ECONOMÍA

Decimoprimera edición

MICHAEL PARKIN

University of Western Ontario

TRADUCCIÓN

Luis Óscar Madrigal Muñiz

César Germán Romero Solís

Traductores profesionales, especialistas en temas de Administración y Economía

REVISIÓN TÉCNICA

Edwin Abán Candia

Departamento de Economía

Escuela de Negocios, Ciencias Sociales y Humanidades

Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey. México

PEARSON

APÉNDICE

Las gráficas en economía

Después de estudiar este apéndice, usted será capaz de:

- Trazar e interpretar un diagrama de dispersión.
- Identificar relaciones lineales y no lineales con un máximo y un mínimo.
- Definir y calcular la pendiente de una línea.
- Graficar relaciones entre más de dos variables.

Representación gráfica de datos

Una gráfica representa una cantidad a manera de una distancia en una línea. En la figura A1.1 la distancia en la línea horizontal representa la temperatura, medida en grados Fahrenheit. Un movimiento de izquierda a derecha muestra un aumento de la temperatura. El punto 0 corresponde a cero grados Fahrenheit. A la derecha del punto 0 la temperatura es positiva; a la izquierda de 0 es negativa (como indica el signo menos). Una distancia sobre la línea vertical representa la altura, medida en miles de pies. El punto 0 representa el nivel del mar. Los puntos por arriba de 0 indican la altura sobre el nivel del mar, y los que están por debajo de 0 la altura debajo del nivel del mar (señalada, una vez más, por el signo menos).

En la figura A1.1 las dos líneas graduadas son perpendiculares una respecto de la otra, y se llaman *ejes*. La línea vertical es el eje de las *y* o eje *y*, y la línea horizontal es el eje de las *x* o, simplemente, eje *x*. Cada uno de estos ejes tiene un punto cero, compartido por ambos y denominado el *origen*.

Para trazar una gráfica de dos variables necesitamos dos piezas de información: el valor de la variable *x* y el valor de la variable *y*. Por ejemplo, frente a las costas de Alaska la temperatura es de 32 grados; éste es el valor de *x*. Un bote pesquero se localiza a 0 pies a nivel del mar; éste es el valor de *y*. Estos dos trozos de información están representados por el punto *A* de la figura 1.1. Un alpinista está en el pico del monte McKinley, a 20 320 pies sobre el nivel del mar, en medio de un vendaval que mantiene el clima a cero grados. Estas dos piezas de información aparecen como el punto *B*. En un día más cálido, la temperatura en la cumbre del monte McKinley podría ser de 32 grados, en el punto *C*.

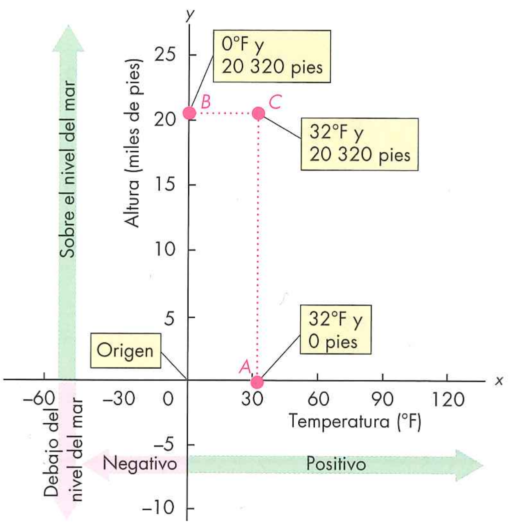
Podemos trazar dos líneas, llamadas *coordenadas*, desde el punto *C*. Una, la coordenada *x*, va del punto *C* al eje vertical. Esta línea será "la coordenada *x*", porque su longitud corresponde al valor marcado sobre el eje *x*. La otra línea, la coordenada *y*, va del punto *C* al eje horizontal y recibe el nombre de "coordenada *y*" porque su longitud corresponde al valor marcado sobre el eje *y*.

