro utilizaremos el término *enunciado simple* para referirnos a cualquier enunciado que no sea un enunciado compuesto veritativo-funcional.

Una conjunción es un enunciado compuesto veritativo-funcional, de modo que el símbolo de punto es una **conectiva veritativo-funcional**. Dados dos enunciados cualesquiera, p y q, solamente existen cuatro grupos de valores de verdad posibles que puedan contener. Estos cuatro casos posibles, y el valor de verdad de la conjunción en cada uno de ellos, pueden exponerse como sigue:

Donde p es verdadera y q es verdadera, $p \bullet q$ es verdadera.
Donde p es verdadera y q es falsa, $p \bullet q$ es falsa.
Donde p es falsa y q es verdadera, $p \bullet q$ es falsa.
Donde p es falsa y q es falsa, $p \bullet q$ es falsa.

Si representamos los valores de verdad "verdadero" y "falso" con las letras mayúsculas **V** y **F**, la determinación del valor de verdad de una conjunción mediante los valores de verdad de sus conyuntos puede representarse de manera más compacta y más clara mediante una "tabla de verdad":

p	q	$p \bullet q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Enunciado compuesto veritativo-funcional
Enunciado compuesto cuya función de verdad está completamente determinada por el valor de verdad de sus componentes.

Esta tabla de verdad puede considerarse como definitoria del símbolo punto, puesto que explica qué valores de verdad se adoptan mediante $p \bullet q$ en cada caso posible.

Conectiva veritativo-funcional
Cualquier conectiva lógica (incluyendo conjunción, disyunción, implicación material y equivalencia material) entre los componentes de un enunciado compuesto veritativo-funcional.

Los enunciados simples se abrevian con letras mayúsculas, generalmente utilizando para este propósito una letra que ayude a recordar qué enunciado abrevia. De este modo, "Carlos es cuidadoso y Carlos es agradable" puede abreviarse como $C \bullet A$. Algunas conjunciones donde los dos conyuntos tiene el mismo término sujeto, por ejemplo, "Byron fue un gran poeta y Byron fue un gran aventurero", quizá se enuncien más brevemente y de manera más natural en español al colocar la "y" entre los términos predicado sin repetir el término sujeto, como en: "Byron fue un gran poeta y un gran aventurero". Para los propósitos de este texto, se considera que este último formula el mismo enunciado que el anterior y ambos se simbolizan indistintamente como $P \cdot A$. Si ambos conyuntos de una conjunción tienen el mismo término predicado, como en: "Lewis fue un explorador famoso y Clark fue un explorador famoso", de nuevo en español, la conjunción normalmente se enunciaría colocando la "y" entre los términos sujeto y sin repetir el predicado, como en: "Lewis y Clark fueron exploradores famosos". Cada formulación se simboliza como $L \cdot C$.

Tal como se muestra en la tabla de verdad que define al símbolo punto, una conjunción es verdadera si y sólo si ambos conyuntos son verdaderos. La palabra "y" tiene otro uso en el que no significa *meramente* conjunción (veritativo-funcional), sino que tiene el sentido de "y subsecuentemente", que significa sucesión temporal. De este modo, el enunciado: "Juan ingresó al país por Nueva York y fue directo a Chicago" tiene significado y puede ser verdadero, mientras que "Juan fue directo a Chicago e ingresó al país por Nueva York" es apenas inteligible. Asimismo, existe una diferencia considerable entre: "Se quitó los zapatos y se metió a la cama" y "Se metió a la cama y se quitó los zapatos".* Estos ejemplos muestran la conveniencia de tener un símbolo especial con un uso conjuntivo veritativo-funcional exclusivamente.

Observe que las palabras en español "pero", "aún", "también", "todavía", "aunque", "sin embargo", "además", "no obstante", etcétera, e incluso la coma y el punto y coma, también pueden utilizarse para conjuntar dos enunciados en un solo enunciado compuesto y en su sentido conjuntivo también pueden representarse mediante el símbolo punto.

B. Negación

La **negación** (o contradicción o negativa) de un enunciado en español a menudo se forma por la inserción de un "no" en el enunciado original. En lugar de esto, es posible expresar la negación de un enunciado en español anteponiendo a éste la frase "es falso que" o "no es el caso que". Es tradicional utilizar el símbolo "$\sim$" (llamado "tilde") para formar la negación de un enunciado. De este modo, cuando M simboliza el enunciado "Todos los humanos son mortales", los diversos enunciados "No todos los humanos son mortales", "Algunos humanos no son mortales", "Es falso que todos los humanos son mortales", y "No es el caso que todos los humanos son mortales", todos se simbolizan indistintamente como $\sim M$. De manera más general, donde p es cualquier enunciado, su negación se escribe $\sim p$. Es obvio que la tilde es un

Negación
Contradicción negativa, simbolizada por la tilde ($\sim$).

*En *The Victoria Advocate*, Victoria, Texas, 27 de octubre de 1990, apareció el siguiente texto: "Ramiro Ramírez Garza, de la cuadra 2700 de Leary Lane, fue arrestado por la policía porque amenazaba con suicidarse y huir hacia México".

operador veritativo-funcional. La negación de cualquier enunciado verdadero es falsa y la negación de cualquier enunciado falso es verdadera. Este hecho puede presentarse de una manera muy simple y clara mediante una tabla de verdad:

p	$\sim p$
V	F
F	V

Esta tabla de verdad puede considerarse como la definición del símbolo de negación "$\sim$".

C. Disyunción

La **disyunción** (o alternancia) de dos enunciados en español se forma insertando la palabra "o" entre ellos. Los dos enunciados componentes combinados así se llaman "disyuntos" (o "alternativas").

La palabra en español "o" es ambigua, tiene dos significados relacionados pero distinguibles. Uno de ellos se ejemplifica con el enunciado: "Los recargos se cancelarán en caso de enfermedad o desempleo". La intención aquí obviamente es que los recargos se cancelan no sólo para las personas enfermas y para las personas desempleadas, sino también para las personas que son *ambas* cosas, están enfermas *y* desempleadas. Este sentido de la palabra "o" es llamado *débil* o *inclusivo*. Una *disyunción inclusiva* es verdadera en el caso de que uno u otro disyunto sea verdadero o cuando ambos lo son; sólo si ambos disyuntos son falsos su disyunción inclusiva es falsa. La "o" inclusiva tiene el sentido de "cualquiera, posiblemente ambos". Cuando la precisión es de importancia primordial, como en los contratos y otros documentos legales, este sentido se hace explícito mediante el uso de la frase "y/o".

La palabra "o" también se utiliza en un sentido *fuerte* o *excluyente*, en el que el significado no es "al menos uno", sino "al menos uno y a lo sumo uno". Cuando en un restaurante se lista "café o postre" en el menú de la cena, claramente se quiere decir que, por el precio fijado de la comida, la cena puede contener uno o el otro, *pero no ambos*. Cuando la precisión tiene importancia primordial y se desea el sentido excluyente de "o", a menudo se añade la frase "pero no ambos".

La disyunción inclusiva de dos enunciados se interpreta como una aseveración de que al menos uno de los enunciados es verdadero y su *disyunción excluyente* se interpreta como una aseveración de que al menos uno de sus enunciados es verdadero, pero no ambos. Note que los dos tipos de disyunción tienen en común una parte de su significado. Este significado parcial en común, de que al menos uno de los disyuntos es verdadero, es el significado total del "o" inclusivo y una *parte* del significado del "o" excluyente.

Disyunción
Conectiva veritativo-funcional que significa "o". Tiene un sentido "débil" (inclusivo) y uno "fuerte" (exclusivo o excluyente); se simboliza por la cuña ($\vee$).

Aunque las disyunciones en español se enuncian de manera ambigua, no son ambiguas en latín. El latín tiene dos palabras diferentes que corresponden a los dos sentidos diferentes de la palabra en español "o". La palabra latina *vel* indica la disyunción débil o inclusiva, y la palabra latina *aut* corresponde a la palabra "o" en su sentido fuerte o excluyente. Es tradicional utilizar la letra inicial de la palabra *vel* para representar "o" en su sentido débil, inclusivo. Donde p y q son dos enunciados cualesquiera, su disyunción débil o inclusiva se escribe: $p \vee q$. El símbolo para la disyunción inclusiva (llamado "cuña" o, con menor frecuencia, una "uve") también es una conectiva veritativo-funcional. Una disyunción débil es falsa sólo en el caso de que ambos disyuntos son falsos. Es posible considerar que la siguiente tabla de verdad define a la cuña:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

El primer ejemplo de argumento presentado en esta sección fue un silogismo disyuntivo.*

El prisionero ciego tiene un sombrero rojo o el prisionero ciego tiene un sombrero blanco.
El prisionero ciego no tiene un sombrero rojo.
Por lo tanto, el prisionero ciego tiene un sombrero blanco.

Su forma se caracteriza diciendo que su primera premisa es una disyunción; su segunda premisa es la negación del primer disyunto de la primera premisa; y su conclusión es igual al segundo disyunto de la primera premisa. Es evidente que el silogismo disyuntivo, así definido, es válido en cualquier interpretación de la palabra "o"; esto es, independientemente de si se busca una disyunción inclusiva o exclusiva**. Puesto que un argumento válido típico, como el silogismo disyuntivo, que tiene una disyunción por premisa, es válido bajo cualquier interpretación de la palabra "o", se puede efectuar una simplificación traduciendo la palabra en español "o" al símbolo lógico "$\vee$", *independientemente de qué significado de la palabra en español "o" se pretenda.* En general, sólo un examen más detenido del contexto o una pregunta explícita del inter-

*Un *silogismo* es un argumento deductivo que consiste en dos premisas y una conclusión.
**Note que el término *silogismo disyuntivo* se utiliza aquí en un sentido más limitado de lo que se usó en el capítulo anterior.

locutor o autor, puede revelar qué sentido de la palabra "o" se pretende. Este problema, a menudo imposible de resolver, puede evitarse si se acuerda tratar a *cualquier* ocurrencia de la palabra "o" como inclusiva. Por otro lado, si se enuncia explícitamente que la disyunción pretende ser excluyente, por ejemplo mediante la frase añadida "pero no ambos", se tiene la maquinaria simbólica para formular ese sentido adicional, como se mostrará enseguida.

Cuando ambos disyuntos tienen el mismo término sujeto o el mismo término predicado, a menudo es natural condensar la formulación de su disyunción en español colocando la "o" de tal modo que no sea necesario repetir la parte en común de los dos disyuntos. De este modo, "O Pérez es el dueño o Pérez es el gerente" pueden enunciarse igualmente bien como: "Pérez es o el dueño o el gerente", y cualquiera se simboliza adecuadamente como $D \vee G$. Y "O Rojas es culpable o el Macho es culpable" a menudo podrían enunciarse como: "O Rojas o El Macho son culpables", cualquiera de ellos se simboliza como $R \vee M$.

La frase "a menos que" a menudo se utiliza para formar la disyunción de dos enunciados. De este modo, "Saldrás mal en el examen a menos que estudies" se simboliza correctamente como: $M \vee E$. La razón es que se utiliza "a menos que" para significar que si una proposición no es verdadera, la otra es o será verdadera. La oración anterior puede entenderse que significa: "Si no estudias, saldrás mal en el examen", y ésa es la fuerza de la disyunción, puesto que asevera que uno de los disyuntos es verdadero y, por lo tanto, que si uno de ellos es falso, el otro tiene que ser verdadero. Por supuesto puedes estudiar *y* salir mal en el examen.

Pero la frase "a menos que" a veces se utiliza para transmitir más información; puede significar (dependiendo del contexto) que una u otra proposición es verdadera, pero que no ambas lo son. Esto es, "a menos que" puede tener la intención de una disyunción exclusiva. De esta forma, Ted Turner dijo que el calentamiento global dejará a Nueva York bajo el agua en cien años y que "será la mayor catástrofe que el mundo haya visto jamás, a menos que tengamos una guerra nuclear"[2]. Aquí el interlocutor quiso decir que al menos uno de los dos disyuntos es verdadero, pero por supuesto no pueden ser ambos verdaderos. Otros usos de "a menos que" son ambiguos. Cuando se dice: "El día de campo se llevará a cabo a menos que llueva", sin duda se quiere decir que el día de campo se llevará a cabo si no llueve. ¿Pero se quiere decir que no se llevará a cabo si llueve? Eso puede ser dudoso. Es un principio sabio tratar a todas las disyunciones como débiles o inclusivas *a menos que* uno esté seguro de que significa una disyunción exclusiva. "A menos que" se simboliza mejor simplemente con la cuña ($\vee$).

D. Puntuación

En español, la puntuación es absolutamente necesaria si se quiere que los enunciados complicados sean claros. Se utilizan muchísimos signos de puntuación, sin los cuales muchas oraciones serían muy ambiguas. Por ejemplo, se asignan significados completamente diferentes a: "El maestro dice que Juan es un tonto", cuando se le asignan diferentes puntuaciones. Otras oraciones requieren puntuación para su inteligibilidad, como, por ejemplo: "Alejandro cuando Toño tuvo la aprobación del maestro". La **puntuación** es igualmente necesaria en matemáticas. En ausencia de una convención especial, ningún número se denota únicamente como $2 \times 3 + 5$, aunque cuando se aclara cómo se agrupan sus constituyentes, denota 11 o 16: el primero cuando se puntúa $(2 \times 3) + 5$, el segundo cuando se puntúa $2 \times (3 + 5)$. Para evitar la ambigüedad y aclarar el significado, los signos de puntuación en matemáticas aparecen en forma de paréntesis, ( ), que se utilizan para agrupar símbolos individuales; corchetes, [ ], utilizados para agrupar expresiones que incluyen paréntesis; y llaves, { }, utilizadas para agrupar expresiones que incluyen corchetes.

En el lenguaje de la lógica simbólica esos mismos signos de puntuación (paréntesis, corchetes y llaves) son igualmente esenciales porque en lógica los enunciados compuestos frecuentemente se combinan a su vez para formar enunciados más complicados. De este modo, $p \bullet q \vee r$ es ambiguo: puede significar la conjunción de p con la disyunción de q con r o puede significar la disyunción cuyo primer disyunto es la conjunción de p y q, y cuyo segundo disyunto es r. Se distingue entre estos dos sentidos diferentes puntuando la fórmula dada como: $p \bullet (q \vee r)$ o como $(p \bullet q) \vee r$. El que las diferentes maneras de puntuar la fórmula original hacen una diferencia puede verse al considerarse el caso en el que p es falsa, y q y r son ambas verdaderas. En este caso, la segunda fórmula puntuada es verdadera (puesto que su segundo disyunto es verdadero), mientras que la primera es falsa (puesto que su primer conyunto es falso). Aquí la diferencia en la puntuación establece toda la diferencia entre la verdad y la falsedad, pues diferentes puntuaciones pueden asignar diferentes valores de verdad al enunciado ambiguo $p \bullet q \vee r$.

Las palabras "cualquiera" y "o" tienen una variedad de significados diferentes y usos en español. La primera tiene fuerza conjuntiva en la oración: "Existe peligro en cualquiera de los lados". Con más frecuencia "o" se utiliza para introducir el primer disyunto en una disyunción, como en: "O el prisionero ciego tiene un sombrero rojo o tiene uno blanco". En este caso la primera "o" contribuye al balance retórico de la oración, pero no afecta su significado. Tal vez el uso más importante de la palabra "o" es puntuar un enunciado compuesto. De este modo, la oración:

La organización se reunirá el jueves y Anand será electo o la elección será pospuesta.

Puntuación
Los paréntesis, corchetes y llaves utilizadas en el lenguaje simbólico para eliminar la ambigüedad en el significado.

es ambigua. Esta ambigüedad puede resolverse en una dirección, colocando la palabra "o" al inicio de la oración, o en la otra dirección insertando la palabra "o" antes del nombre "Anand". Esta puntuación se consigue en el lenguaje simbólico mediante los paréntesis. La fórmula ambigua $p \bullet q \vee r$ presentada en el párrafo anterior corresponde a la oración ambigua que se acaba de examinar. Las dos puntuaciones diferentes de la fórmula corresponden a las dos puntuaciones diferentes de la oración que se consiguen por las dos inserciones distintas de la palabra "o".

La negación de una disyunción a menudo se forma con el uso de la frase "ni—ni". De este modo, el enunciado: "O Fillmore o Harding fue el presidente más destacado de Estados Unidos", puede contradecirse con el enunciado: "Ni Fillmore ni Harding fue el presidente más destacado de Estados Unidos". La disyunción se simbolizaría como $F \vee H$ y su negación como $\sim(F \vee H)$ o como $(\sim F) \bullet (\sim H)$. (La equivalencia lógica de estas dos fórmulas simbólicas se considera en la sección 8.9.) Debe estar claro que negar una disyunción que indica que uno u otro enunciado es verdadero requiere que se indique que ambos son falsos.

La palabra "ambos" tiene un papel muy importante en la puntuación lógica en español y merece la más cuidadosa atención. Cuando se dice que ambos, "Cynthia y Jonathan no son...", se está diciendo, como se anotó antes, que "Ni Cynthia ni Jonathan son ..."; se está aplicando la negación a cada uno de ellos. Pero cuando se dice: "Cynthia y Jonathan no son... ambos" se está diciendo algo muy diferente; se está aplicando la negación a los dos considerados conjuntamente, diciendo que no es el caso que "sean ambos...". Esta diferencia es muy sustancial. Surgen significados completamente diferentes cuando se coloca la palabra "ambos" en un lugar diferente en la oración en español. Considere la gran diferencia entre los significados de:

Cynthia y Jonathan ambos no serán electos.

y

Cynthia y Jonathan no serán electos ambos.

La primera niega a la conjunción $C \bullet J$ y puede simbolizarse como: $\sim(C \bullet J)$. La segunda dice que ninguno de los dos será electo, y se simboliza como: $\sim(C) \bullet \sim(J)$. Con sólo cambiar la *posición* de las dos palabras "ambos" y "no" se altera la fuerza lógica de lo que se asevera.