Para describir un punto de una gráfica usamos los valores de su coordenada *x* y de su coordenada *y*. Por ejemplo, en el punto *C*, *x* es 32 grados y *y* es 20 320 pies.

Una gráfica como la de la figura A1.1 puede trazarse empleando cualesquier datos cuantitativos relativos a dos variables. La gráfica puede mostrar tan sólo algunos puntos, como en la figura A1.1, o muchos de ellos. Antes de ver gráficas con muchos puntos, refuerce lo que ha aprendido revisando dos gráficas elaboradas a partir de datos económicos.

Los economistas miden variables que describen *qué, cómo* y *para quién* se producen bienes y servicios. Estas variables son cantidades producidas y precios. La figura A1.2 muestra dos ejemplos de gráficas económicas. La figura A1.2(a) es una

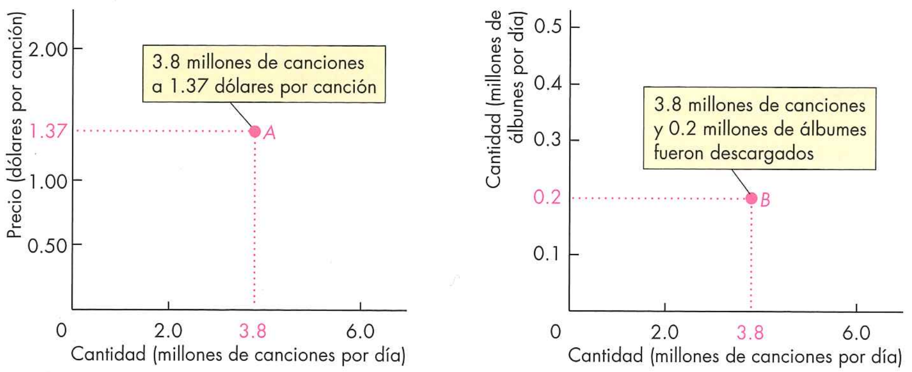
FIGURA A1.1 Elaboración de una gráfica



Las gráficas tienen ejes que miden cantidades y distancias. En este caso, el eje horizontal (eje *x*) mide la temperatura, y el eje vertical (eje *y*) la altura. El punto *A* representa un bote pesquero ubicado en el nivel del mar (0 en el eje *y*) en un día con temperatura de 32°F. El punto *B* representa un alpinista en la cumbre del monte McKinley, a 20 320 pies sobre el nivel del mar y con una temperatura de 0°F. El punto *C* representa otro alpinista en la cima del monte McKinley, a 20 320 pies sobre el nivel del mar y con una temperatura de 32°F.

Animación MyEconLab

FIGURA A1.2 Dos gráficas de datos económicos



(a) Descargas de sencillos: cantidad y precio **(b) Descargas: sencillos y álbumes**

La gráfica de la parte (a) nos indica que en 2010 se descargaron 3.8 millones de canciones al día, a un precio promedio de 1.37 dólares por canción.

La gráfica de la parte (b) nos dice que en 2010 se descargaron 3.8 millones de canciones y 0.2 millones de álbumes por día.

Animación MyEconLab

gráfica de las descargas de música realizadas en 2010. El eje x mide la cantidad de canciones descargadas por día, y el eje y mide el precio de una canción. El punto A nos dice cuáles fueron la cantidad y el precio. La "lectura" de esta gráfica nos indica que en 2010 se descargaron 3.8 millones de canciones por día, con un precio promedio de 1.37 dólares por canción.

La figura A1.2(b) es una gráfica de las descargas de canciones y álbumes en 2010. El eje x mide la cantidad de canciones descargadas por día, y el eje y la cantidad de álbumes descargados diariamente. El punto B nos indica cuáles fueron esas cantidades. La "lectura" de la gráfica señala que en 2010 se descargaron 3.8 millones de canciones y 0.2 millones de álbumes por día.

Los tres ejemplos que acabamos de revisar nos dicen cómo elaborar gráficas y de qué manera interpretar los puntos de datos que están en ellas, pero no mejoran en nada la presentación de la información. Las gráficas se vuelven más interesantes y reveladoras cuando contienen cierto número de puntos de datos, porque entonces se puede visualizar la información.