Por supuesto, la palabra "ambos" no siempre tiene este papel, a veces se utiliza sólo para añadir énfasis. Cuando se dice que: "Ambos, Lewis y Clark fueron grandes exploradores", la palabra se utiliza sólo para enunciar más enfáticamente lo que quiere decirse con: "Lewis y Clark fueron grandes exploradores". Pero cuando la tarea es el análisis lógico, la función de puntuación de "ambos" tiene que determinarse de manera muy cuidadosa.

Por mor de brevedad, esto es, para reducir el número requerido de paréntesis, es conveniente establecer la convención de que **en cualquier fórmula se entenderá que el símbolo de negación se aplica al enunciado más**

corto que permite la puntuación. Sin esta convención, la fórmula: $\sim p \lor q$ es ambigua, significando: $(\sim p) \lor q$, o $\sim(p \lor q)$. Pero por convención asumimos que significa la primera de estas alternativas, pues la cuña *puede* (y, por lo tanto, por convención se *hace*) aplicarse al primer componente, p, en lugar de a la fórmula más larga $p \lor q$.

Dado un grupo de signos de puntuación para el lenguaje simbólico, es posible escribir en éste no sólo conjunciones, negaciones y disyunciones débiles, sino también disyunciones exclusivas. La disyunción exclusiva de p y q afirma que al menos uno de ellos es verdadero, pero no ambos; lo que se escribe simplemente como: $(p \lor q) \bullet \sim(p \bullet q)$.

El valor de verdad de cualquier enunciado compuesto construido con enunciados simples utilizando únicamente conectivas veritativo-funcionales (el punto, la tilde y la cuña), se determina completamente por la verdad o falsedad de sus enunciados componentes simples. Si se conoce el valor de verdad de los enunciados simples, el valor de verdad de cualquier combinación veritativo-funcional de éstos se calcula fácilmente. Para trabajar con estos enunciados compuestos siempre se inicia con sus componentes internos y se continúa hacia afuera. Por ejemplo, si A y B son enunciados verdaderos y X y Y son enunciados falsos, el valor de verdad del enunciado compuesto $\sim[\sim(A \bullet X) \bullet (Y \lor \sim B)]$ se calcula como sigue. Puesto que X es falso, la conjunción $(A \bullet X)$ es falsa y, por lo tanto, su negación $\sim(A \bullet X)$ es verdadera. B es verdadero; por lo tanto, su negación $\sim B$ es falsa, y puesto que Y también es falso, la disyunción de Y con $\sim B$, $Y \lor \sim B$, es falsa. La fórmula entre corchetes: $[\sim(A \bullet X) \bullet (Y \lor \sim B)]$, es la conjunción de un enunciado verdadero con uno falso y, por lo tanto, es falsa. Por consiguiente, su negación, que es el enunciado completo, es verdadera. Este procedimiento por pasos permite determinar el valor de verdad de un enunciado compuesto a partir de los valores de verdad de sus componentes.

En algunas circunstancias uno podría ser capaz de determinar el valor de verdad de un enunciado compuesto veritativo-funcional incluso si no puede determinar la verdad o falsedad de uno o más de sus enunciados simples componentes. Esto se hace calculando primero el valor de verdad del enunciado compuesto bajo el supuesto de que un componente simple dado es verdadero, y luego calculamos el valor de verdad del componente compuesto bajo el supuesto de que ese mismo componente simple es falso, y se hace lo mismo para cada componente cuyo valor de verdad es desconocido. Si ambos cálculos arrojan el *mismo* valor de verdad para el enunciado compuesto en cuestión, se habrá determinado el valor de verdad del enunciado compuesto sin tener que determinar el valor de verdad de sus componentes, porque sabemos que el valor de verdad de cada componente no puede ser otro que verdadero o falso.

CUADRO SINÓPTICO

Puntuación en notación simbólica

El enunciado:

Estudiaré mucho y aprobaré el examen o reprobaré

es ambiguo. Podría significar: "Estudiaré mucho y aprobaré el examen o reprobaré en el examen" o "Estudiaré mucho y o bien aprobaré el examen o bien reprobaré".

La notación simbólica:

$$E \cdot A \vee R$$

es igualmente ambigua. El paréntesis resuelve la ambigüedad. En vez de: "Estudiaré mucho y aprobaré el examen o fallaré en el examen", se tiene:

$$(E \cdot A) \vee R$$

y en lugar de: "Estudiaré mucho y o bien aprobaré el examen o bien fallaré", se tiene:

$$E \cdot (A \vee R)$$

EJERCICIOS

A. Utilizando las definiciones de tabla de verdad de punto, cuña y tilde, determine cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos:

*1. Roma es la capital de Italia ∨ Roma es la capital de España.
2. ~(Londres es la capital de Inglaterra • Estocolmo es la capital de Noruega).
3. ~Londres es la capital de Inglaterra • ~Estocolmo es la capital de Noruega.
4. ~(Roma es la capital de España ∨ París es la capital de Francia).
*5. ~Roma es la capital de España ∨ ~París es la capital de Francia.
6. Londres es la capital de Inglaterra ∨ ~Londres es la capital de Inglaterra.
7. Estocolmo es la capital de Noruega • ~Estocolmo es la capital de Noruega.
8. (París es la capital de Francia • Roma es la capital de España) ∨ (París es la capital de Francia • ~Roma es la capital de España).

9. (Londres es la capital de Inglaterra ∨ Estocolmo es la capital de Noruega) • (~Roma es la capital de Italia • ~Estocolmo es la capital de Noruega).

***10.** Roma es la capital de España ∨ ~(París es la capital de Francia • Roma es la capital de España).

11. Roma es la capital de Italia • ~(París es la capital de Francia ∨ Roma es la capital de España).

12. ~(~París es la capital de Francia • ~Estocolmo es la capital de Noruega).

13. ~[~(~Roma es la capital de España ∨ ~París es la capital de Francia) ∨ ~(~París es la capital de Francia ∨ Estocolmo es la capital de Noruega)].

14. ~[~(~Londres es la capital de Inglaterra • Roma es la capital de España) • ~(Roma es la capital de España • ~Roma es la capital de España)].

***15.** ~[~(Estocolmo es la capital de Noruega ∨ París es la capital de Francia) ∨ ~(~Londres es la capital de Inglaterra • Roma es la capital de España)].

16. Roma es la capital de España ∨ (~Londres es la capital de Inglaterra ∨ Londres es la capital de Inglaterra).

17. París es la capital de Francia • ~(París es la capital de Francia • Roma es la capital de España).

18. Londres es la capital de Inglaterra • ~(Roma es la capital de Italia • Roma es la capital de Italia).

19. (Estocolmo es la capital de Noruega • ~París es la capital de Francia) ∨ ~(~Estocolmo es la capital de Noruega • ~Londres es la capital de Inglaterra).

***20.** (París es la capital de Francia ∨ ~Roma es la capital de España) ∨ ~(~París es la capital de Francia • ~Roma es la capital de España).

21. ~[~(Roma es la capital de España • Estocolmo es la capital de Noruega) ∨ ~(~París es la capital de Francia ∨ ~Roma es la capital de España)].

22. ~[~(Londres es la capital de Inglaterra • París es la capital de Francia) ∨ ~(~Estocolmo es la capital de Noruega ∨ ~París es la capital de Francia)].

23. ~[(~París es la capital de Francia ∨ Roma es la capital de Italia) • ~(~Roma es la capital de Italia ∨ Estocolmo es la capital de Noruega)].

24. ~[(~Roma es la capital de España ∨ Estocolmo es la capital de Noruega) • ~(~Estocolmo es la capital de Noruega ∨ París es la capital de Francia)].

***25.** ~[(~Londres es la capital de Inglaterra • París es la capital de Francia) ∨ ~(~París es la capital de Francia • Roma es la capital de España)].

B. Si A, B y C son enunciados verdaderos, y X, Y y Z son enunciados falsos, ¿cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos?

*1.	$\sim A \vee B$	2.	$\sim B \vee X$
3.	$\sim Y \vee C$	4.	$\sim Z \vee X$
*5.	$(A \bullet X) \vee (B \bullet Y)$	6.	$(B \bullet C) \vee (Y \bullet Z)$
7.	$\sim(C \bullet Y) \vee (A \bullet Z)$	8.	$\sim(A \bullet B) \vee (X \bullet Y)$
9.	$\sim(X \bullet Z) \vee (B \bullet C)$	*10.	$\sim(X \bullet \sim Y) \vee (B \bullet \sim C)$
11.	$(A \vee X) \bullet (Y \vee B)$	12.	$(B \vee C) \bullet (Y \vee Z)$
13.	$(X \vee Y) \bullet (X \vee Z)$	14.	$\sim(A \vee Y) \bullet (B \vee X)$
*15.	$\sim(X \vee Z) \bullet (\sim X \vee Z)$	16.	$\sim(A \vee C) \vee \sim(X \bullet \sim Y)$
17.	$\sim(B \vee Z) \bullet \sim(X \vee \sim Y)$	18.	$\sim[(A \vee \sim C) \vee (C \vee \sim A)]$
19.	$\sim[(B \bullet C) \bullet \sim(C \bullet B)]$	*20.	$\sim[(A \bullet B) \vee \sim(B \bullet A)]$

21. $[A \vee (B \vee C)] \bullet \sim[(A \vee B) \vee C]$
22. $[X \vee (Y \bullet Z)] \vee \sim[(X \vee Y) \bullet (X \vee Z)]$
23. $[A \bullet (B \vee C)] \bullet \sim[(A \bullet B) \vee (A \bullet C)]$
24. $\sim\{[(\sim A \bullet B) \bullet (\sim X \bullet Z)] \bullet \sim[(A \bullet \sim B) \vee \sim(\sim Y \bullet \sim Z)]\}$
*25. $\sim\{\sim[(B \bullet \sim C) \vee (Y \bullet \sim Z)] \bullet [(\sim B \vee X) \vee (B \vee \sim Y)]\}$

C. Si se sabe que A y B son verdaderas y se sabe que X y Y son falsas, pero los valores de verdad de P y Q no se conocen, ¿para cuáles de los siguientes enunciados pueden determinarse los valores de verdad?

*1.	$A \vee P$	2.	$Q \bullet X$
3.	$Q \vee \sim X$	4.	$\sim B \bullet P$
*5.	$P \vee \sim P$	6.	$\sim P \vee (Q \vee P)$
7.	$Q \bullet \sim Q$	8.	$P \bullet (\sim P \vee X)$
9.	$\sim(P \bullet Q) \vee P$	*10.	$\sim Q \bullet [(P \vee Q) \bullet \sim P]$
11.	$(P \vee Q) \bullet \sim(Q \vee P)$	12.	$(P \bullet Q) \bullet (\sim P \vee \sim Q)$
13.	$\sim P \vee [\sim Q \vee (P \bullet Q)]$	14.	$P \vee \sim(\sim A \vee X)$
*15.	$P \bullet [\sim(P \vee Q) \vee \sim P]$	16.	$\sim(P \bullet Q) \vee (Q \bullet P)$
17.	$\sim[\sim(\sim P \vee Q) \vee P] \vee P$	18.	$(\sim P \vee Q) \bullet \sim[\sim P \vee (P \bullet Q)]$

19. $(\sim A \vee P) \bullet (\sim P \vee Y)$
*20. $\sim[P \vee (B \bullet Y)] \vee [(P \vee B) \bullet (P \vee Y)]$
21. $[P \vee (Q \bullet A)] \bullet \sim[(P \vee Q) \bullet (P \vee A)]$
22. $[P \vee (Q \bullet X)] \bullet \sim[(P \vee Q) \bullet (P \vee X)]$
23. $\sim[\sim P \vee (\sim Q \vee X)] \vee [\sim(\sim P \vee Q) \vee (\sim P \vee X)]$
24. $\sim[\sim P \vee (\sim Q \vee A)] \vee [\sim(\sim P \vee Q) \vee (\sim P \vee A)]$
*25. $\sim[(P \bullet Q) \vee (Q \bullet \sim P)] \bullet \sim[(P \bullet \sim Q) \vee (\sim Q \bullet \sim P)]$

D. Simbolice los siguientes enunciados utilizando las letras E, I, J, L y S para abreviar los enunciados simples: "La escasez de alimentos en Egipto aumenta", "Irán incrementa el precio del petróleo", "Jordania pide más ayuda estadounidense", "Libia incrementa el precio del petróleo" y "Arabia Saudita compró 500 aviones de guerra más".

***1.** Irán incrementa el precio del petróleo, pero Libia no incrementa el precio del petróleo.
2. O Irán o Libia incrementaron el precio del petróleo.
3. Irán y Libia ambos incrementaron el precio del petróleo.
4. Irán y Libia no incrementaron ambos el precio del petróleo.
***5.** Ni Irán ni Libia incrementaron el precio del petróleo.
6. O Irán o Libia incrementaron el precio del petróleo, pero no ambos.
7. Arabia Saudita compra 500 aviones de guerra más y o bien, Irán incrementa el precio del petróleo o bien, Jordania pide más ayuda estadounidense.
8. O Arabia Saudita compra 500 aviones de guerra más e Irán incrementa el precio del petróleo o bien, Jordania pide más ayuda estadounidense.
9. No es el caso que la escasez de alimentos en Egipto empeore y Jordania pida más ayuda estadounidense.
***10.** No es el caso que o bien la escasez de alimentos en Egipto aumente o bien, Jordania pida más ayuda estadounidense.
11. Ni es el caso de que la escasez de alimentos en Egipto aumente ni que Jordania pida más ayuda estadounidense.
12. No es el caso ni que la escasez de alimentos en Egipto aumente ni que Jordania pida más ayuda estadounidense.
13. Jordania pide más ayuda estadounidense a menos que Arabia Saudita compre 500 aviones de guerra más.
14. A menos que la escasez de alimentos en Egipto aumente, Libia incrementará el precio del petróleo.
***15.** Irán no incrementará el precio del petróleo a menos que Libia lo haga.
16. A menos que Irán y Libia ambos incrementen el precio del petróleo, ninguno de ellos lo hará.
17. Libia incrementa el precio del petróleo y la escasez de alimentos en Egipto empeora.
18. No es el caso que ni Irán ni Libia incrementen el precio del petróleo.
19. La escasez de alimentos en Egipto empeora y Jordania pide más ayuda estadounidense, a menos que ni Irán ni Libia incrementen ambos el precio del petróleo.
***20.** O Irán incrementa el precio del petróleo y la escasez de alimentos en Egipto empeora, o no es el caso que ambos Jordania pida más ayuda estadounidense y que Arabia Saudita compre 500 aviones de guerra más.

21. O la escasez de alimentos en Egipto empeora y Arabia Saudita compra 500 aviones de guerra más, o Jordania pide más ayuda estadounidense o Libia incrementa el precio del petróleo.
22. Arabia Saudita compra 500 aviones de guerra más y o bien, Jordania pide más ayuda estadounidense o bien, Libia e Irán incrementan el precio del petróleo.
23. O la escasez de alimentos en Egipto empeora o Jordania pide más ayuda estadounidense, pero ni Libia ni Irán incrementan el precio del petróleo.
24. La escasez de alimentos en Egipto empeora, pero Arabia Saudita compra 500 aviones de guerra más y Libia incrementa el precio del petróleo.
***25.** Libia incrementa el precio del petróleo y la escasez de alimentos en Egipto empeora; sin embargo, Arabia Saudita compra 500 aviones de guerra más y Jordania pide más ayuda estadounidense.

8.3 Enunciados condicionales y la implicación material

Cuando dos enunciados se combinan colocando la palabra "si" antes del primero y se inserta la palabra "entonces" entre ellos, el enunciado compuesto resultante es un **condicional** (también llamado *"hipotético"*, una *"implicación"* o un *"enunciado implicativo"*). En un enunciado condicional, el enunciado componente que sigue al "si" se llama el **antecedente** (o "prótasis"), y el enunciado componente que sigue a "entonces" es el **consecuente** (o "apódosis"). Por ejemplo: "Si el Sr. Jones es el vecino de al lado del guardafrenos, entonces el Sr. Jones gana exactamente tres veces más que el guardafrenos", es un enunciado condicional en el que "el Sr. Jones es el vecino de al lado del guardafrenos" es el antecedente y "el Sr. Jones gana exactamente tres veces más que el guardafrenos", es el consecuente.

Enunciado condicional
Enunciado compuesto de la forma: "si *p*, entonces *q*".

Antecedente
En un enunciado condicional, es el componente que sigue inmediatamente al "si".

Consecuente
En un enunciado condicional, es el componente que sigue inmediatamente al "entonces".

Un enunciado condicional afirma que en cualquier caso en el que su antecedente es verdadero, su consecuente también lo es. No afirma que su antecedente es verdadero, sino únicamente que *si* su antecedente es verdadero, su consecuente también lo es. No afirma que su consecuente es verdadero, sino únicamente que su consecuente es verdadero *si* su antecedente es verdadero. El significado esencial de un enunciado condicional es la *relación* que éste afirma que existe entre el antecedente y su consecuente, en ese orden. Entonces, para entender el significado de un enunciado condicional, tenemos que comprender cuál es la relación de implicación.

Implicación
Relación que se sostiene entre el antecedente y el consecuente de un enunciado condicional. Existen tres diferentes tipos de implicación.

La **implicación** plausiblemente parece tener más de un significado. Encontramos útil distinguir diferentes sentidos de la palabra "o" antes de introducir un símbolo lógico especial que corresponda exactamente a un solo significado de la palabra en español. Si no se hubiera hecho esto, la ambigüedad de la palabra en español habría infectado el simbolismo lógico y le hubiera impedido lograr la claridad y precisión deseadas. Será igualmente útil distinguir los diferentes sentidos de "implica" o "si... entonces" antes de introducir un símbolo lógico especial en esta conexión.

Considere los siguientes cuatro enunciados condicionales, cada uno de los cuales parece afirmar un tipo diferente de implicación, y a cada uno de los cuales le corresponde un sentido diferente de "si... entonces":

A. Si todos los humanos son mortales y Sócrates es humano, entonces Sócrates es mortal.
B. Si Leslie es soltera, entonces Leslie no es casada.
C. Si este pedazo de papel tornasol azul se pone en ácido, entonces este pedazo de papel tornasol azul se tornará rojo.
D. Si el equipo estatal pierde el juego inaugural, entonces me comeré mi sombrero.

Incluso una inspección a la ligera de estos cuatro enunciados condicionales revela que son de tipos muy diferentes. El consecuente de **A** se sigue *lógicamente* de su antecedente, mientras que el consecuente de **B** se sigue de su antecedente por la *definición* misma del término "soltera", que significa persona que no es casada. El consecuente de **C** no se sigue de su antecedente ni por la mera lógica ni por la definición de sus términos; la conexión tiene que descubrirse empíricamente, pues la implicación que se afirma aquí es *causal*. Finalmente, el consecuente de **D** no se sigue de su antecedente ni por lógica ni por definición, ni está involucrada ninguna ley causal, en el sentido habitual del término. La mayoría de las leyes causales, aquellas descubiertas en la física y la química, por ejemplo, describen lo que ocurre en el mundo independientemente de los deseos y esperanzas de la gente. No existe tal ley conectada con el enunciado **D**, por supuesto. Este enunciado informa la *decisión* del interlocutor de comportarse de la manera especificada bajo las circunstancias especificadas.

Los cuatro enunciados condicionales examinados en el párrafo anterior son diferentes en que cada uno afirma un tipo diferente de implicación entre el antecedente y su consecuente. Pero no son completamente diferentes; todos afirman algún tipo de implicación. ¿Existe algún significado común identificable?, ¿hay algún significado parcial que sea común a estos diferentes tipos de implicación, aunque quizá no al significado total o completo de ninguno de ellos?

La búsqueda de un significado común parcial adquiere particular relevancia cuando se recuerda el procedimiento para desarrollar una representación simbólica para la palabra en español "o". En este caso se procedió como sigue. Primero, enfatizamos la diferencia entre los dos sentidos de esa palabra, contrastando la disyunción inclusiva con la exclusiva. Advertimos que la disyunción inclusiva de dos enunciados significa que al menos uno de los enunciados es verdadero y advertimos que la disyunción exclusiva de dos enunciados significa que al menos uno de los enunciados es verdadero, pero no ambos. Segundo, señalamos que estos dos tipos de disyunción tienen un significado *parcial* en común. Vimos que este significado parcial en común, que al menos uno de los disyuntos es verdadero, es *todo* el significado del "o" débil, inclusivo, y *parte* del significado del "o" fuerte, exclusivo. Luego introdujimos el símbolo especial "∨" para representar este significado parcial común (que era el significado completo de "o" en su sentido inclusivo). Tercero, vimos que el símbolo que representa el significado parcial común era una traducción adecuada de cada sentido de la palabra "o" con el propósito de mantener al silogismo disyuntivo como una forma válida de argumento.

Reconocimos que traducir un "o" exclusivo al símbolo "∨" ignora y pierde parte del significado de la palabra. Pero la parte de su significado que se preserva con esta traducción es todo lo que se necesita para que el silogismo disyuntivo permanezca como una forma válida de argumento. Dado que el silogismo disyuntivo es característico de los argumentos que involucran disyunción, los que aquí conciernen, esta traducción parcial de la palabra "o", que puede abstraerse de su significado "total" o "completo" es, en algunos casos, totalmente adecuado para nuestros propósitos en este análisis.

Ahora deseamos proceder de la misma manera, en esta ocasión en relación con la expresión en español "si... entonces". La primera parte ya está consumada: ya se resaltaron las diferencias entre los cuatro sentidos de la frase "si... entonces" correspondientes a cuatro diferentes tipos de implicación. Ahora está todo listo para el segundo paso, que es descubrir un sentido que al menos sea parte del significado de los cuatro tipos diferentes de implicación.

Una forma de aproximarse a este problema es preguntarnos qué circunstancias serían suficientes para establecer la falsedad de un enunciado condicional dado. ¿Bajo qué circunstancias estaríamos de acuerdo con que el siguiente enunciado condicional es falso?:

> Si este pedazo de papel tornasol azul se pone en ácido, entonces este pedazo de papel tornasol azul se torna rojo.

Es importante darse cuenta de que este condicional no afirma que algún pedazo de papel tornasol azul de hecho se esté colocando en la solución o que algún papel tornasol azul de hecho se esté volviendo rojo. Afirma solamente que *si* este pedazo de papel tornasol azul se coloca en la solución, *entonces* este pedazo de papel tornasol azul se tornará rojo. Resulta falso si este pedazo de papel tornasol azul verdaderamente se coloca en la solución y no se torna rojo. La prueba del ácido, por así decirlo, de la falsedad de un enunciado condicional está disponible cuando su antecedente es verdadero, ya que si su consecuente es falso mientras que su antecedente es verdadero, el condicional en sí resulta falso por consiguiente.

Cualquier enunciado condicional, "Si p, entonces q", es falso en caso de que la conjunción $p \cdot \sim q$ sea verdadera, esto es, si su antecedente es verdadero y su consecuente falso. Para que un condicional sea verdadero, entonces la conjunción señalada tiene que ser falsa, esto es, su negación $\sim(p \cdot \sim q)$ tiene que ser verdadera. En otras palabras, para que cualquier condicional, "Si p, entonces q", sea verdadero, $\sim(p \cdot \sim q)$, la negación de la conjunción de su antecedente con la negación de su consecuente, también tiene que ser verdadera. Se puede, por lo tanto, considerar a $\sim(p \cdot \sim q)$ como parte del significado de "Si p, entonces q".

Todo enunciado condicional intenta negar que su antecedente es verdadero y que su consecuente falso, pero esto no es necesariamente todo su significado. Un condicional como **A** en la página 380 también afirma una conexión lógica entre su antecedente y su consecuente, puesto que **B** afirma una conexión definicional, **C** una conexión causal y **D** una conexión decisional. Pero sin importar el tipo de implicación que afirme un enunciado condicional, *parte* de su significado es la negación de la conjunción de su antecedente con la negación de su consecuente.

Ahora introduciremos un símbolo especial para representar este significado parcial común de la frase "si... entonces". Definimos el símbolo nuevo "$\supset$" (llamada **herradura**) tomando $p \supset q$ como una abreviación de $\sim(p \cdot \sim q)$. El significado exacto del símbolo "$\supset$" puede señalarse por medio de una tabla de verdad:

p	q	$\sim q$	$p \cdot \sim q$	$\sim(p \cdot \sim q)$	$p \supset q$
V	V	F	F	V	V
V	F	V	V	F	F
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V

Aquí, las dos primeras columnas son las columnas guía; simplemente exponen todas las combinaciones posibles de verdad y falsedad para p y q. La tercera columna se llena por referencia con la segunda, la cuarta por referencia con la primera y la tercera, la quinta por referencia con la cuarta, y la sexta es idéntica por definición a la quinta.

Herradura ($\supset$) Símbolo utilizado para representar la implicación material, que es el significado común, parcial, de todos los enunciados del tipo: "si... entonces".

No debe considerarse que el símbolo "$\supset$" denota *el significado* de "si... entonces", o que representa *la relación* de implicación. Eso sería imposible porque no existe un significado único de "si... entonces"; existen diversos significados. De este modo, no existe una relación única de implicación a ser representada, existen muchas relaciones de implicación diferentes. Tampoco debe considerarse que el símbolo "$\supset$" representa de un modo u otro *todos* los significados del "si... entonces". Todos ellos son diferentes y cualquier intento de abreviarlos mediante un solo símbolo lógico haría a aquel símbolo ambiguo, tan ambiguo como la expresión en español "si... entonces" o la palabra en español "implicación". El símbolo "$\supset$" es completamente inequívoco. Lo que $p \supset q$ abrevia es $\sim(p \cdot \sim q)$, cuyo significado está incluido en los significados de cada uno de los varios tipos de implicaciones consideradas, pero que no constituye el significado total de ninguna de ellas.

Podemos considerar que el símbolo "$\supset$" representa otro tipo de implicación y será oportuno hacerlo, puesto que una manera conveniente de leer $p \supset q$ es: "Si p, entonces q". Pero no es el mismo tipo de implicación que ninguna de las mencionadas anteriormente. Los lógicos la llaman **implicación material**. Al otorgarle un nombre especial, admitimos que es una noción especial que no ha de confundirse con otros tipos de implicación más usuales.

No todos los enunciados condicionales en español necesitan afirmar alguno de los cuatro tipos de implicación considerados previamente. La implicación material constituye un quinto tipo que puede afirmarse en el discurso ordinario. Considere el comentario: "Si Hitler fue un genio militar, entonces yo soy Jesucristo". Es claro que no afirma implicación lógica, definicional o causal. No puede representar una implicación decisional, puesto que difícilmente el interlocutor tiene el poder de hacer al consecuente verdadero. No se obtiene aquí ninguna "conexión real", sea lógica, definicional o causal, entre el antecedente y el consecuente. Un condicional de esta clase a menudo se utiliza como un método enfático o humorístico para negar su antecedente. El consecuente de un condicional de este tipo normalmente es un enunciado que es obvia o absurdamente falso. Y puesto que ningún condicional verdadero puede tener su antecedente verdadero y su consecuente falso, afirmar un condicional de este tipo lleva a negar que su antecedente es verdadero. El significado completo del presente condicional parece ser la negación de que "Hitler fue un genio militar" es verdadero cuando "Soy Jesucristo" es falso. Y ya que lo último obviamente es falso, el condicional tiene que entenderse como negando lo primero.

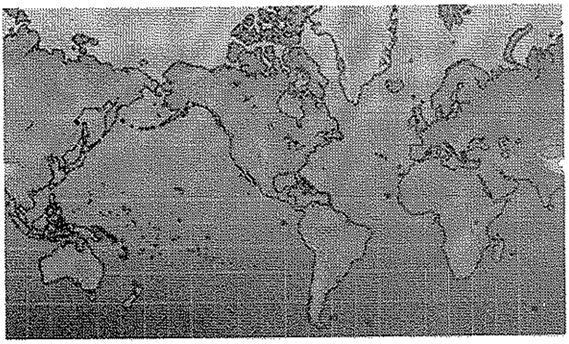
Implicación material
Relación veritativo-funcional simbolizada por la herradura ($\supset$) que puede conectar dos enunciados; el enunciado "*p* implica materialmente que *q*" es verdadero cuando *p* es falso o *q* es verdadero.

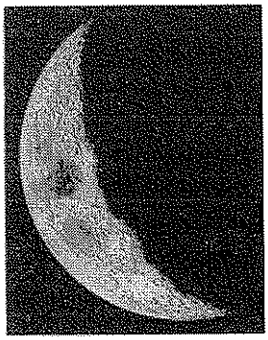
El punto aquí es que una implicación material no sugiere ninguna "conexión real" entre el antecedente y el consecuente. Todo lo que afirma es que, de hecho, no es el caso que el antecedente es verdadero cuando el consecuente es falso. Note que el símbolo de la implicación material es una conectiva veritativo-funcional, como los símbolos para la conjunción y disyunción. Como tal, se define mediante la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \supset q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

LÓGICA VISUAL

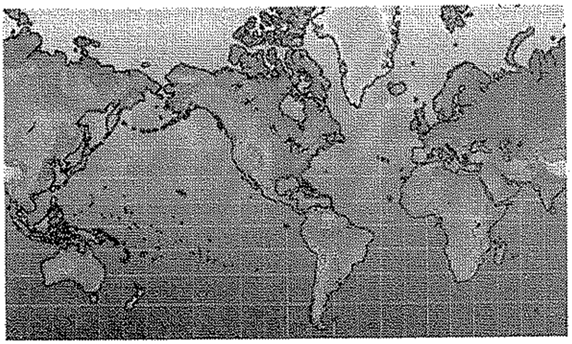
Implicación material

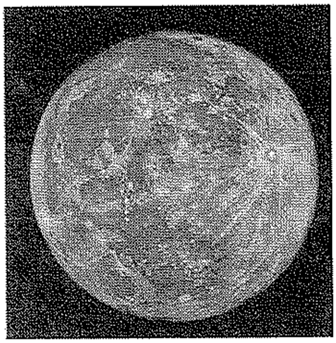

Fuente: Photodisc/Getty Images


Fuente: Photodisc/Getty Images

Si la Tierra es plana, entonces la Luna está hecha de queso verde.

Esta proposición, en la forma $P \supset Q$, es una implicación material. Una implicación material es verdadera cuando el antecedente (la cláusula "si") es falso. Por lo tanto, una implicación material es verdadera cuando el antecedente es falso y el consecuente también es falso, como en esta proposición ilustrativa.


Fuente: Photodisc/Getty Images


Fuente: Photodisc/Getty Images

Si la Tierra es plana, la Luna es redonda.

Esta proposición, nuevamente en la forma $P \supset R$, también es una implicación material. Una implicación material es verdadera cuando el antecedente (la cláusula "si") es falso. Por lo tanto, una implicación material es verdadera cuando el antecedente es falso y el consecuente también es verdadero, como en esta proposición ilustrativa.

Una implicación material es falsa sólo si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso. Por lo tanto, una implicación material es verdadera siempre que el antecedente es falso, no importa si su consecuente es falso o verdadero.

Definido de este modo por la tabla de verdad, el símbolo de herradura "$\supset$" tiene algunas características que a primera vista parecen extrañas: la afirmación de que un antecedente falso implica materialmente un consecuente verdadero es verdadera; y la afirmación de que un antecedente falso implica materialmente un consecuente falso también es verdadera. Esta extrañeza aparente puede disiparse en parte mediante las siguientes consideraciones. Debido a que el número 2 es más pequeño que el número 4 (un hecho que simbólicamente se denota como $2 < 4$), se sigue que *cualquier* número más pequeño que 2 es más pequeño que 4. La fórmula condicional:

Si $x < 2$, entonces $x < 4$

es verdadera para cualquier número x sea cual sea. Si nos enfocamos en los números 1, 3 y 4 y reemplazamos la variable número x en la fórmula condicional precedente por cada uno de ellos en ese orden, es posible hacer las siguientes observaciones. En:

Si $1 < 2$, entonces $1 < 4$

el antecedente y el consecuente son verdaderos y, por supuesto, el condicional es verdadero. En:

Si $3 < 2$, entonces $3 < 4$

el antecedente es falso y el consecuente es verdadero y, por supuesto, el condicional nuevamente es verdadero. En:

Si $4 < 2$, entonces $4 < 4$

el antecedente y el consecuente son ambos falsos, pero el condicional sigue siendo verdadero. Estos tres casos corresponden al primero, tercero y cuarto renglones de la tabla que define al símbolo de herradura "$\supset$". Así que no es particularmente sobresaliente o sorprendente que un condicional deba ser verdadero cuando el antecedente y el consecuente son verdaderos, cuando el antecedente es falso y el consecuente es verdadero o cuando el antecedente y el consecuente son ambos falsos. Por supuesto, no existe un número que sea menor que 2, pero que no sea menor que 4; esto es, no existe un enunciado condicional verdadero con antecedente verdadero y consecuente falso. Esto es exactamente lo que estipula la tabla de verdad que define a "$\supset$".

Ahora nos proponemos traducir cualquier ocurrencia de la frase "si... entonces" al símbolo lógico "$\supset$". Este planteamiento significa que al traducir enunciados condicionales al simbolismo, se traten solamente como implicaciones materiales. Por supuesto, la mayoría de los enunciados condicionales afirman que entre sus antecedentes y consecuentes existe más que una implicación material. Así que la propuesta equivale a sugerir que ignoremos, o dejemos de lado, o "abstraigamos de", parte del significado de un enunciado condicional cuando lo traduzcamos al lenguaje simbólico. ¿Cómo puede justificarse esta propuesta?

La propuesta previa de traducir las disyunciones inclusivas y exclusivas mediante el símbolo "$\vee$" se justificó con base en que la validez del silogismo disyuntivo se preserva incluso si se ignora el significado adicional de la "o" exclusiva. Nuestra propuesta actual de traducir todos los enunciados condicionales meramente a la implicación material simbolizada por "$\supset$" puede justificarse exactamente de la misma manera. Muchos argumentos contienen enunciados condicionales de varios tipos diferentes, pero la validez de todos los argumentos válidos del tipo general que nos interesan aquí, se preserva incluso si se ignoran los significados adicionales de sus enunciados condicionales. Por supuesto, esto está por probarse y se prestará atención a ello en la siguiente sección.

Los enunciados condicionales pueden formularse de diversas maneras. El enunciado:

Si él tiene un buen abogado, entonces será absuelto.

puede afirmarse igualmente bien sin el uso de la palabra "entonces", como en:

Si tiene un buen abogado será absuelto.

El antecedente y el consecuente pueden tener un orden inverso, siempre y cuando el "si" preceda directamente al antecedente, como en:

Será absuelto si tiene un buen abogado.

Debe ser claro que, en cualquiera de los ejemplos que se acaban de dar, la palabra "si" puede reemplazarse por frases como "en caso de que", "con tal que", "dado que" o "a condición de que" sin ningún cambio en el significado. Ajustes menores en la expresión del antecedente y consecuente permiten estas expresiones alternativas del mismo condicional, como en:

Que él tenga un buen abogado implica que será absuelto.

o

El tener un buen abogado conlleva su absolución.

Un cambio de la voz pasiva a la voz activa acompaña la inversión del orden del antecedente y el consecuente, para proporcionar el equivalente lógico:

> Su absolución está implícita en el hecho de que él tenga un buen abogado.

Cualquiera de estos casos se simboliza como $A \supset I$.

Las nociones de condiciones suficientes y necesarias proporcionan otras formulaciones de enunciados condicionales. Para cada evento específico, existen muchas circunstancias necesarias para su ocurrencia. De este modo, para que un auto normal marche, es necesario que haya gasolina en su tanque, que tenga las bujías ajustadas adecuadamente, que la bomba de aceite funcione, etcétera. Así que si ocurre el evento, se tuvo que haber satisfecho cada una de las condiciones necesarias para su ocurrencia. De ahí que para decir:

> El que haya gasolina en su tanque es una condición necesaria para que el auto marche.

puede expresarse de igual manera como:

> El auto marcha sólo si hay gasolina en su tanque.

que es otra forma de decir que:

> Si el auto marcha, entonces hay gasolina en su tanque.