Los economistas crean gráficas con base en los principios señalados en las figuras A1.1 y A1.2, con el propósito de revelar, describir y visualizar las relaciones entre variables. Enseguida analizaremos algunos ejemplos. Estas gráficas se llaman diagramas de dispersión.

Diagramas de dispersión

Un **diagrama de dispersión** es una gráfica que traza el valor de una variable en contraste con el valor de otra variable para un número de diferentes valores de cada variable. Este tipo de gráficas revela si existe una relación entre dos variables, y describe esa relación.

La tabla de la figura A1.3 muestra algunos datos relativos a dos variables: el número de entradas vendidas en taquilla y la cantidad de DVD vendidos por nueve de las películas más populares de 2011.

¿Cuál es la relación entre estas dos variables? ¿Acaso el éxito en taquilla genera un mayor volumen de ventas de DVD? ¿O quizás un éxito taquillero provoca que se vendan menos DVD?

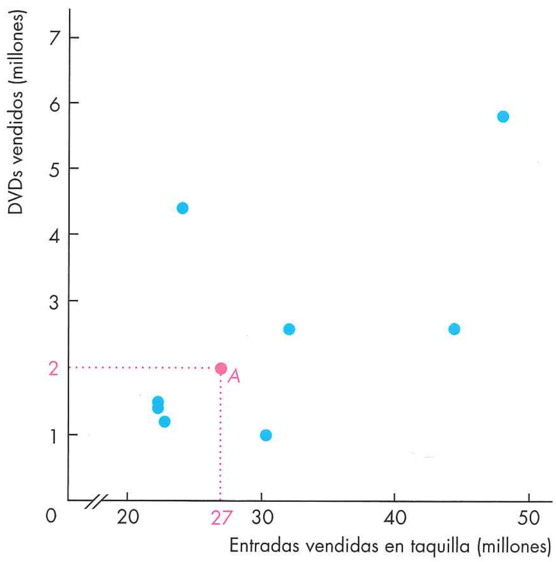
Podemos responder estas preguntas con un diagrama de dispersión. Para ello graficamos los datos de la tabla. En la gráfica de la figura A1.3, cada punto muestra el número de entradas vendidas en taquilla (la variable x) y la cantidad de DVD comercializados (la variable y) de una de las películas. Hay nueve cintas, así que la gráfica incluye nueve puntos "dispersos".

El punto etiquetado con A nos indica que *Rápidos y furiosos: Sin control* vendió 27 millones de entradas en taquilla y 2 millones de DVD. Los puntos de la gráfica forman un patrón que revela el hecho de que las grandes ventas en taquilla están asociadas con el buen desplazamiento de los DVD. Sin embargo, los puntos nos dicen también que esta asociación es débil. Es imposible predecir con certidumbre la venta de DVD si sólo conocemos el número de entradas vendidas en taquilla.

La figura A1.4 incluye dos diagramas de dispersión de variables económicas. La parte (a) muestra la relación entre el ingreso y el gasto, en promedio, durante un periodo de diez años. Cada punto representa el ingreso y el gasto en un año específico. Por ejemplo, el punto A indica que en 2006 el ingreso fue de 33 000 dólares y el gasto ascendió a 31 000 dólares. Esta gráfica nos dice que a medida que el ingreso aumenta también lo hace el gasto, y que la relación entre ambas variables es muy estrecha.

FIGURA A1.3 Diagrama de dispersión

Película	Entradas (millones)	DVDs (millones)
Harry Potter y las reliquias de la muerte: Parte II	48	5.8
Transformers: El lado oscuro de la Luna	44	2.6
¿Qué pasó ayer? Parte II	32	2.6
Piratas del Caribe: En aguas misteriosas	30	1.0
Rápidos y furiosos: Sin control	27	2.0
Cars 2	24	4.4
Thor	23	1.2
El planeta de los simios: (R)Evolución	22	1.5
Capitán América: El primer vengador	22	1.4



La tabla presenta el número de entradas vendidas en taquilla y la cantidad de DVDs comercializados de nueve películas populares.

El diagrama de dispersión revela la relación entre esas dos variables. Cada punto muestra los valores de ambas variables para una película específica. Por ejemplo, el punto *A* corresponde a *Rápidos y furiosos: Sin control*, que vendió 27 millones de entradas en taquilla y 2 millones de DVDs.

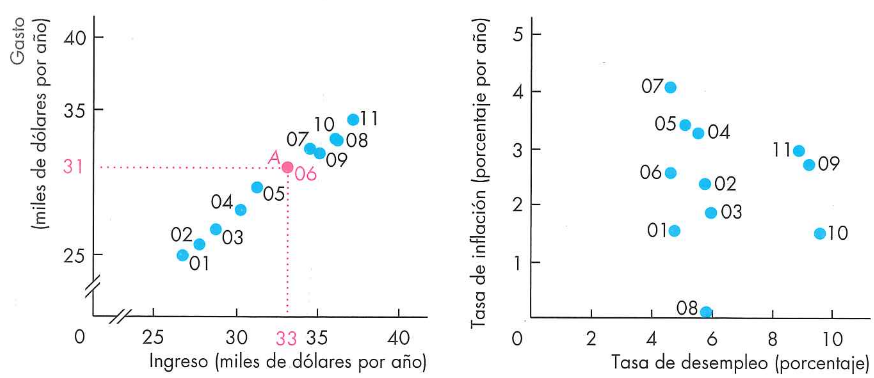
El patrón formado por los puntos hace patente que existe una tendencia a que las buenas ventas en taquilla deriven en grandes ventas de DVDs. Sin embargo, conocer las ventas en taquilla de una cinta no permite predecir cuántos DVDs se venderán.

Animación MyEconLab

La figura A1.4(b) presenta un diagrama de dispersión de la inflación y el desempleo en Estados Unidos entre 2001 y 2011. Aquí los puntos no muestran relación alguna entre ambas variables, pero sí nos permiten ver que en 2010 hubo una alta tasa de desempleo y una baja tasa de inflación.

Como puede darse cuenta, los diagramas de dispersión aportan mucha información, y lo hacen en bastante menos espacio del que hemos utilizado para describir tan sólo algunas de sus características. Por supuesto, es preciso que usted "lea" la gráfica para obtener toda esta información.

FIGURA A1.4 Dos diagramas de dispersión sobre la economía



(a) Ingreso y gasto

(b) Desempleo e inflación

El diagrama de dispersión de la parte (a) muestra la relación entre el ingreso y el gasto de 2001 a 2011. El punto *A* indica que en 2006 el ingreso fue de 33 000 dólares (en el eje *X*) y el gasto ascendió a 31 000 dólares (en el eje *Y*). Esta gráfica nos dice que, a medida que el ingreso aumenta, también lo hace el gasto; además, podemos ver que la relación entre las variables es estrecha.

El diagrama de dispersión de la parte (b) muestra una débil relación entre el desempleo y la inflación en Estados Unidos, durante la mayor parte de los años.

Animación MyEconLab

Discontinuidad en los ejes La gráfica de la figura A1.4(a) tiene ejes discontinuos, según dejan ver los pequeños espacios abiertos. Estas discontinuidades indican saltos entre el origen, 0, y los primeros valores registrados.

Las discontinuidades se usan porque los valores más bajos del ingreso y el gasto son superiores a 25 000 dólares. Si graficáramos los datos sin incluir discontinuidades en los ejes, habría mucho espacio vacío, todos los puntos estarían amontonados en la esquina superior derecha, y sería difícil ver si hay una relación entre estas dos variables. Al usar ejes discontinuos podemos hacer que la relación se vea.

Incluir una discontinuidad en uno de los ejes o en ambos, es como emplear una lente de aumento para poner la relación en el centro de la gráfica y amplificarla, de manera que llene el mayor espacio posible.