Cualquiera de estos enunciados se simboliza como $M \supset G$. En general, "q **es una condición necesaria para** p" **se simboliza como**: $p \supset q$. Asimismo, "p sólo si q" también se simboliza como: $p \supset q$.

Dada una situación específica, existen muchas circunstancias alternativas y cualquiera de ellas es suficiente para producir esa situación. De este modo, para que un monedero contenga más de un dólar, sería suficiente que contuviera ciento un centavos, veintiuna monedas de cinco centavos, once monedas de diez centavos, cinco monedas de veinticinco centavos de dólar, etcétera. Si se cumple cualquiera de estas circunstancias, la situación especificada será una realidad. De ahí que, decir "que el monedero contiene cinco monedas de veinticinco centavos de dólar es condición suficiente para que contenga más de un dólar" es lo mismo que decir que: "Si el monedero contiene cinco monedas de veinticinco centavos de dólar, entonces contiene más de un dólar". En general, "p **es una condición suficiente para** q" **se simboliza como**: $p \supset q$.

Para ilustrar el punto, los reclutadores de la firma de inversiones Goldman Sachs (donde las gratificaciones anuales suelen alcanzar seis ceros) filtran a los empleados potenciales repetidamente. Los que sobreviven al proceso de filtración son invitados a pasar un día completo en la firma lleno de entrevistas laborales; el proceso culmina con una cena con los ejecutivos *senior* de Goldman. Como alguien dijera recientemente: "Un cerebro ágil y calificaciones casi perfectas son una condición necesaria para la contratación; aunque no suficiente, 'encajar' es igualmente importante."[3]

Si p es una condición suficiente para q, tenemos $p \supset q$, y q tiene que ser una condición necesaria para p. Si p es una condición necesaria para q, tenemos $q \supset p$, y q tiene que ser una condición suficiente para p. De ahí que, si p es necesaria y suficiente para q, entonces q es suficiente *y* necesaria para p.

No todo enunciado que contenga la palabra "si" es un condicional. Ninguno de los siguientes enunciados es un condicional: "Hay comida en el refrigerador si quieres algo", "Su mesa está lista, si gusta pasar", "Hay un mensaje para ti, si te interesa", "La reunión se llevará a cabo aun si no se consigue el permiso". La presencia o ausencia de palabras particulares nunca es decisiva. En cada caso, uno tiene que comprender qué quiere decir el enunciado proporcionado y, entonces, plantear de nuevo el significado en una fórmula simbólica.

EJERCICIOS

A. Si A, B y C son enunciados verdaderos, y X, Y y Z son enunciados falsos, determine cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos utilizando las tablas de verdad para la herradura, el punto, la cuña y la tilde.

***1.** $A \supset B$

2. $A \supset X$

3. $B \supset Y$

4. $Y \supset Z$

***5.** $(A \supset B) \supset Z$

6. $(X \supset Y) \supset Z$

7. $(A \supset B) \supset C$

8. $(X \supset Y) \supset C$

9. $A \supset (B \supset Z)$

***10.** $X \supset (Y \supset Z)$

11. $[(A \supset B) \supset C] \supset Z$

12. $[(A \supset X) \supset Y] \supset Z$

13. $[A \supset (X \supset Y)] \supset C$

14. $[A \supset (B \supset Y)] \supset X$

***15.** $[(X \supset Z) \supset C] \supset Y$

16. $[(Y \supset B) \supset Y] \supset Y$

17. $[(A \supset Y) \supset B] \supset Z$

18. $[(A \cdot X) \supset C] \supset [(A \supset C) \supset X]$

19. $[(A \cdot X) \supset C] \supset [(A \supset X) \supset C]$

***20.** $[(A \cdot X) \supset Y] \supset [(X \supset A) \supset (A \supset Y)]$

21. $[(A \cdot X) \vee ({\sim}A \cdot {\sim}X)] \supset [(A \supset X) \cdot (X \supset A)]$

22. $\{[A \supset (B \supset C)] \supset [(A \cdot B) \supset C]\} \supset [(Y \supset B) \supset (C \supset Z)]$

23. $\{[(X \supset Y) \supset Z] \supset [Z \supset (X \supset Y)]\} \supset [(X \supset Z) \supset Y]$

24. $[(A \cdot X) \supset Y] \supset [(A \supset X) \cdot (A \supset Y)]$

***25.** $[A \supset (X \cdot Y)] \supset [(A \supset X) \vee (A \supset Y)]$

B. Si se sabe que A y B son verdaderas, y se sabe que X y Y son falsas, pero se desconocen los valores de verdad de P y Q, ¿para cuáles de los siguientes enunciados es posible determinar el valor de verdad?

***1.** $P \supset A$
2. $X \supset Q$
3. $(Q \supset A) \supset X$
4. $(P \bullet A) \supset B$
***5.** $(P \supset P) \supset X$
6. $(X \supset Q) \supset X$
7. $X \supset (Q \supset X)$
8. $(P \bullet X) \supset Y$
9. $[P \supset (Q \supset P)] \supset Y$
***10.** $(Q \supset Q) \supset (A \supset X)$
11. $(P \supset X) \supset (X \supset P)$
12. $(P \supset A) \supset (B \supset X)$
13. $(X \supset P) \supset (B \supset Y)$
14. $[(P \supset B) \supset B] \supset B$
***15.** $[(X \supset Q) \supset Q] \supset Q$
16. $(P \supset X) \supset (\sim X \supset \sim P)$
17. $(X \supset P) \supset (\sim X \supset Y)$
18. $(P \supset A) \supset (A \supset \sim B)$
19. $(P \supset Q) \supset (P \supset Q)$
***20.** $(P \supset \sim\sim P) \supset (A \supset \sim B)$
21. $\sim(A \bullet P) \supset (\sim A \vee \sim P)$
22. $\sim(P \bullet X) \supset \sim(P \vee \sim X)$
23. $\sim(X \vee Q) \supset (\sim X \bullet \sim Q)$
24. $[P \supset (A \vee X)] \supset [(P \vee A) \supset X]$
***25.** $[Q \vee (B \bullet Y)] \supset [(Q \vee B) \bullet (Q \vee Y)]$

C. Simbolice los siguientes enunciados utilizando letras mayúsculas para abreviar los enunciados simples involucrados.

***1.** Si Argentina se moviliza, entonces si Brasil protesta ante la ONU, entonces Chile convocará a una reunión de todos los países latinoamericanos.
2. Si Argentina se moviliza, entonces o bien Brasil protestará ante la ONU, o Chile convocará a una reunión de todos los países latinoamericanos.
3. Si Argentina se moviliza, entonces Brasil protestará ante la ONU y Chile convocará a una reunión de todos los países latinoamericanos.
4. Si Argentina se moviliza, entonces Brasil protestará ante la ONU y Chile convocará a una reunión de todos los países latinoamericanos.
***5.** Si Argentina se moviliza y Brasil protesta ante la ONU, entonces Chile convocará a una reunión de todos los países latinoamericanos.
6. Si Argentina se moviliza o Brasil protesta a la ONU entonces Chile convocará a una reunión de todos los países latinoamericanos.
7. O bien, Argentina se movilizará o si Brasil protesta ante la ONU, entonces Chile convocará a una reunión de todos los países latinoamericanos.
8. Si Argentina no se moviliza, entonces Brasil no protestará ante la ONU o Chile no convocará a una reunión de todos los países latinoamericanos.

9. Si Argentina no se moviliza, entonces ni Brasil protestará ante la ONU ni Chile convocará a una reunión de todos los países latinoamericanos.
*10. No es el caso que si Argentina se moviliza, entonces ambos Brasil protestará ante la ONU y Chile convocará a una reunión de todos los países latinoamericanos.
11. Si no es el caso que Argentina se moviliza, entonces Brasil no protestará ante la ONU y Chile convocará a una reunión de todos los países latinoamericanos.
12. Brasil protestará ante la ONU si Argentina se moviliza.
13. Brasil protestará ante la ONU sólo si Argentina se moviliza.
14. Chile convocará a una reunión de todos los países latinoamericanos sólo si ambos Argentina se moviliza y Brasil protesta ante la ONU.
*15. Brasil protestará ante la ONU sólo si Argentina se moviliza o Chile convoca a una reunión de todos los países latinoamericanos.
16. Argentina se movilizará si o bien, Brasil protesta ante la ONU o Chile convoca a una reunión de todos los países latinoamericanos.
17. Brasil protestará ante la ONU a menos que Chile convoque a una reunión de todos los países latinoamericanos.
18. Si Argentina se moviliza, entonces Brasil protestará ante la ONU a menos que Chile convoque a una reunión de todos los países latinoamericanos.
19. Brasil no protestará ante la ONU a menos que Argentina se movilice.
*20. A menos que Chile convoque a una reunión de todos los países latinoamericanos, Brasil protestará ante la ONU.
21. La movilización de Argentina es condición suficiente para que Brasil proteste ante la ONU.
22. La movilización de Argentina es una condición necesaria para que Chile convoque a una reunión de todos los países latinoamericanos.
23. Si Argentina se moviliza y Brasil protesta ante la ONU, entonces ambos Chile y República Dominicana convocarán a una reunión de todos los países latinoamericanos.
24. Si Argentina se moviliza y Brasil protesta ante la ONU, entonces o bien Chile o República Dominicana convocarán a una reunión de todos los países latinoamericanos.
*25. Si ni Chile ni República Dominicana convocan a una reunión de todos los países latinoamericanos, entonces Brasil no protestará ante la ONU a menos que Argentina se movilice.

8.4 Formas de argumento y refutación por analogía lógica

La principal tarea de la lógica deductiva, hemos dicho, es discernir los argumentos válidos de los inválidos. Si las premisas de un argumento válido son verdaderas (como explicamos en el primer capítulo), su conclusión *tiene* que ser verdadera. Si la conclusión de un argumento válido es falsa, al menos una de sus premisas tiene que ser falsa. En resumen, las premisas de un argumento válido ofrecen una *prueba irrefutable* de la conclusión extraída.

Esta explicación informal de validez debe ser aún más precisa. Para ello presentamos el concepto de forma argumental. Consideremos los siguientes dos argumentos, que evidentemente tienen la misma forma lógica. Supongamos que se nos presenta el primero de éstos:

> Si Bacon escribió las obras atribuidas a Shakespeare, entonces Bacon fue un gran escritor.
> Bacon fue un gran escritor.
> Por lo tanto, Bacon escribió las obras atribuidas a Shakespeare.

Podemos estar de acuerdo con las premisas pero en desacuerdo con la conclusión y considerar que el argumento es inválido. Una forma de demostrar su invalidez es utilizando el método de la analogía lógica. "Tú también podrías argumentar", podríamos replicar, "que:

> Si Washington fue asesinado, entonces Washington está muerto.
> Washington está muerto.
> Por lo tanto, Washington fue asesinado.

y no podrías defender seriamente este argumento"; podríamos proseguir: "porque en este caso se sabe que las premisas son verdaderas y que la conclusión es falsa. Este argumento obviamente es inválido; tu argumento es de la *misma forma*: así que, tu argumento también es inválido". Este tipo de refutación es muy efectiva.

Este método de **refutación por analogía lógica** señala cómo emplear una técnica general excelente para poner a prueba argumentos. Para demostrar la invalidez de un argumento basta formular otro que: (1) tenga exactamente la misma forma que el primero, y (2) que tenga premisas verdaderas y una conclusión falsa. Este método se basa en el hecho de que la validez e invalidez son características puramente *formales* de los argumentos, lo que equivale a decir que cualesquiera dos argumentos que tengan exactamente la misma forma, son ambos válidos o ambos inválidos, independientemente de cualesquiera diferencias en el tema al que se refieran.*

Refutación por analogía lógica
Mostrar la falla de un argumento presentando otro argumento con la misma forma cuyas premisas se sabe son verdaderas y cuya conclusión se sabe que es falsa.

*En este caso se asume que los enunciados simples involucrados no son ni lógicamente verdaderos (v.gr., "Todas las sillas son sillas") ni lógicamente falsos (v.gr., "Algunas sillas no son sillas"). También se asume que las únicas relaciones lógicas entre los enunciados simples involucrados son las afirmadas o implicadas por las premisas. La finalidad de estas restricciones es limitar nuestras consideraciones, en este capítulo y en el siguiente, sólo a los argumentos veritativo-funcionales y excluir otro tipo de argumentos cuya validez pone en juego consideraciones de mayor complejidad lógica que no se abordan apropiadamente en este punto.

Un determinado argumento muestra su forma de manera muy clara cuando los enunciados simples que aparecen en él se abrevian con letras mayúsculas. De este modo, podemos abreviar los enunciados: "Bacon escribió las obras atribuidas a Shakespeare", "Bacon fue un gran escritor", "Washington fue asesinado" y "Washington está muerto", con las letras B, G, A y M, respectivamente, y utilizar el conocido símbolo "$\therefore$" para "por lo tanto", para simbolizar los dos argumentos anteriores como:

$$\begin{array}{lcl} B \supset G & & A \supset M \\ G & \text{y} & M \\ \therefore B & & \therefore A \end{array}$$

Al plantearlos de esta manera, su forma común es claramente visible.

Para analizar formas de argumentos más que argumentos particulares que tengan esas formas, es necesario algún método de simbolización de las formas de argumento en sí mismas. Para llegar a tal método, introducimos la noción de *variable*. En las secciones anteriores se utilizaron letras mayúsculas para simbolizar enunciados simples particulares. Para evitar confusión, utilizamos letras minúsculas, de la parte media del alfabeto, p, q, r, s, . . . como *variables enunciativas*. Una **variable enunciativa**, como se utiliza el término aquí, simplemente es una letra con la que, o en cuyo lugar, es posible sustituir un enunciado. Los enunciados compuestos al igual que los enunciados simples pueden sustituirse por variables enunciativas.

Definimos una **forma argumental** como cualquier arreglo de símbolos que contiene variables enunciativas, pero no enunciados, de tal forma que cuando los enunciados son sustituidos por variables enunciativas (el mismo enunciado es sustituido por la misma variable enunciativa en todo momento), el resultado es un argumento. En pro de la definición, se establece por convención que en cualquier forma de argumento, p deberá ser la primera variable enunciativa que ocurra en éste, q deberá ser la segunda, r la tercera, etcétera. De este modo, la expresión:

Variable enunciativa
Letra (minúscula) con la que se puede sustituir un enunciado.

$$\begin{array}{l} p \supset q \\ q \\ \therefore p \end{array}$$

Forma argumental
Arreglo de símbolos que muestra la estructura lógica de un argumento, contiene variables enunciativas, pero no enunciados.

es una forma argumental, pues cuando los enunciados B y G son sustituidos por las variables enunciativas p y q, respectivamente, el resultado es el primer argumento de esta sección. Si los enunciados A y M son sustituidos por las variables p y q, el resultado es el segundo argumento. Cualquier argumento que resulta de la sustitución de enunciados por variables enunciativas en una forma argumental se llama una **instancia de sustitución *de esa forma argumental***. Es claro que de cualquier instancia de sustitución de una forma argumental es posible decir que tiene esa forma, y que cualquier argumento que tiene determinada forma es una instancia de sustitución de esa forma.

Para cualquier argumento normalmente existen varias formas argumentales que tienen el argumento dado como instancia de sustitución. Por ejemplo, el primer argumento de esta sección:

$$\begin{array}{l} B \supset G \\ G \\ \therefore B \end{array}$$

es una instancia de sustitución de cada una de las cuatro formas de argumento:

$$\begin{array}{llll} p \supset q & p \supset q & p \supset q & p \\ q & r & r & q \\ \therefore p & \therefore p & \therefore s & \therefore r \end{array}$$

De este modo obtenemos el argumento determinado al sustituir B por p y G por q en la primera forma de argumento; al sustituir B por p y G por q y r en el segundo; B por p y s, y G por q y r en el tercero; y $B \supset G$ por p, G por q, y B por r en el cuarto.

De estas cuatro formas argumentales, la primera corresponde más estrechamente a la estructura del argumento dado que el resto. Es así porque el argumento dado resulta de la primera forma argumental al sustituir un enunciado simple diferente por cada variable enunciativa diferente que halla en él. La primera forma argumental se llama la forma *específica* del argumento dado. La definición de la forma específica de un argumento determinado es la siguiente: en caso de que un argumento sea el resultado de sustituir consistentemente un enunciado simple diferente por cada variable enunciativa diferente en una forma argumental, esa forma argumental es la **forma específica de ese argumento**. Para cualquier argumento determinado existe una forma única de argumento que es la forma específica del mismo.

Instancia de sustitución de una forma argumental Cualquier argumento que resulta de la sustitución constante de los enunciados por variables enunciativas en una forma argumental.

Forma específica de un argumento Forma argumental de la que resulta el argumento dado cuando un enunciado simple diferente se sustituye por cada variable enunciativa diferente.

EJERCICIOS

I. A continuación se presenta un grupo de argumentos (Grupo **A**, letras de la **a** a la **o**) y un grupo de formas argumentales (Grupo **B**, numerado del 1 al 24). En cada argumento (Grupo **A**), indique qué forma argumental (en el Grupo **B**) tiene el argumento dado como *instancia de sustitución*, si es que existe alguna. Además, en cada argumento (en el Grupo **A**), indique qué *forma argumental* (en el Grupo **B**) es la forma *específica* de ese argumento, si es que la hay.

EJEMPLOS:

Argumento **a** en el Grupo ***A***: revisando todas las formas argumentales en el Grupo **B**, encontramos que el único caso en el que el Argumento **a** es una **instancia de sustitución** es el Número 3. El Número **3** también *es* la **forma específica** del Argumento **a**.