Gráficas engañosas Como acabamos de ver, las discontinuidades pueden usarse para resaltar una relación, pero también para desvirtuar la información, es decir, para hacer que la gráfica mienta. La forma más común de hacerlo consiste en colocar una discontinuidad en el eje y alargar o comprimir la escala. Por ejemplo, suponga que en la figura A1.4(a) el eje *Y*, que mide el gasto, va de cero a 35 000 dólares, mientras que el eje *x* es el mismo que hemos mostrado. La gráfica daría ahora la impresión de que, a pesar de un enorme aumento del ingreso, el gasto apenas sufre modificación alguna.

Para evitar este tipo de engaños, es recomendable desarrollar el hábito de observar cuidadosamente los valores y las etiquetas de los ejes de la gráfica antes de empezar a interpretarla.

Correlación y causalidad Un diagrama de dispersión que muestra una clara relación entre dos variables, como el de la figura A1.4(a), nos dice que las dos variables tienen una alta correlación. Cuando esto ocurre podemos predecir el valor de una variable a partir del valor de la otra. Sin embargo, la correlación no implica causalidad.

Algunas veces las altas correlaciones son una coincidencia, pero otras son resultado de una relación causal. Por ejemplo, es probable que un ingreso creciente provoque el aumento del gasto (figura A1.4a), y que una tasa elevada de desempleo sea consecuencia de una economía aletargada en la que los precios no suben con rapidez, razón por la cual la tasa de inflación es lenta (figura A1.4b).

Hemos visto ya que en economía se pueden emplear las gráficas para mostrar datos económicos y para revelar relaciones. A continuación aprenderemos cómo las usan los economistas para construir y desplegar modelos económicos.

Uso de gráficas en modelos económicos

Las gráficas usadas en economía no siempre responden al propósito de mostrar datos del mundo real. Con frecuencia se emplean también para mostrar relaciones generales entre las variables de un modelo económico.

Un *modelo económico* es una descripción simplificada y reducida de una economía o de uno de sus componentes, como una empresa o una familia. Consisten en declaraciones respecto del comportamiento económico, que se pueden expresar como ecuaciones o como las curvas de una gráfica. Los economistas emplean modelos para explorar los efectos de diferentes políticas u otras influencias sobre la economía, de manera similar a como se utilizan modelos de aviones en túneles de viento y modelos climáticos.

En los modelos económicos encontrará muchos tipos distintos de gráficas, pero algunos patrones son más repetitivos. Una vez que haya aprendido a reconocer esos patrones comprenderá al instante el significado de una gráfica. Aquí nos concentraremos en las diferentes clases de curvas que se utilizan en los modelos económicos, y revisaremos algunos ejemplos cotidianos de cada tipo de curva. Los patrones que debemos buscar en las gráficas corresponden a los cuatro casos en los que

- Las variables se mueven en la misma dirección.
- Las variables se mueven en direcciones opuestas.
- Las variables tienen un máximo y un mínimo.
- Las variables no están relacionadas.

Analicemos estos cuatro casos.

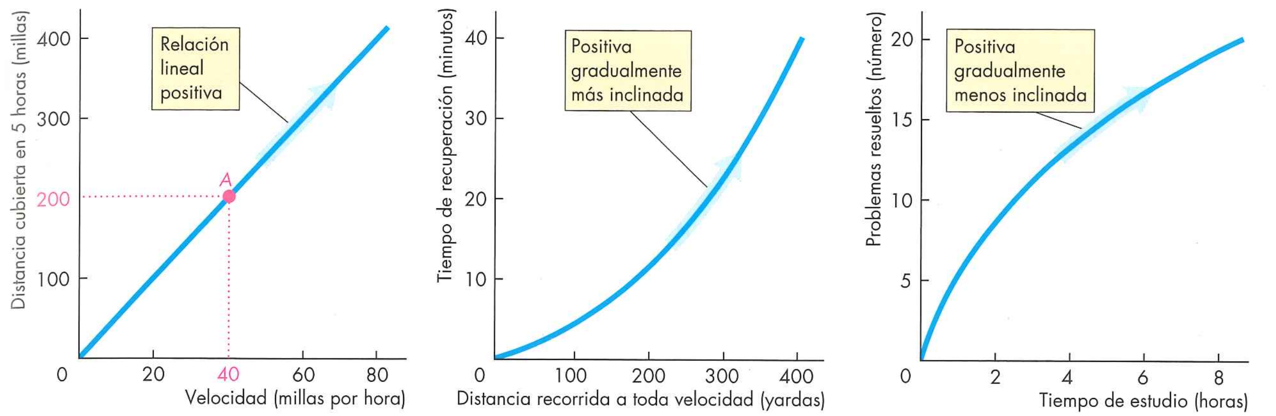
Variables que se mueven en la misma dirección