El argumento **j** en el Grupo **A**: revisando todas las formas argumentales en el Grupo **B**, encontramos que el Argumento **j** es una **instancia de sustitución** del Número **6** y del Número **23**. Pero *sólo* el Número **23** es la **forma específica** del Argumento **j**.

El argumento **m** en el Grupo **A**: revisando todas las formas argumentales en el Grupo **B**, encontramos que el Argumento **m** es una **instancia de sustitución** del Número **3** y del Número **24**. Pero *no* existe una forma argumental en el Grupo **B** que sea la **forma específica** del Argumento **m**.

Grupo A-Argumentos

a. $A \bullet B$
$\therefore A$

b. $C \supset D$
$\therefore C \supset (C \bullet D)$

c. E
$\therefore E \vee F$

d. $G \supset H$
$\sim H$
$\therefore \sim G$

***e.** I
J
$\therefore I \bullet J$

f. $(K \supset L) \bullet (M \supset N)$
$K \vee M$
$\therefore L \vee N$

g. $O \supset P$
$\sim O$
$\therefore \sim P$

h. $Q \supset R$
$Q \supset S$
$\therefore R \vee S$

i. $T \supset U$
$U \supset V$
$\therefore V \supset T$

j. $(W \bullet X) \supset (Y \bullet Z)$
$\therefore (W \bullet X) \supset [(W \bullet X) \bullet (Y \bullet Z)]$

k. $A \supset B$
$\therefore (A \supset B) \vee C$

l. $(D \vee E) \bullet \sim F$
$\therefore D \vee E$

m. $[G \supset (G \bullet H)] \bullet [H \supset (H \bullet G)]$
$\therefore G \supset (G \bullet H)$

n. $(I \vee J) \supset (I \bullet J)$
$\sim (I \vee J)$
$\therefore \sim (I \bullet J)$

***o.** $(K \supset L) \bullet (M \supset N)$
$\therefore K \supset L$

Grupo B-Formas argumentales

*1. $p \supset q$
$\therefore \sim q \supset \sim p$

2. $p \supset q$
$\therefore \sim p \supset \sim q$

3. $p \bullet q$
$\therefore p$

4. p
$\therefore p \vee q$

*5. p
$\therefore p \supset q$

6. $p \supset q$
$\therefore p \supset (p \bullet q)$

7. $(p \vee q) \supset (p \bullet q)$
$\therefore (p \supset q) \bullet (q \supset p)$

8. $p \supset q$
$\sim p$
$\therefore \sim q$

9. $p \supset q$
$\sim q$
$\therefore \sim p$

*10. p
q
$\therefore p \bullet q$

11. $p \supset q$
$p \supset r$
$\therefore q \vee r$

12. $p \supset q$
$q \supset r$
$\therefore r \supset p$

13. $p \supset (q \supset r)$
$p \supset q$
$\therefore p \supset r$

14. $p \supset (q \bullet r)$
$(q \vee r) \supset \sim p$
$\therefore \sim p$

*15. $p \supset (q \supset r)$
$q \supset (p \supset r)$
$\therefore (p \vee q) \supset r$

16. $(p \supset q) \bullet (r \supset s)$
$p \vee r$
$\therefore q \vee s$

17. $(p \supset q) \bullet (r \supset s)$
$\sim q \vee \sim s$
$\therefore \sim p \vee \sim s$

18. $p \supset (q \supset r)$
$q \supset (r \supset s)$
$\therefore p \supset s$

19. $p \supset (q \supset r)$
$(q \supset r) \supset s$
$\therefore p \supset s$

*20. $(p \supset q) \bullet [(p \bullet q) \supset r]$
$p \supset (r \supset s)$
$\therefore p \supset s$

21. $(p \vee q) \supset (p \bullet q)$
$\sim (p \vee q)$
$\therefore \sim (p \bullet q)$

22. $(p \vee q) \supset (p \bullet q)$
$(p \bullet q)$
$\therefore p \vee q$

23. $(p \bullet q) \supset (r \bullet s)$
$\therefore (p \bullet q) \supset [(p \bullet q) \bullet (r \bullet s)]$

24. $(p \supset q) \bullet (r \supset s)$
$\therefore p \supset q$

8.5 El significado preciso de "válido" e "inválido"

Nos encontramos ahora en posición de abordar con precisión las preguntas centrales de la lógica deductiva:

1. *¿Qué se quiere decir precisamente* cuando se dice que la forma de un argumento es válida o inválida?
2. *¿Cómo decidimos* si la forma de un argumento deductivo es válida o inválida?

La primera de estas preguntas se responde en esta sección; la segunda en la siguiente sección.

Procedemos ahora a emplear la técnica de refutación por analogía lógica.* Si la forma específica de un argumento dado tiene alguna instancia de sustitución cuyas premisas sean verdaderas y cuya conclusión sea falsa, entonces el argumento dado es inválido. Es posible definir el término "inválido", según se aplica a las formas argumentales, de la siguiente manera: *una forma argumental es inválida si y sólo si tiene al menos una instancia de sustitución con premisas verdaderas* y *conclusión falsa*. La refutación por analogía lógica se basa en el hecho de que cualquier argumento cuya forma específica es una **forma argumental inválida** es un *argumento inválido*. Cualquier forma argumental que no es inválida tiene que ser válida. De ahí que, *una forma argumental es válida si y sólo si no tiene instancias de sustitución con premisas verdaderas y una conclusión falsa*. Y puesto que la validez es una noción formal, un argumento es válido si y sólo si la forma específica de ese argumento es una **forma argumental válida.**

Forma argumental inválida
Forma argumental que tiene al menos una instancia de sustitución con premisas verdaderas y conclusión falsa.

Se demuestra que un argumento dado es inválido si se puede hallar para él una refutación por analogía, pero "inventar" estas analogías refutadoras no siempre puede ser fácil. Afortunadamente, esto no es necesario porque para argumentos de este tipo existe una prueba más sencilla, puramente mecánica, basada en el mismo principio. Dado cualquier argumento, sometemos a prueba la forma específica de ese argumento, porque su validez o invalidez determina la validez o invalidez del argumento.

Forma argumental válida
Forma argumental que no tiene instancias de sustitución con premisas verdaderas y conclusión falsa.

8.6 Cómo probar la validez de un argumento con tablas de verdad

Tabla de verdad
Arreglo en el que la validez de una forma de argumento puede someterse a prueba mediante la exposición de todas las combinaciones posibles de valores de verdad de las variables enunciativas contenidas en esa forma.

Sabiendo exactamente qué significa decir que un argumento es válido, o inválido, es posible desarrollar ahora un método para *someter a prueba* la validez de cada argumento veritativo-funcional. El método, que utiliza una **tabla de verdad**, es muy sencillo y eficaz. Simplemente es una aplicación del análisis de formas argumentales que se acaba de exponer.

Para someter a prueba la forma de un argumento, se examinan todas las posibles instancias de sustitución de éste para ver si alguna de ellas tiene pre-

*Al igual que cuando se analizaba el silogismo categórico, explicamos la refutación por analogía lógica en la sección 6.2.

misas verdaderas y conclusión falsa. Por supuesto, cualquier forma argumental tiene un número infinito de instancias de sustitución, pero no es necesario preocuparse por tener que examinarlas una por una. Puesto que estamos interesados únicamente en la verdad o falsedad de sus premisas y conclusiones, es necesario considerar sólo los valores de verdad involucrados. Los argumentos que nos interesan aquí contienen únicamente enunciados simples y enunciados compuestos que están construidos a partir de enunciados simples mediante conectivas veritativo-funcionales simbolizadas por el punto, la tilde, la cuña y la herradura. De este modo, se obtienen todas las instancias de sustitución posibles cuyas premisas y conclusiones tienen diferentes valores de verdad examinando todos los arreglos diferentes posibles de valores de verdad para los enunciados que pueden ser sustituidos por las diferentes variables enunciativas en la forma argumental que será sometida a prueba.

Cuando una forma argumental contiene únicamente dos variables enunciativas diferentes, p y q, todas sus instancias de sustitución son el resultado de sustituir los enunciados verdaderos por p y q, o de sustituir un enunciado verdadero por p y uno falso por q, o uno falso por p y uno verdadero por q, o enunciados falsos por p y q. Estos casos distintos se integran más convenientemente en la forma de una tabla de verdad. Para determinar la validez de la forma argumental:

$p \supset q$
q
$\therefore p$

se construye la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \supset q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Cada renglón de esta tabla representa una clase completa de instancias de sustitución. Las V's y las F's en las dos columnas iniciales o guía representan los valores de verdad de los enunciados sustituidos por las variables p y q en la forma argumental. La tercera columna se completa remitiéndose a las columnas iniciales o guía y a la definición del símbolo de herradura. El encabezado de la tercera columna es la primera "premisa" de la forma argumental, el de la segunda columna es la segunda "premisa" y el de la primera columna es la "conclusión". Al examinar esta tabla de verdad, encontramos que en el tercer renglón hay letras **V** abajo de ambas premisas y una **F** abajo de la conclusión, lo cual indica que existe al menos una instancia de sustitución de esta forma argumental que tiene premisas verdaderas y conclusión falsa. Este renglón basta para mostrar que la forma de argumento es inválida. Cualquier argumento con esta forma específica (esto es, cualquier argumento cuya forma de argumento específica es la forma argumental dada) se dice que comete la falacia de afirmación del consecuente, puesto que su segunda premisa afirma el consecuente de su primera premisa condicional.

Las tablas de verdad, aunque simples en concepto, son herramientas poderosas. Al utilizarlas para determinar la validez o invalidez de una forma argumental, es de importancia fundamental que primero se construya la tabla correctamente. Para construir correctamente la tabla de verdad tiene que existir una columna guía para cada variable enunciativa en la forma argumental p, q, r, etcétera. El arreglo tiene que mostrar todas las combinaciones posibles de la verdad y falsedad de todas esas variables, de tal modo que tiene que existir un número suficiente de renglones horizontales para hacer esto: cuatro renglones si hay dos variables, ocho renglones si existen tres variables, etcétera. Además tiene que existir una columna vertical adicional por cada una de las premisas y para la conclusión, y también una columna por cada una de las expresiones simbólicas con las que están construidas las premisas y la conclusión. La construcción de una tabla de verdad de esta manera es una tarea esencialmente mecánica; requiere únicamente contar y colocar cuidadosamente las V's y las F's en las columnas apropiadas, todo ello regulado por nuestra comprensión de las diversas conectivas veritativo-funcionales (el punto, la cuña, la herradura) y las circunstancias bajo las que cada compuesto veritativo-funcional es verdadero y las circunstancias bajo las que es falso.

Una vez que se ha construido la tabla y que el arreglo completo está frente a uno, es esencial *leerlo* adecuadamente, esto es, utilizarlo de manera correcta para hacer la evaluación de la forma argumental en cuestión. Se tiene que analizar cuidadosamente qué columnas son las que representan las premisas del argumento que se está evaluando y qué columna representa la conclusión de ese argumento. Al someter a prueba el argumento anterior, el cual se halló inválido, observamos que la segunda y tercera columnas de la tabla de verdad representaban las premisas, mientras que la conclusión se representó mediante la primera columna (la de la orilla izquierda). Pero, dependiendo de qué forma argumental se está sometiendo a prueba y del orden en el que se coloquen las columnas conforme se construye la tabla, es posible que las premisas y la conclusión aparezcan en cualquier orden en la parte superior de la tabla. Su posición a la derecha o a la izquierda no es importante; quienes utilizamos la tabla tenemos que saber qué columna representa qué cosa y tenemos que saber qué es lo que buscamos. *¿Existe algún caso, nos preguntamos, un solo renglón en el que todas las premisas son verdaderas y la conclusión falsa?* Si existe este renglón, la forma argumental es inválida; si no existe este renglón, la forma argumental tiene que ser válida. Cuando el arreglo completo se ha expuesto ordenadamente y con precisión, es de suma importancia tener mucho cuidado al leer la tabla de verdad con precisión.

8.7 Algunas formas argumentales comunes

A. Formas válidas comunes

Algunas formas argumentales válidas son demasiado comunes y pueden comprenderse intuitivamente. Enseguida se les identifica con precisión. El lector debe ser capaz de reconocerlas dondequiera que aparezcan y llamarlas por sus nombres ampliamente aceptados: (1) **silogismo disyuntivo**, (2) ***modus ponens***, (3) ***modus tollens,*** y (4) **silogismo hipotético**.

Silogismo disyuntivo
Forma de argumento válida en la que una premisa es una disyunción, la otra premisa es la negación de uno de los dos disyuntos y la conclusión es la verdad del otro disyunto. (En la lógica tradicional se utiliza una definición más amplia; véase el capítulo 7).

Modus ponens
Un argumento válido que se apoya en una premisa condicional, en el cual otra premisa afirma el antecedente de este condicional y la conclusión afirma su consecuente.

Modus tollens
Argumento válido que se apoya en una premisa condicional, en el cual su otra premisa niega el consecuente de este condicional y la conclusión niega su antecedente.

Silogismo hipotético
Argumento válido que contiene sólo proposiciones condicionales. (En la lógica tradicional se utiliza una definición más amplia; véase el capítulo 7.)

Silogismo disyuntivo

Una de las formas argumentales más simples depende del hecho de que en toda disyunción verdadera al menos uno de sus disyuntos tiene que ser verdadero. Por lo tanto, si uno de ellos es falso, el otro tiene que ser verdadero. Los argumentos con esta forma son excesivamente comunes. Cuando una candidata novata a un importante cargo fue forzada a declinar su candidatura debido a una violación a la ley de impuestos que involucraba a uno de sus empleados, un crítico escribió: "Intentando encubrir su pequeño desliz o enterrarlo en el olvido, se condujo con estupidez o con arrogancia. Obviamente no es estúpida; su desliz debe ser resultado, entonces, de su arrogancia".[4]

El silogismo disyuntivo se simboliza de la siguiente manera:

$p \vee q$
$\sim p$
$\therefore q$

Y para mostrar su validez construimos la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \vee q$	$\sim p$
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	V
F	F	F	V

Aquí también, las columnas iniciales o guía muestran todos los valores de verdad posibles de los enunciados que pueden ser sustituidos por las variables p y q. La tercera columna se completa remitiéndonos a las primeras dos, y la cuarta por referencia únicamente a la primera. Ahora bien, el tercer renglón es el único en el que aparecen las V's debajo de ambas premisas (la tercera y cuarta columnas), y también aparece una V abajo de la conclusión (segunda columna). De este modo, la tabla de verdad muestra que la forma argumental no tiene una instancia de sustitución que tenga sus premisas verdaderas y conclusión falsa y, por lo tanto, demuestra la validez de la forma argumental sometida a prueba.*

En este caso, como siempre, es esencial que la tabla de verdad se lea con precisión; la columna que representa la conclusión (la segunda de izquierda a derecha) y las columnas que representan las premisas (la tercera y cuarta de izquierda a derecha) deben identificarse cuidadosamente. Sólo si se utilizan estas tres columnas de manera correcta es posible determinar de manera confiable la validez (o invalidez) de la forma argumental en cuestión. Cabe observar que esta misma tabla de verdad podría utilizarse para poner a prueba la validez de una forma argumental muy diferente, una cuyas premisas estén representadas por la segunda y tercera columnas y cuya conclusión esté representada por la cuarta columna. Esa forma argumental, como se puede ver mediante la parte superior de la tabla, es inválida. La técnica de la tabla de verdad nos ofrece un método completamente mecánico para someter a prueba la validez de cualquier argumento de tipo general considerado aquí.

Ahora estamos en condición de justificar la propuesta de traducir cualquier ocurrencia de la frase "si... entonces" al símbolo de implicación material "$\supset$". En la sección anterior se señaló que todos los argumentos válidos de tipo general a los que aquí se hace referencia, que involucran enunciados del tipo "si... entonces", siguen siendo válidos cuando se interpreta que aquellos enunciados afirman solamente implicaciones materiales.

Las tablas de verdad pueden utilizarse para dar sustento a esta afirmación y justificarán la traducción del "si... entonces" al símbolo de herradura.

Modus ponens

El tipo más simple de argumento intuitivamente válido que involucra enunciados condicionales se ejemplifica con el argumento:

> Si el segundo lugareño dijo la verdad, entonces sólo un lugareño es un político.
> El segundo lugareño dijo la verdad.
> Por lo tanto, sólo un lugareño es político.

---

*Tal como se usa en este capítulo, el término "silogismo disyuntivo" es el nombre de una forma argumental básica, que aquí se demostró válida. Esta forma siempre es válida, por supuesto, y por lo tanto, en lógica moderna "silogismo disyuntivo" siempre se refiere a una forma argumental básica que es válida. Pero en lógica tradicional la expresión "silogismo disyuntivo" se utiliza en forma más general, para referirse a cualquier silogismo que contenga una premisa disyuntiva; por supuesto, algunos de esos silogismos son inválidos. Uno tiene que tener claro si la expresión se está utilizando en el sentido general o en el sentido limitado. Aquí se utiliza en el sentido limitado.

La forma específica de este argumento, conocida como *modus ponens* ("el método de poner o afirmar"), es:

$p \supset q$
p
$\therefore q$

y se demuestra que es válido por la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \supset q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Aquí las dos premisas están representadas por la tercera y primera columnas, y la conclusión está representada por la segunda. Únicamente el primer renglón representa instancias de sustitución en las que ambas premisas son verdaderas y la V en la segunda columna muestra que en estos argumentos la conclusión también es verdadera. Esta tabla de verdad determina la validez de cualquier argumento de la forma *modus ponens*.