La figura A1.5 presenta las gráficas de las relaciones entre dos variables que suben y bajan juntas. La relación entre dos variables que se mueven en la misma dirección se denomina **relación positiva** o **relación directa**. Una línea con pendiente ascendente se expresa como una relación.

La figura A1.5 muestra tres tipos de relaciones: una que tiene una línea recta y dos con líneas curvas. Todas las líneas de las tres gráficas se llaman curvas. De hecho, cualquier línea que aparezca en una gráfica —independientemente de si es recta o curva— se denomina *curva*.

Una relación expresada mediante una línea recta se denomina **relación lineal**. En la figura A1.5(a) aparece una relación lineal entre el número de millas recorridas en 5

FIGURA A1.5 Relaciones positivas (directas)



(a) Relación lineal positiva **(b) Positiva gradualmente más inclinada** **(c) Positiva gradualmente menos inclinada**

Cada parte muestra una relación positiva (directa) entre dos variables. En otras palabras, conforme el valor de la variable medida en el eje *x* aumenta, también lo hace el valor de la variable medida en el eje *y*. En la parte (a) se presenta una relación lineal positiva: a medida que dos variables aumentan en conjunto, nos movemos a lo largo de una línea recta.

La parte (b) muestra una relación positiva en la que, a medida que dos variables se incrementan juntas, nos movemos a lo largo de una curva que describe una pendiente creciente.

La parte (c) presenta una relación positiva en la que, a medida que dos variables se incrementan juntas, nos movemos a lo largo de una curva que se aplana.

Animación MyEconLab

horas y la velocidad. Por ejemplo, el punto *A* indica que se puede recorrer 200 millas en 5 horas si la velocidad es de 40 millas por hora. Si la velocidad se duplica, a 80 millas por hora, es posible recorrer 400 millas en 5 horas.

La figura A1.5(b) muestra la relación entre la distancia recorrida a toda velocidad y el tiempo de recuperación (es decir, el tiempo necesario para que el pulso del corazón regrese a su tasa normal en reposo). Esta relación se caracteriza por producir una pendiente ascendente que comienza bastante plana, pero que al irse alejando del origen se vuelve más pronunciada. La razón por la que esta curva describe una pendiente creciente, estriba en que es más el tiempo adicional requerido para recuperarse de recorrer a toda velocidad 100 yardas extra. Se necesitan menos de 5 minutos para recuperarse de recorrer a toda velocidad 100 yardas, pero más de 10 minutos para recuperarse de recorrer 200 yardas.

La figura A1.5(c) muestra la relación entre la cantidad de problemas resueltos por un estudiante y el número de horas de estudio que le lleva hacerlo. Esta relación es una pendiente ascendente que inicia bastante inclinada y se va volviendo más plana al alejarse del origen. El tiempo de estudio se vuelve menos productivo, debido a que el estudiante se cansa más cada vez.

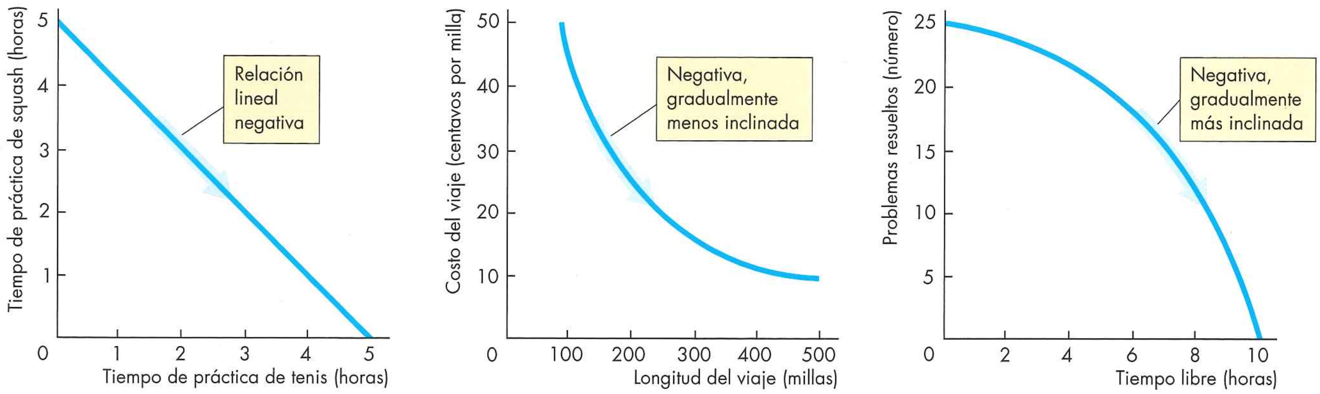
Variables que se mueven en direcciones opuestas

La figura A1.6 presenta relaciones entre elementos que se mueven en direcciones opuestas. La relación entre variables que se mueven en direcciones opuestas se llama **relación negativa** o **relación inversa.**

La figura A1.6(a) muestra la relación entre las horas dedicadas a la práctica de squash y las horas dedicadas a la práctica del tenis cuando el tiempo total disponible es de 5 horas. Una hora adicional dedicada a jugar tenis implica una hora menos dedicada al squash, y viceversa. Esta relación es negativa y lineal.

La figura A1.6(b) muestra la relación entre el costo por milla recorrida y la duración de un viaje. Cuanto más largo sea el viaje, menor es el costo por milla. Pero, a medida que la duración del viaje aumenta, aunque ciertamente el costo por milla se reduce, la disminución va siendo cada vez más pequeña. Esta característica de la relación queda evidenciada por el hecho de que la curva describe una pendiente descendente, muy inclinada al principio, cuando la duración del viaje aún es corta, y aplanándose luego, a medida que la duración del viaje aumenta. Esta relación se da porque algunos de los costos son fijos (por ejemplo, el seguro del auto), y los costos fijos se distribuyen con mayor amplitud en un viaje más largo.

FIGURA A1.6 Relaciones negativas (inversas)



(a) Relación lineal negativa **(b) Negativa, gradualmente menos inclinada** **(c) Negativa, gradualmente más inclinada**

Cada parte muestra una relación negativa (inversa) entre dos variables. La parte (a) presenta una relación lineal negativa. El tiempo total dedicado a jugar tenis y squash es de 5 horas. A medida que el tiempo dedicado al tenis aumenta, el tiempo consagrado al squash disminuye y nos movemos a lo largo de una línea recta.

La parte (b) muestra una relación negativa en donde, a medida que la longitud del viaje aumenta, el costo del mismo se reduce y nos movemos a lo largo de una curva que se va volviendo menos inclinada.

La parte (c) muestra una relación negativa donde, conforme el tiempo libre se incrementa, el número de problemas resueltos disminuye y nos movemos a lo largo de una curva que se va volviendo más inclinada.

Animación MyEconLab

La figura A1.6(c) presenta la relación entre la cantidad de tiempo libre y el número de problemas resueltos por un estudiante. El aumento del tiempo libre produce una reducción cada vez más significativa en la cantidad de problemas resueltos. Esta relación es negativa, empieza con una pendiente suave cuando hay pocas horas de tiempo libre, y luego se va haciendo más inclinada conforme el número de horas de tiempo libre se incrementa. Esta relación constituye una perspectiva diferente de la idea que mostramos en la figura A1.5(c).