Modus tollens

Ya hemos visto que si un enunciado condicional es verdadero, entonces si su consecuente es falso, el antecedente tiene que ser falso. Esta forma argumental normalmente es utilizada para determinar la falsedad de alguna proposición puesta en duda. A manera de ejemplo, un respetado rabino, quien insistía que nunca se pretendió que el *Libro del Génesis* fuese un tratado científico, planteó este sucinto argumento:

> Una lectura literal del *Génesis* nos llevaría a concluir que el mundo no tiene siquiera 6000 años de antigüedad y que el gran cañón muy bien pudo ser formado por el Gran Diluvio hace 4500 años. Puesto que esto es algo imposible, una lectura literal del *Génesis* debe ser un error.[5]

El argumento se simbolizaría de este modo:

$p \supset q$
$\sim q$
$\therefore \sim p$

La validez de esta forma de argumento, llamada *modus tollens* ("el método de quitar o negar"), puede demostrarse mediante la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \supset q$	$\sim q$	$\sim p$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Aquí, de nuevo no existe instancia de sustitución, ningún renglón en el que las premisas $p \supset q$ y $\sim q$ sean ambas verdaderas y la conclusión, $\sim p$, sea falsa.

Silogismo hipotético

Otro tipo común de argumento intuitivamente válido contiene sólo enunciados condicionales. He aquí un ejemplo:

> Si el primer lugareño es un político, entonces el primer lugareño miente.
> Si el primer lugareño miente, entonces el primer lugareño niega ser un político.
> Por lo tanto, si el primer lugareño es un político, entonces el primer lugareño niega ser un político.

La forma específica de este argumento es:

$$p \supset q$$
$$q \supset r$$
$$\therefore p \supset r$$

Puesto que este argumento, llamado *silogismo hipotético*,* contiene tres variables enunciativas distintas, la tabla de verdad en este caso debe tener tres columnas iniciales (o guías), y requerirá ocho renglones para listar todas las instancias de sustitución posibles.

*Llamado "silogismo hipotético puro" en el capítulo 7.

Además de las columnas iniciales se requieren tres columnas adicionales: dos para las premisas y la tercera para la conclusión. La tabla es como se muestra a continuación:

p	q	r	$p \supset q$	$q \supset r$	$p \supset r$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V

Para construirla, completamos la cuarta columna remitiéndonos a la primera y la segunda, la quinta por referencia a la segunda, y la tercera y la sexta por referencia a la primera y la tercera. Al examinar la tabla completada, observamos que las premisas sólo son verdaderas en los renglones primero, quinto, séptimo y octavo, y que en todos éstos la conclusión también es verdadera. Esta tabla de verdad determina la validez de la forma argumental y demuestra que el silogismo hipotético sigue siendo válido cuando sus enunciados condicionales se traducen mediante el símbolo de herradura.

Se han proporcionado suficientes ejemplos para ilustrar el uso adecuado de la técnica de la tabla de verdad para someter a prueba argumentos. Y quizá se han presentado los suficientes para mostrar que la validez de cualquier argumento válido que involucre enunciados condicionales se preserva cuando sus condicionales se traducen únicamente a implicaciones materiales. Si queda alguna duda, el lector puede despejarla planteando ejemplos, traduciéndolos y sometiendo a prueba cualquier ejemplo similar.

Conforme se consideran formas argumentales más complicadas, se requieren tablas de verdad más grandes para someterlas a prueba, puesto que se requiere una columna inicial o guía para cada una de las diferentes variables enunciativas en la forma argumental. Sólo se requieren dos columnas para una forma con dos variables únicamente, y la tabla tendrá cuatro renglones. Pero se requieren tres columnas iniciales para una forma argumental con tres variables, como el silogismo hipotético, y estas tablas de verdad tendrán ocho renglones. Para someter a prueba la validez de una forma argumental como la del dilema constructivo:

$(p \supset q) \cdot (r \supset s)$
$p \vee r$
$\therefore q \vee s$

el cual contiene cuatro variables enunciativas distintas, se requiere una tabla de verdad con cuatro columnas iniciales y 16 renglones. En general, para someter a prueba una forma argumental que contiene n variables enunciativas distintas, se requiere una tabla de verdad con n columnas iniciales y 2^n renglones.

B. Formas inválidas comunes

Dos formas argumentales inválidas merecen especial atención porque mantienen parecidos superficiales con formas válidas y, por lo tanto, a menudo tientan a los lectores o escritores descuidados. La **falacia de la afirmación del consecuente**, también considerada en la sección 7.7, se simboliza como sigue:

$$p \supset q$$
$$q$$
$$\therefore p$$

Aunque la figura de esta forma es parecida a la del *modus ponens*, las dos formas argumentales son muy diferentes y esta forma ciertamente no es válida. Un "silogismo falso" acerca del presidente dictador de Iraq ya fallecido, Saddam Hussein, ilustra muy bien este caso. He aquí ese silogismo (tal como lo refiriera Orlando Patterson en el 2005), cuya invalidez efectivamente lo convierte en falso: "Si uno es un terrorista, uno es un tirano que odia la libertad. Saddam Hussein es un tirano que odia la libertad. Por lo tanto, Saddam Hussein es un terrorista."[6] Supongamos que la primera premisa hipotética es verdadera, y que la segunda premisa que describe a Saddam Hussein también es verdadera. Pero la segunda premisa (de que Saddam Hussein es un tirano) afirma sólo el *consecuente* de la premisa hipotética precedente. El argumento sencillamente comete la falacia de afirmar el consecuente.

Falacia de afirmación del consecuente
Falacia formal en la que la segunda premisa de un argumento afirma el consecuente de la premisa condicional y la conclusión de su argumento afirma el antecedente.

Otra forma inválida, llamada la **falacia de la negación del antecedente**, tiene una figura parecida a la del *modus tollens* y se puede simbolizar como sigue:

$$p \supset q$$
$$\sim p$$
$$\therefore \sim q$$

Falacia de negación del antecedente
Falacia formal en la que la segunda premisa de un argumento niega el antecedente de una premisa condicional y la conclusión del argumento niega el consecuente.

Un ejemplo de esta falacia es el lema de campaña que utilizara un candidato a la alcaldía de Nueva York hace algunos años: "Si no conoces la lana, no conoces el trabajo, y Abe conoce la lana". La conclusión no enunciada con la que deliberadamente se tentaba al votante era que: "Abe conoce el trabajo", proposición que no se sigue de las premisas enunciadas.

Es posible mostrar rápidamente la invalidez de estas dos falacias comunes mediante tablas de verdad. En cada caso existe un renglón de la tabla de verdad en el que las premisas del argumento falaz son verdaderas, pero la conclusión es falsa.

C. Instancias de sustitución y formas específicas

Un argumento dado puede ser una instancia de sustitución de varias formas argumentales diferentes, tal como lo apuntamos anteriormente cuando se definió la "forma argumental". De ahí que el silogismo disyuntivo válido examinado en la página 370, que puede simbolizarse así:

$R \vee W$
$\sim R$
$\therefore W$

es una instancia de sustitución de la forma argumental válida:

$p \vee q$
$\sim p$
$\therefore q$

y *también* es una instancia de sustitución de la forma argumental *in*válida:

p
q
$\therefore r$

Es obvio, en esta última forma, que a partir de las dos premisas, p y q, no se puede inferir válidamente r. De modo que es claro que una forma argumental inválida puede tener un argumento válido *o* uno inválido como instancia de sustitución. Por lo tanto, para determinar si cualquier argumento dado es válido, *hay que atender a la forma específica del argumento* en cuestión. Sólo la forma específica del argumento revela con precisión la estructura lógica completa de ese argumento y, dado que lo hace, podemos saber que si la forma específica de un argumento es válida, el argumento en sí tiene que ser válido.

En el ejemplo que se acaba de indicar, tenemos un argumento ($R \vee W$, $\sim R$, por lo tanto W) y dos formas argumentales de las que ese argumento podría ser una instancia de sustitución. La primera de estas formas argumentales ($p \vee q$, $\sim p$, $\therefore q$) es válida y puesto que esta forma es la forma *específica* del argumento dado, su validez establece que el argumento dado es válido. La segunda de estas formas argumentales es inválida, pero puesto que *no* es la forma específica del argumento dado, no puede ser utilizada para mostrar que el argumento dado es inválido.

Cabe enfatizar este punto: una forma argumental válida únicamente puede tener argumentos válidos como instancias de sustitución. Esto es, todas las instancias de sustitución de una forma válida *tienen que* ser válidas. Esto se prueba con la demostración de la tabla de verdad para la validez de la forma argumental válida, la cual muestra que no existe una instancia de sustitución posible de una forma válida que tenga premisas verdaderas y conclusión falsa.

EJERCICIOS

A. Utilice tablas de verdad para probar la validez o invalidez de cada una de las formas argumentales en la sección de Ejercicios, Grupo B, de la página, 395.

B. Utilice tablas de verdad para determinar la validez o invalidez de cada uno de los siguientes argumentos.

***1.**	$(A \vee B) \supset (A \bullet B)$ $A \vee B$ $\therefore A \bullet B$	**2.**	$(C \vee D) \supset (C \bullet D)$ $C \bullet D$ $\therefore C \vee D$
3.	$E \supset F$ $F \supset E$ $\therefore E \vee F$	**4.**	$(G \vee H) \supset (G \bullet H)$ $\sim(G \bullet H)$ $\therefore \sim(G \vee H)$
***5.**	$(I \vee J) \supset (I \bullet J)$ $\sim(I \vee J)$ $\therefore \sim(I \bullet J)$	**6.**	$K \vee L$ K $\therefore \sim L$
7.	$M \vee (N \bullet \sim N)$ M $\therefore \sim(N \bullet \sim N)$	**8.**	$(O \vee P) \supset Q$ $Q \supset (O \bullet P)$ $\therefore (O \vee P) \supset (O \bullet P)$
9.	$(R \vee S) \supset T$ $T \supset (R \bullet S)$ $\therefore (R \bullet S) \supset (R \vee S)$	***10.**	$U \supset (V \vee W)$ $(V \bullet W) \supset \sim U$ $\therefore \sim U$

C. Utilice tablas de verdad para determinar la validez o invalidez de los siguientes argumentos.

***1.** Si Angola logra la estabilidad, entonces ambos Botswana y Chad adoptarán políticas más liberales. Pero Botswana no adoptará una política más liberal. Por lo tanto, Angola no logrará estabilidad.

2. Si Dinamarca se rehúsa a unirse a la Comunidad Europea, entonces, si Estonia permanece en la esfera de influencia rusa, entonces Finlandia rechazará una política de libre comercio. Estonia permanecerá en la esfera de influencia rusa. Así que si Dinamarca se rehúsa a unirse a la Comunidad Europea, entonces Finlandia rechazará una política de libre comercio.

3. Si Grecia fortalece sus instituciones democráticas, entonces Hungría impulsará una política más independiente. Si Grecia fortalece sus instituciones democráticas, entonces el gobierno italiano se sentirá menos amenazado. Por lo tanto, si Hungría impulsa una política más independiente, el gobierno italiano se sentirá menos amenazado.

4. Si Japón continúa aumentando la exportación de automóviles, entonces o Corea o Laos sufrirán un declive económico. Corea no sufrirá un declive económico. Se sigue que si Japón continúa aumentando la exportación de automóviles, entonces Laos sufrirá un declive económico.

***5.** Si Montana sufre una sequía severa, entonces, si Nevada tiene una precipitación pluvial normal, el suministro de agua de Oregon será ampliamente reducido. Nevada tiene una precipitación pluvial normal. Así que si el suministro de agua de Oregon se reduce ampliamente, entonces Montana sufrirá una sequía severa.

6. Si se ha de lograr la igualdad de oportunidades, entonces a las personas anteriormente en desventaja ahora se les deberían dar oportunidades especiales. Si a las personas anteriormente en desventaja ahora se les deberían dar oportunidades especiales, entonces algunas personas reciben un trato preferencial. Si algunas personas reciben un trato preferencial, entonces no se logrará la igualdad de oportunidades. Por lo tanto, la igualdad de oportunidades no se ha logrado.

7. Si se satisfacen las demandas de los terroristas, entonces se recompensará la anarquía. Si no se satisfacen las demandas de los terroristas, entonces serán asesinados rehenes inocentes. De manera que o se recompensará la anarquía o serán asesinados rehenes inocentes.

8. Si la gente es completamente racional, entonces o bien todas las acciones de las personas pueden predecirse de antemano o el universo es esencialmente determinista. No todas las acciones de una persona pueden predecirse de antemano. Por lo tanto, si el universo no es esencialmente determinista, entonces la gente no es enteramente racional.

9. Si el consumo de petróleo continúa creciendo, entonces o bien, la importación de petróleo aumentará o las reservas nacionales de petróleo se agotarán. Si aumenta la importación de petróleo y las reservas nacionales de petróleo se agotan, entonces con el tiempo la nación se irá a la bancarrota. Por lo tanto, si el consumo de petróleo continúa aumentando, entonces, la nación con el tiempo se irá a bancarrota.

***10.** Si el consumo de petróleo continúa creciendo, entonces la importación de petróleo se incrementará y las reservas nacionales de petróleo se agotarán. Si la importación de petróleo se incrementa o las reservas nacionales de petróleo se agotan, entonces la nación pronto estará en bancarrota. Por lo tanto, si el consumo de petróleo continúa aumentando, entonces pronto la nación estará en bancarrota.

8.8 Formas enunciativas y equivalencia material

A. Formas enunciativas y enunciados

Ahora se hará explícita una noción que se asumió tácitamente en la sección anterior, la noción de "forma enunciativa". Existe un paralelo exacto entre la relación de argumento y forma argumental, por un lado, y la relación entre enunciado y forma enunciativa, por el otro. La definición de "forma enunciativa" evidencia esto: una **forma enunciativa** es cualquier secuencia de símbolos que contiene variables enunciativas pero no enunciados, de tal forma que cuando se sustituyen los enunciados por variables enunciativas (el mismo enunciado es sustituido por la misma variable enunciativa en todo momento), el resultado es un enunciado. De este modo, $p \vee q$ es una forma enunciativa, porque cuando los enunciados se sustituyen por las variables p y q, se tiene por resultado un enunciado. Dado que el enunciado resultante es una disyunción, $p \vee q$ se llama una "forma enunciativa disyuntiva". De manera análoga, $p \bullet q$ y $p \supset q$ se llaman "forma conjuntiva" y "forma enunciativa condicional", y $\sim p$ se llama una "forma de negación" o "forma negativa". Así como se dice que cualquier argumento de determinada forma es una instancia de sustitución de esa forma argumental, así también se dice que cualquier enunciado de determinada forma es una **instancia de sustitución de esa forma enunciativa.** Y así como distinguimos la *forma específica* de cierto argumento, también distinguimos la **forma específica** de cierto enunciado como aquella forma enunciativa que resulta de sustituir consistentemente un enunciado simple diferente por cada variable enunciativa diferente. De ahí que $p \vee q$ es la *forma específica* del enunciado: "El prisionero ciego tiene un sombrero rojo o el prisionero ciego tiene un sombrero blanco".

Forma enunciativa Arreglo de símbolos que muestran la estructura lógica de un enunciado; contiene variables enunciativas, pero no enunciados.

Instancia de sustitución de una forma enunciativa Cualquier enunciado que resulte de la sustitución consistente de enunciados por variables enunciativas en una forma enunciativa.

Forma específica de un enunciado Forma de enunciado de la que resulta el enunciado dado cuando se sustituye consistentemente un enunciado simple diferente por cada variable enunciativa diferente.

B. Formas enunciativas tautológicas, contradictorias y contingentes

El enunciado: "Lincoln fue asesinado" (simbolizado como L), y el enunciado: "O bien, Lincoln fue asesinado o no fue asesinado" (simbolizado como $L \vee \sim L$), son ambos obviamente verdaderos. Pero, podríamos decir que son verdaderos "de diferentes formas" o que tienen "diferentes tipos" de verdad. De igual manera, el enunciado: "Washington fue asesinado" (simbolizado como W), y el enunciado: "Washington fue asesinado y no fue asesinado" (simbolizado como $W \bullet \sim W$), son ambos evidentemente falsos, pero también son falsos "de diferente forma" o tienen "diferentes tipos" de falsedad. Estas diferencias en los "tipos" de verdad o falsedad son importantes y muy grandes.

Que el enunciado L sea verdadero y el enunciado W sea falso, son hechos históricos, hechos acerca de cómo fue el curso de los acontecimientos. No existe necesidad lógica sobre ellos. Los acontecimientos pudieron haber ocurrido de manera diferente y, por lo tanto, el valor de verdad de enunciados como L y W tiene que descubrirse por un estudio empírico de la historia. Pero el enunciado $L \vee \sim L$, aunque verdadero, no es una verdad histórica. Aquí existe necesidad lógica: los acontecimientos no podrían ser tales que lo hicieran falso y su verdad puede conocerse independientemente de cualquier investigación empírica. El enunciado $L \vee \sim L$ es una verdad lógica, una verdad formal, verdadera solamente en virtud de su forma. Es una instancia de sustitución de una forma enunciativa cuyas instancias de sustitución son todas enunciados verdaderos.

Una forma enunciativa que tiene únicamente instancias de sustitución verdaderas es una ***forma enunciativa tautológica***, o una **tautología**. Para mostrar que la forma enunciativa $p \vee \sim p$ es una tautología, construimos la siguiente tabla de verdad:

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

Sólo hay una columna inicial o guía para esta tabla de verdad, puesto que la forma bajo consideración contiene únicamente una variable enunciativa. Por consiguiente, sólo existen dos renglones, que representan todas las instancias de sustitución posibles. Sólo existen V's en la columna bajo la forma enunciativa en cuestión, y este hecho muestra que todas sus instancias de sustitución son verdaderas. Cualquier enunciado que es una instancia de sustitución de una forma enunciativa tautológica, es verdadero en virtud de su forma y se dice que es en sí tautológico, o una tautología.

Forma enunciativa tautológica
Forma enunciativa que tiene únicamente instancias de sustitución verdaderas; una tautología.

Una forma enunciativa que únicamente tiene instancias de sustitución falsas se dice que es **autocontradictoria**, o una ***contradicción***, y es lógicamente falsa. La forma enunciativa $p \bullet \sim p$ es autocontradictoria, porque en su tabla de verdad sólo se encuentran F's bajo ella, lo cual significa que todas sus instancias de sustitución son falsas. Cualquier enunciado, como: $W \bullet \sim W$, que es una instancia de sustitución de una forma enunciativa autocontradictoria, es falso en virtud de su forma y se dice que es en sí autocontradictorio o una contradicción.

Forma enunciativa autocontradictoria
Forma enunciativa que tiene únicamente instancias de sustitución falsas; una contradicción.

Las formas enunciativas que tienen enunciados verdaderos y falsos entre sus instancias de sustitución se llaman **formas enunciativas contingentes**. Cualquier enunciado cuya forma específica es contingente se llama un "enunciado contingente".* De este modo, p, $\sim p$, $p \bullet q$, $p \vee q$ y $p \supset q$ son todas ellas

Forma enunciativa contingente
Forma enunciativa que tiene a la vez instancias de sustitución verdaderas e instancias de sustitución falsas.

*Cabe recordar que aquí hemos asumido que ningún enunciado simple es lógicamente verdadero o lógicamente falso. Sólo enunciados contingentes simples se admiten aquí. Véase la nota al pie de la página 391.

formas enunciativas contingentes. Y enunciados tales como: L, $\sim L$, $L \bullet W$, $L \vee W$, y $L \supset W$ son enunciados contingentes, puesto que sus valores de verdad son dependientes o contingentes de sus contenidos más que de sus formas solamente.

No todas las formas enunciativas son obviamente tautológicas o autocontradictorias o contingentes como los ejemplos simples citados. Por ejemplo, la forma enunciativa: $[(p \supset q) \supset p] \supset p$, no es obvia en absoluto, aunque su tabla de verdad mostrará que es una tautología. Incluso tiene un nombre especial: **ley de Peirce**.

C. Equivalencia material

La equivalencia material es una conectiva veritativo-funcional, tal como la disyunción y la implicación material son conectivas veritativo-funcionales. El valor de verdad de cualquier conectiva veritativo-funcional, como se explicó anteriormente, depende de (es una función de) la verdad o falsedad de sus enunciados conectados. De este modo, se dice que la disyunción de A y B es verdadera si A es verdadera o B es verdadera, o si ambas son verdaderas. La equivalencia material es la conectiva veritativo-funcional que afirma que los enunciados que conecta tienen el *mismo* valor de verdad. Dos enunciados que son equivalentes en su valor de verdad, por lo tanto, son materialmente equivalentes. Una definición sencilla es: dos enunciados son **materialmente equivalentes** cuando ambos son verdaderos o ambos son falsos.

Así como el símbolo de disyunción es la cuña y el símbolo para la implicación material es la herradura, también existe un símbolo especial para la equivalencia material, el signo de tres barras "$\equiv$". Y así como se dieron definiciones de tablas de verdad para la cuña y la herradura, también se puede hacer lo mismo para el signo de tres barras o tribarra. He aquí la tabla de verdad para la equivalencia material, "$\equiv$":

p	q	$p \equiv q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ley de Peirce
Enunciado tautológico de la forma: $[(p \supset q) \supset p] \supset p$.

Equivalencia material
Relación veritativo-funcional que afirma que dos enunciados conectados por el signo de tres barras ($\equiv$) tienen el mismo valor de verdad.

Dos enunciados verdaderos cualesquiera se implican materialmente el uno al otro; eso es una consecuencia del significado de la implicación material. Y dos enunciados falsos cualesquiera también se implican el uno al otro. Por lo tanto, dos enunciados cualesquiera que son materialmente equivalentes tienen que implicarse el uno al otro, puesto que son ambos verdaderos o ambos falsos.

Dado que dos enunciados cualesquiera, *A* y *B*, que son materialmente equivalentes se implican el uno al otro, es posible inferir de su equivalencia material que *B* es verdadero *si A* es verdadero, y también que *B* es verdadero *sólo si A* es verdadero. Puesto que ambas relaciones están implícitas por la equivalencia material, se puede leer el signo de tres barras, $\equiv$, como "*si y sólo si*".

En el discurso cotidiano se utiliza esta relación lógica sólo ocasionalmente. Uno puede decir, Iré al juego de campeonato, si y sólo si puedo conseguir un boleto. Iré *si* adquiero un boleto, pero puedo ir *sólo si* adquiero un boleto. Así que mi ida al juego, y el que pueda conseguir un boleto, son materialmente equivalentes.

Cada implicación es un enunciado *condicional*, como se apuntó anteriormente. Dos enunciados, *A* y *B*, que son materialmente equivalentes implican la verdad del condicional $A \supset B$, y también implican la verdad del condicional $B \supset A$. Puesto que la implicación ocurre en ambas direcciones cuando posee equivalencia material, un enunciado de la forma $A \equiv B$ a menudo se llama un **bicondicional**.

Enunciado bicondicional Enunciado compuesto que afirma que sus dos componentes se implican el uno al otro y, por lo tanto, son materialmente equivalentes.

Existen cuatro conectivas veritativo-funcionales de las que normalmente dependen los argumentos deductivos: *conjunción, disyunción, implicación material* y *equivalencia material*. Nuestra discusión del grupo de cuatro ahora está completa.

LÓGICA VISUAL

Las cuatro conectivas veritativo-funcionales

Conectiva veritativo-funcional	Símbolo (nombre del símbolo)	Tipo de proposición	Nombres de componentes de las proposiciones de ese tipo	Ejemplo
Y	• (punto)	Conjunción	Conyuntos	Cynthia es tacaña **y** Franco canta blues. $C \cdot F$
O	∨ (cuña)	Disyunción	Disyuntos	Cynthia es tacaña **o** Israel es un amante de la música. $C \vee I$
Si . . . entonces	⊃ (herradura)	Condicional	Antecedente, consecuente	**Si** Franco canta blues, **entonces** Toño se pone de mal humor. $F \supset I$
Si y sólo si	≡ (tres barras)	Bicondicional	Componentes	Toño se pone de mal humor **si y sólo si** Franco canta blues. $T \equiv F$

Nota: "no" *no* es una conectiva, sino un operador veritativo-funcional, así que aquí se omite.

D. Argumentos, enunciados condicionales y tautologías

A todo argumento le corresponde un enunciado condicional cuyo antecedente es la conjunción de las premisas del argumento y cuyo consecuente es la conclusión del argumento. Por lo tanto, un argumento que tenga la forma de *modus ponens*:

$$
\begin{array}{l}
p \supset q \\
p \\
\therefore q
\end{array}
$$

puede expresarse como un enunciado condicional de la forma: $[(p \supset q) \cdot p] \supset q$. Si el argumento expresado como un condicional tiene una forma argumental válida, entonces su conclusión debe seguirse en cada caso de sus premisas y, por lo tanto, se puede mostrar en una tabla de verdad que el enunciado condicional es una tautología. Esto es, el enunciado de que la conjunción de las premisas implica la conclusión tendrá (si el argumento es válido) todas y únicamente instancias verdaderas.

Las tablas de verdad son instrumentos poderosos para la evaluación de argumentos. Una forma argumental es válida si y sólo si su tabla de verdad tiene una V bajo la conclusión en cada renglón en el que existen V's bajo todas sus premisas. Esto se sigue del significado preciso de "validez". Ahora, si el enunciado condicional que expresa esa forma argumental constituye el encabezado de una columna de la tabla de verdad, puede ocurrir una letra F en esta columna sólo en el renglón en el que existen V's bajo todas las premisas y una letra F bajo la conclusión. Pero no existirá tal renglón si el argumento es válido. Por lo tanto, sólo ocurrirán V's bajo un enunciado condicional que corresponde a un argumento válido y este enunciado condicional tiene que ser una tautología. Por lo tanto, es posible decir que **una forma argumental es válida si, y sólo si, su expresión en forma de un enunciado condicional** (de la cual el antecedente es la conjunción de las premisas de la forma argumental dada y el consecuente es la conclusión de la forma argumental dada) **es una tautología.**

Sin embargo, para cada argumento *inválido* de la variedad veritativo-funcional, el enunciado condicional correspondiente no será una tautología. El enunciado de que la conjunción de sus premisas implica su conclusión es o contingente o contradictorio (para un argumento inválido).

EJERCICIOS

A. En cada enunciado de la columna de la izquierda, indique cuál de las formas enunciativas, si es que existe alguna, de la columna de la derecha, tiene el enunciado dado como una instancia de sustitución, e indique cuál es la forma específica, si es que existe alguna, del enunciado dado.

*1.	$A \vee B$	a.	$p \bullet q$
2.	$C \bullet \sim D$	b.	$p \supset q$
3.	$\sim E \supset (F \bullet G)$	c.	$p \vee q$
4.	$H \supset (I \bullet J)$	d.	$p \bullet \sim q$
*5.	$(K \bullet L) \vee (M \bullet N)$	e.	$p \equiv q$
6.	$(O \vee P) \supset (P \bullet Q)$	f.	$(p \supset q) \vee (r \bullet s)$
7.	$(R \supset S) \vee (T \bullet \sim U)$	g.	$[(p \supset q) \supset r] \supset s$
8.	$V \supset (W \vee \sim W)$	h.	$[(p \supset q) \supset p] \supset p$
9.	$[(X \supset Y) \supset X] \supset X$	i.	$(p \bullet q) \vee (r \bullet s)$
*10.	$Z \equiv \sim\sim Z$	j.	$p \supset (q \vee \sim \mathrm{r})$

B. Utilice tablas de verdad para caracterizar las siguientes formas enunciativas como tautológicas, autocontradictorias o contingentes.

*1. $[p \supset (p \supset q)] \supset q$

2. $p \supset [(p \supset q) \supset q]$

3. $(p \bullet q) \bullet (p \supset \sim q)$

4. $p \supset [\sim p \supset (q \vee \sim q)]$

*5. $p \supset [p \supset (q \bullet \sim q)]$

6. $(p \supset p) \supset (q \bullet \sim q)$

7. $[p \supset (q \supset r)] \supset [(p \supset q) \supset (p \supset r)]$

8. $[p \supset (q \supset p)] \supset [(q \supset q) \supset \sim (r \supset r)]$

9. $\{[(p \supset q) \bullet (r \supset \mathrm{s})] \bullet (p \vee r)\} \supset (q \vee \mathrm{s})$

*10. $\{[(p \supset q) \bullet (r \supset \mathrm{s})] \bullet (q \vee \mathrm{s})\} \supset (p \vee r)$

C. Utilice tablas de verdad para decidir cuáles de los siguientes enunciados bicondicionales son tautologías.

*1. $(p \supset q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$

2. $(p \supset q) \equiv (\sim p \supset \sim q)$

3. $[(p \supset q) \supset r] \equiv [(q \supset p) \supset r]$

4. $[p \supset (q \supset r)] \equiv [q \supset (p \supset r)]$

*5. $p \equiv [p \bullet (p \vee q)]$

6. $p \equiv [p \vee (p \bullet q)]$

7. $p \equiv [p \bullet (p \supset q)]$

8. $p \equiv [p \bullet (q \supset p)]$

9. $p \equiv [p \vee (p \supset q)]$

*10. $(p \supset q) \equiv [(p \vee q) \equiv q]$

11. $p \equiv [p \vee (q \bullet \sim q)]$

12. $p \equiv [p \bullet (q \bullet \sim q)]$

13. $p \equiv [p \bullet (q \vee \sim q)]$

14. $p \equiv [p \vee (q \vee \sim q)]$

*15. $[p \bullet (q \vee r)] \equiv [(p \bullet q) \vee (p \bullet r)]$

16. $[p \bullet (q \vee r)] \equiv [(p \vee q) \bullet (p \vee r)]$

17. $[p \vee (q \bullet r)] \equiv [(p \bullet q) \vee (p \bullet r)]$

18. $[p \vee (q \bullet r)] \equiv [(p \vee q) \bullet (p \vee r)]$

19. $[(p \bullet q) \supset r] \equiv [p \supset (q \supset r)]$

*20. $[(p \supset q) \bullet (q \supset p)] \equiv [(p \bullet q) \vee (\sim p \bullet \sim q)]$

8.9 Equivalencia lógica

En este momento introducimos una nueva relación, importante y muy útil, pero no es una conectiva, y es un tanto más complicada que cualquiera de las conectivas veritativo-funcionales que se acaban de discutir.

Los enunciados son materialmente equivalentes cuando tienen el mismo valor de verdad. Puesto que dos enunciados materialmente equivalentes son o ambos verdaderos, o ambos falsos, podemos ver fácilmente que tienen (materialmente) que implicarse el uno al otro, puesto que un antecedente falso (materialmente) implica cualquier enunciado, y un consecuente verdadero es (materialmente) implicado por cualquier enunciado. Es posible, por lo tanto, leer el signo de tres barras, $\equiv$, como "si y sólo si".

Ahora bien, los enunciados que son materialmente equivalentes seguramente no pueden sustituirse uno al otro. Sabiendo que son equivalentes materialmente, sólo sabemos que sus valores de verdad son los mismos. Los enunciados: "Júpiter es más grande que la Tierra" y "Tokio es la capital de Japón", son equivalentes materialmente porque ambos son verdaderos, pero obviamente no se pueden reemplazar uno con otro. De igual manera, los enunciados: "Todas las arañas son venenosas" y "Ninguna araña es venenosa", son equivalentes materialmente simplemente porque ambos son falsos y desde luego, ¡no pueden reemplazarse el uno al otro!

Pero existen muchas circunstancias en las que se tiene que expresar la relación que permite el reemplazo mutuo. Dos enunciados pueden ser equivalentes en un sentido mucho más fuerte que el de la equivalencia material; pueden ser equivalentes en *significado* al igual que tener el mismo valor de verdad. Si tienen el mismo significado, cualquier proposición que incorpore uno de estos enunciados podría de igual manera incorporar al otro; no existirá (no puede existir) ningún caso en el que uno de esos enunciados sea verdadero mientras que el otro sea falso. Los enunciados equivalentes en este sentido fuerte se llaman **lógicamente equivalentes**.

Por supuesto, cualesquiera dos enunciados que sean equivalentes lógicamente también serán equivalentes materialmente porque obviamente tendrían que tener el mismo valor de verdad. De hecho, si dos enunciados son equivalentes lógicamente, son equivalentes materialmente bajo *toda* circunstancia y esto explica la corta pero poderosa definición de equivalencia lógica: **dos enunciados son lógicamente equivalentes cuando el enunciado de su equivalencia material es una tautología**. Esto es, el enunciado de que tienen el mismo valor de verdad es en sí mismo necesariamente verdadero. Y esto explica por qué para expresar esta fuerte relación lógica se utiliza el símbolo de tres barras con una **T** pequeña encima de ella, $\overset{T}{\equiv}$, indicando que la relación lógica es de tal naturaleza que la equivalencia material de los dos enunciados es una tautología. Y debido a que la equivalencia material es un "bicondicional" (los dos enunciados se implican el uno al otro) se puede en-

Equivalencia lógica
Dos enunciados en los que el enunciado de su equivalencia material es una tautología; son equivalentes en significado y pueden reemplazarse uno al otro.

tender que este símbolo de equivalencia lógica, $\stackrel{T}{\equiv}$, expresa un condicional tautológico.

Algunas equivalencias lógicas simples que se utilizan con mucha frecuencia establecerán esta relación, y su gran eficacia, de manera muy clara. Es un lugar común que p y $\sim\sim p$ significa lo mismo: "Él es consciente de esa dificultad" y "Él no es inconsciente de esta dificultad" son dos enunciados con el mismo contenido. En esencia, cualquiera de estas expresiones puede ser reemplazada por la otra porque ambas dicen lo mismo. Este principio de **doble negación,** cuya verdad es obvia para todos, puede mostrarse en una tabla de verdad, donde se muestra que la equivalencia material de dos formas enunciativas es tautológica, de este modo:

p	$\sim p$	$\sim\sim p$	$p \stackrel{T}{\equiv} \sim\sim p$
V	F	V	V
F	V	F	V

Esta tabla de verdad prueba que p y $\sim\sim p$ son *lógicamente equivalentes.* Esta equivalencia lógica de tanta utilidad, la doble negación, se simboliza de este modo:

$$p \stackrel{T}{\equiv} \sim\sim p$$

La diferencia entre *equivalencia material* por un lado y *equivalencia lógica* por el otro es muy grande e importante. La primera es una conectiva veritativo-funcional, $\equiv$, que puede ser verdadera o falsa dependiendo únicamente de la verdad o falsedad de los elementos que conecta. Pero la segunda, la equivalencia lógica, $\stackrel{T}{\equiv}$, no es una simple conectiva y expresa una relación entre dos enunciados que no es veritativa-funcional. Dos enunciados son lógicamente equivalentes sólo cuando les es absolutamente imposible tener diferentes valores de verdad, pero si *siempre* tienen el mismo valor de verdad, los enunciados lógicamente equivalentes tienen que tener el mismo significado y en ese caso pueden sustituirse el uno al otro en cualquier contexto veritativo-funcional sin cambiar el valor de verdad de ese contexto. En contraste, dos enunciados son materialmente equivalentes si simplemente *ocurre* que tienen el mismo valor de verdad, incluso si no existen conexiones reales entre ellos. Los enunciados que sólo son equivalentes materialmente, ¡desde luego que no pueden sustituirse el uno al otro!

Doble negación
Expresión de equivalencia lógica entre un símbolo y la negación de la negación de ese símbolo.

Existen dos equivalencias lógicas bien conocidas (esto es, bicondicionales lógicamente verdaderos) de gran importancia porque expresan las interrelaciones entre conjunción y disyunción, y sus negaciones. Enseguida se examinan estas dos equivalencias lógicas con más detalle.

Primero, ¿qué servirá para negar que una disyunción es verdadera? Cualquier disyunción $p \vee q$ no afirma más que al menos uno de sus dos disyuntos es verdadero. Uno no puede contradecirlo afirmando que al menos uno es falso; (para negarlo) se tiene que afirmar que ambos disyuntos son falsos. Por lo tanto, afirmar la *negación de la disyunción* $(p \vee q)$ es lógicamente equivalente a afirmar la *conjunción de las negaciones de p y de q*. Para mostrar esto en una tabla de verdad, tenemos que formular el bicondicional, $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \cdot \sim q)$, colocarlo en la parte superior de su propia columna y examinar su valor de verdad bajo todas las circunstancias, esto es, en cada renglón.

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \cdot \sim q$	$\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \cdot \sim q)$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Por supuesto observamos que, cualquiera que sea el valor de verdad de p y de q, este bicondicional siempre tiene que ser verdadero. Es una tautología. Debido a que la equivalencia material *es* una tautología, concluimos que los dos enunciados son lógicamente equivalentes. Hemos demostrado que:

$$\sim(p \vee q) \stackrel{T}{\equiv} (\sim p \cdot \sim q)$$

De igual manera, puesto que afirmar la conjunción de p y de q es afirmar que ambos son verdaderos, para contradecir esta afirmación sólo se necesita afirmar que al menos uno es falso. De este modo, afirmar la negación de la conjunción, $(p \cdot q)$, es lógicamente equivalente a afirmar la disyunción de las negaciones de p y de q. Con símbolos, en una tabla de verdad, es posible mostrar que el bicondicional: $\sim(p \cdot q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$ es una tautología. Esta tabla demuestra que:

Teorema de De Morgan
Dos equivalencias lógicas útiles: (1) la negación de la disyunción de dos enunciados es lógicamente equivalente a la conjunción de las negaciones de los dos disyuntos; y (2) la negación de la conjunción de dos enunciados es lógicamente equivalente a la disyunción de la negación de los dos conyuntos.

$$\sim(p \cdot q) \stackrel{T}{\equiv} (\sim p \vee \sim q)$$

Estos dos bicondicionales tautológicos, o equivalencias lógicas, se conocen como el teorema de De Morgan porque fueron enunciados formalmente por el matemático y lógico Augustus De Morgan (1806-1871). El **teorema de De Morgan** puede formularse en español de este modo:

a. La negación de la disyunción de dos enunciados es lógicamente equivalente a la conjunción de las negaciones de los dos enunciados;

y

b. La negación de la conjunción de dos enunciados es lógicamente equivalente a la disyunción de las negaciones de los dos enunciados.

Estos teoremas de De Morgan son muy útiles.

Otra equivalencia lógica importante es muy útil cuando se busca manipular las conectivas veritativo-funcionales. La implicación material, $\supset$, se definió anteriormente en este capítulo (sección 8.3) como una forma abreviada de decir que $\sim(p \bullet \sim q)$. Esto es, "p materialmente implica q" sencillamente significa, por definición, que no es el caso que p es verdad mientras q es falsa. En esta definición se observa que el *definiens*, $\sim(p \bullet \sim q)$, es la negación de la conjunción. Y por el teorema de De Morgan sabemos que cualquier negación de ese tipo es lógicamente equivalente a la disyunción de las negaciones de los conyuntos; esto es, sabemos que $\sim(p \bullet \sim q)$ es lógicamente equivalente a $(\sim p \vee \sim\sim q)$; y esta expresión, a su vez, aplicando el principio de la doble negación, es lógicamente equivalente a $\sim p \vee q$. Expresiones lógicamente equivalentes significan lo mismo y, por lo tanto, el *definiens* original de la herradura: $\sim(p \bullet \sim q)$, puede reemplazarse sin ningún cambio de significado por la expresión más simple: $\sim p \vee q$. Esto nos ofrece una *definición muy útil de la implicación material*: $\boldsymbol{p \supset q}$ **es lógicamente equivalente a** $\boldsymbol{\sim p \vee q}$. Con símbolos se escribe de este modo:

$$(p \supset q) \overset{T}{\equiv} (\sim p \vee q)$$

Esta definición de implicación material se aplica ampliamente en la formulación de enunciados lógicos y del análisis de argumentos. A menudo la manipulación es esencial y es más eficiente cuando los enunciados con los que se trabaja tienen la misma conectiva fundamental. Con la definición simple de la herradura que se acaba de establecer, $(p \supset q) \overset{T}{\equiv} (\sim p \vee q)$, los enunciados en los que la herradura es la conectiva pueden reemplazarse convenientemente por enunciados en los que la cuña es la conectiva; y asimismo, los enunciados en forma disyuntiva pueden reemplazarse fácilmente por enunciados en forma implicativa. Cuando buscamos presentar una prueba formal de la validez de los argumentos deductivos, los reemplazos de este tipo resultan, en efecto, ser muy útiles.

Antes de continuar con los métodos para poner a prueba la validez e invalidez en la siguiente sección, vale la pena detenerse para una consideración más minuciosa del significado de la implicación material. La implicación es fundamental en la discusión pero, como se señaló anteriormente, la palabra "implicar" es muy ambigua. La implicación *material*, a la que nos referimos en este análisis, es sólo un sentido de esa palabra, aunque es un sentido muy importante, por supuesto. La definición de implicación material que se acaba de explicar deja claro que *cuando decimos, en este sentido importante, que "p implica q", estamos diciendo no más que: "o q es verdadera o p es falsa".*

Afirmar la relación "si... entonces" en este sentido tiene consecuencias que pueden *parecer* paradójicas. Porque en este sentido podemos decir, *correctamente*: "Si un enunciado es verdadero, entonces está implicado por cualquier otro enunciado cualquiera". Dado que es verdad que la Tierra es redonda, se sigue que: "La Luna está hecha de queso verde implica que la Tierra es redonda". Esto parece ser muy curioso, especialmente dado que también se sigue que: "La Luna no está hecha de queso verde implica que la Tierra es redonda". Nuestra comprensión precisa de implicación material también nos autoriza a decir, *correctamente*: "Si un enunciado es falso, entonces implica a cualquiera otro enunciado". Puesto que es falso que la Luna esté hecha de queso verde, se sigue que: "La Luna está hecha de queso verde implica que la Tierra es redonda", y esto es más curioso cuando uno se da cuenta de que también se sigue que: "La Luna está hecha de queso verde implica que la Tierra *no* es redonda".

¿Por qué estos enunciados verdaderos parecen tan curiosos? Es porque reconocemos que la forma de la Tierra y el que la Luna sea de queso son completamente irrelevantes entre sí. Tal como solemos utilizar la palabra "implicar", un enunciado no puede implicar a otro enunciado, falso o verdadero, para el que es completamente irrelevante. Ése es el caso cuando "implica" se utiliza en la mayoría de sus sentidos cotidianos. Aun así, los enunciados "paradójicos" del párrafo anterior son, en efecto, verdaderos y en realidad no son problemáticos del todo porque utilizan la palabra "implicar" en el sentido lógico de "implicación material". Según el significado preciso de implicación material que hemos dejado muy claro, entendemos que decir que p implica materialmente a q es sólo decir que o bien p es falsa o bien q es verdadera.

Lo que se tiene que tener presente es lo siguiente: el *significado*, el contenido, es estrictamente irrelevante para la implicación material. La *implicación material es una función de verdad*. Únicamente la verdad y falsedad del antecedente y del consecuente, no su contenido, son relevantes en este caso. No hay nada paradójico en decir que cualquier disyunción que contiene un disyunto verdadero es verdadera. Bien, cuando se dice que "La Luna está hecha de queso verde implica (materialmente) que la Tierra es redonda", sabemos que es lógicamente equivalente a decir: "O la Luna no está hecha de queso verde o la Tierra es redonda" —una disyunción que es muy probablemente verdadera—. Y cualquier disyunción que podamos confrontar en la que "La Luna no está hecha de queso verde" sea el primer disyunto, será muy probablemente verdadera, sin importar lo que afirme el segundo disyunto. Así que, por supuesto, "La Luna está hecha de queso verde implica (materialmente) que la Tierra es cuadrada" porque es lógicamente equivalente a "La Luna no está hecha de queso verde o la Tierra es cuadrada". Un enunciado falso implica materialmente cualquier enunciado. Un enunciado verdadero es materialmente implicado por cualquier enunciado.

Toda ocurrencia de "si... entonces" tendrá que tratarse, se ha dicho, como una implicación material y representarse con la herradura, $\supset$. La justificación de esta práctica, su conveniencia lógica, es el hecho de que hacerlo preserva la validez de todos los argumentos válidos del tipo de los que nos interesa tratar en esta parte de nuestro estudio de la Lógica. Otras simbolizaciones se han propuesto adecuadas a otros tipos de implicación, pero pertenecen a partes más avanzadas de lógica, más allá del alcance de este libro.

8.10 Las tres "leyes del pensamiento"

Algunos pensadores del pasado, después de haber definido la lógica como "la ciencia de las leyes del pensamiento", llegaron a afirmar que existen exactamente tres leyes básicas del pensamiento, leyes tan fundamentales que la obediencia de ellas es condición necesaria y suficiente para el pensamiento correcto. Estas tres leyes tradicionalmente se han llamado:

- El **principio de identidad**. Este principio establece que *si algún enunciado es verdadero, entonces es verdadero.* Utilizando la notación es posible parafrasearlo diciendo que el principio de identidad afirma que todo enunciado de la forma $p \supset p$ tiene que ser verdadero, que todo enunciado de ese tipo es una tautología.

- El **principio de no contradicción**. Este principio establece que *ningún enunciado puede ser verdadero y falso.* Utilizando la notación es posible parafrasearlo diciendo que el principio de no contradicción afirma que todo enunciado de la forma $p \cdot \sim p$ tiene que ser falso, que todo enunciado de ese tipo es autocontradictorio.

- El **principio del tercero excluido**. Este principio establece que *todo enunciado es verdadero o falso.* Utilizando la notación es posible parafrasearlo diciendo que el principio del tercero excluido afirma que todo enunciado de la forma $p \vee \sim p$ tiene que ser verdadero, que todo enunciado de ese tipo es una tautología.

Es obvio que estos tres principios son en efecto verdaderos, lógicamente verdaderos, pero la afirmación de que merecen un estatus privilegiado como las leyes más fundamentales del pensamiento, es dudosa. La primera (identidad) y la tercera (tercero excluido) son tautologías, pero existen muchas otras formas tautológicas cuya verdad es igualmente cierta. Y el segundo (no contradicción) de ningún modo es la única forma de enunciado autocontradictoria.

Estos principios se utilizan para completar las tablas de verdad. En las columnas iniciales de cada renglón de la tabla se coloca una **V** o una **F**, guiados por el principio del tercero excluido. En ningún renglón se coloca una **V** y una **F** juntas, esto guiándonos por el principio de no contradicción. Y una vez que se ha colocado una **V** bajo un símbolo de cierto renglón, entonces (guiándonos por el principio de identidad) cuando encontramos ese símbolo en otras columnas de ese renglón se considera que aún se le asigna una **V**. Así que podemos considerar a las tres leyes del pensamiento como principios que regulan la construcción de tablas de verdad.

Principio de identidad
Si algún enunciado es verdadero, es verdadero.

Principio de no contradicción
Ningún enunciado puede ser verdadero y falso a la vez.

Principio del tercero excluido
Todo enunciado es o verdadero o falso.

Sin embargo, considerando al sistema entero de lógica deductiva, estos tres principios no son más importantes o fructíferos que muchos otros. De hecho, existen tautologías que son más fructíferas que estos tres para los propósitos de la deducción. Un tratamiento más amplio de este punto se encuentra más allá del alcance de este libro.[7]

Algunos pensadores que creen haber desarrollado una lógica nueva y diferente, han afirmado que estos tres principios de hecho no son verdaderos y que su obediencia ha sido una limitante innecesaria. Pero estas críticas se han basado en malentendidos.

El principio de identidad ha sido atacado con base en que las cosas cambian y que siempre están en cambio. De este modo, por ejemplo, enunciados acerca de Estados Unidos que fueron verdad cuando constaba de los trece estados originales, ya no son verdad de los Estados Unidos de la actualidad con 50 estados. Pero esto no socava el principio de identidad. La oración: "Sólo existen trece estados en Estados Unidos", está incompleta, es una formulación elíptica del enunciado: "Sólo había trece estados en Estados Unidos *en* 1790", y este enunciado es tan verdadero hoy como lo fue en 1790. Cuando centramos la atención en formulaciones de proposiciones completas, no elípticas, podemos observar que su verdad (o falsedad) no cambia a lo largo del tiempo. El principio de identidad es verdadero y no interfiere con que reconozcamos el cambio continuo.

El principio de no contradicción ha sido atacado por los hegelianos y marxistas con base en que la contradicción genuina es omnipresente, que el mundo está repleto con el inevitable conflicto de fuerzas contradictorias. Que existen fuerzas en conflicto en el mundo real es verdad, por supuesto, pero llamar a estas fuerzas "contradictorias" es un uso impreciso y equívoco de este término. Los sindicatos de trabajadores y los propietarios de las industrias pueden en efecto hallarse en conflicto, pero ni los propietarios ni los sindicatos son la "negación" o la "contradicción" del otro. El principio de no contradicción, entendido en el sentido directo en que pretenden los lógicos, es inobjetable y perfectamente verdadero.

El principio del tercero excluido ha sido objeto de muchas críticas con base en que conduce a una "tendencia bivalente", que implica que las cosas en el mundo tienen que ser "blancas o negras" y que por eso obstaculiza la conciliación de acuerdos mutuos y de gradaciones menos que absolutas. Esta objeción también surge de un malentendido. Por supuesto que el enunciado "Esto es negro" no puede ser verdadero conjuntamente con el enunciado "Esto es blanco", donde "esto" se refiere exactamente a la misma cosa. Pero aunque estos dos enunciados no pueden ser ambos verdaderos, ambos pueden ser falsos. "Esto" puede no ser ni negro ni blanco; estos dos enunciados son *contrarios*, no contradictorios. El contradictorio del enunciado "Esto es blanco" es el enunciado: "No es el caso que esto es blanco" y (si "blanco" se utiliza precisamente en el mismo sentido en estos dos enunciados) uno de ellos tiene que ser verdadero y el otro falso. Este principio del tercero excluido es ineludible.

Las tres "leyes de pensamiento" son inobjetables, mientras se apliquen a enunciados que contengan términos inequívocos, no elípticos y precisos. Tal vez no merezcan el estatus honorífico que les asignaron algunos filósofos*, pero indudablemente son verdaderas.

RESUMEN

En este capítulo hemos expuesto los conceptos fundamentales de la lógica simbólica moderna.

En la sección 8.1 explicamos el enfoque general de la lógica simbólica moderna y su necesidad de un lenguaje simbólico artificial.

En la sección 8.2 introdujimos y definimos los símbolos para la **negación** (la tilde: ~); y para las conectivas veritativo-funcionales de la **conjunción** (el punto: •) y la **disyunción** (la cuña: ∨). También explicamos la puntuación lógica.

En la sección 8.3 analizamos los diferentes sentidos de implicación y definimos la conectiva veritativo-funcional **implicación material** (la herradura: ⊃).

En la sección 8.4 explicamos la estructura formal de los argumentos, definimos las **formas argumentales**, y también explicamos otros conceptos esenciales para analizar los argumentos deductivos.

En la sección 8.5 ofrecimos una explicación precisa de las **formas válidas** e **inválidas** de los argumentos.

En la sección 8.6 explicamos el **método de la tabla de verdad** para someter a prueba la validez de las formas argumentales.

En la sección 8.7 identificamos y describimos unas cuantas **formas argumentales comunes**, algunas válidas y otras inválidas.

En la sección 8.8 explicamos la **estructura formal de los enunciados** y definimos términos esenciales para tratar con las formas enunciativas. Introdujimos las formas de enunciado **tautológicas**, **contradictorias** y **contingentes**, y definimos una cuarta conectiva veritativo-funcional, la **equivalencia material** (tres barras: ≡).

---

*Platón apeló explícitamente al principio de no contradicción en el libro IV de su *República* (en los nos. 436 y 439); Aristóteles analizó los tres principios en los libros IV y XI de su *Metafísica*. Acerca del principio de no contradicción, Aristóteles escribió: "Que el mismo atributo no puede al mismo tiempo pertenecer y no pertenecer al mismo sujeto y en el mismo sentido" es un principio "que ha de poseer quien conozca cualquiera de las cosas que son", y aquel "que necesariamente ya tiene que poseer cuando viene a conocerla". Es, concluye, "el más firme de todos los principios".

En la sección 8.9 introdujimos y definimos una nueva relación poderosa, la **equivalencia lógica**, utilizando el símbolo $\stackrel{T}{\equiv}$. Explicamos por qué los enunciados que son lógicamente equivalentes pueden sustituirse el uno al otro, mientras que los enunciados que sólo son materialmente equivalentes no pueden reemplazarse entre sí. Introdujimos varias equivalencias lógicas de gran importancia: el **teorema de De Morgan**, el principio de **doble negación** y la **definición de implicación material**.

En la sección 8.10 analizamos ciertas equivalencias lógicas que muchos consideran fundamentales en todo el razonamiento: el **principio de identidad**, **el principio de no contradicción** y el **principio del tercero excluido**.

Notas del capítulo 8

[1] David H. Sanford ha propuesto definiciones un poco más complicadas en su texto "What Is a Truth Functional Component?" *Logique et Analyse* 14 (1970), 483-486.

[2] Citado en *The New Yorker*, el 30 de abril de 2001.

[3] "The Firm" *The New Yorker*, 8 de marzo de 1999.

[4] Peter J. Bertocci, "Chávez' Plight Must Come from Arrogance", *The New York Times*, 19 de enero de 2001.

[5] Rabino Ammiel Hirsch, "Grand Canyon", *The New York Times*, 10 de octubre de 2005.

[6] Orlando Patterson, "The Speech Misheard Round the World", *The New York Times*, 22 de enero de 2005. La redacción del silogismo de Patterson es ligeramente diferente pero tiene exactamente la misma fuerza lógica.

[7] Para una discusión más profunda de este tema, el lector interesado puede consultar I.M. Copi y J.A. Gould, eds., *Readings on Logic,* segunda edición, Nueva York, Macmillan, 1972, parte 2; e I.M. Copi y J.A. Gould, editores, *Contemporary Philosophical Logic*, Nueva York, St. Martin´s Press, 1978, parte 8.