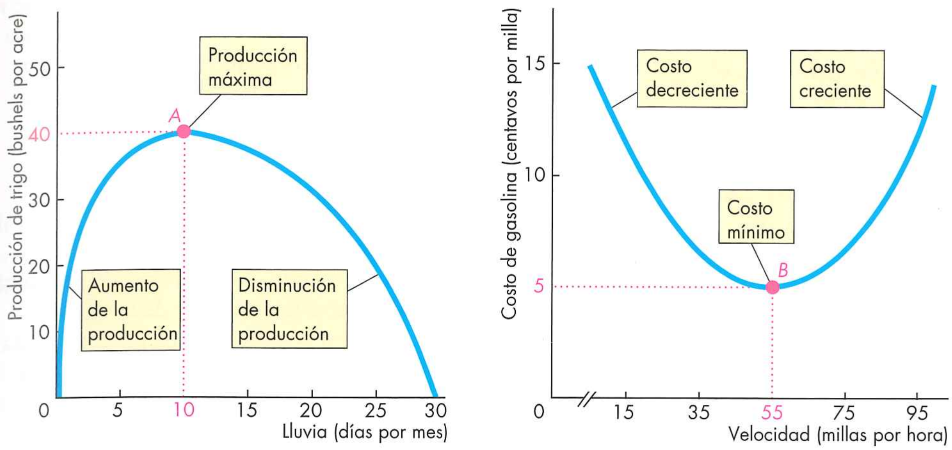
Variables que tienen un máximo o un mínimo

En los modelos económicos muchas relaciones tienen un máximo o un mínimo. Por ejemplo, las empresas tratan de obtener la utilidad más alta posible y producir al menor costo posible. La figura A1.7 muestra relaciones que tienen un máximo o un mínimo.

En la figura A1.7(a) se presenta la relación entre la lluvia y la producción de trigo. Cuando no hay lluvia el trigo se malogra, así que la producción es cero. A medida que la frecuencia de lluvia crece a 10 días por mes, la producción de trigo aumenta. Con 10 días de lluvia al mes la producción de trigo alcanza su máximo en 40 bushels por acre (punto *A*). Sin embargo, si la precipitación pluvial se presenta más de 10 días por mes, la producción de trigo comienza a disminuir. Si llueve todos los días, el trigo se ve afectado por la falta de luz solar y la producción disminuye a cero. Esta relación empieza con una pendiente ascendente hasta llegar a un máximo, a partir del cual inicia una pendiente descendente.

La figura A1.7(b) muestra el caso inverso: una relación que comienza con una pendiente descendente hasta llegar a un punto mínimo, y entonces describe una pendiente ascendente. Casi todos los costos se caracterizan por este tipo de relación. Un ejemplo es la relación entre el costo por milla y la velocidad de un auto. A baja velocidad, el auto avanza con dificultad en medio del tránsito. El número de millas por galón de combustible es bajo, así que el costo por milla es alto. A alta velocidad el auto excede el nivel de eficiencia, ya que emplea una gran cantidad de gasolina; una vez más, el número de millas por galón es bajo y el costo por milla es alto. A una velocidad de 55 millas por hora, el costo por milla está en su nivel mínimo (punto *B*). Esta relación comienza con una pendiente descendente, alcanza un mínimo y luego hace una pendiente ascendente.

FIGURA A1.7 Puntos máximo y mínimo



(a) Relación con un máximo

(b) Relación con un mínimo

La parte (a) muestra una relación que tiene un punto mínimo, *A*. La curva describe una pendiente ascendente hasta el punto máximo, en donde se vuelve plana, y luego describe una pendiente descendente.

La parte (b) muestra una relación con un punto mínimo, *B*. La curva describe una pendiente descendente hasta el punto mínimo, se aplana ahí y luego describe una pendiente ascendente.

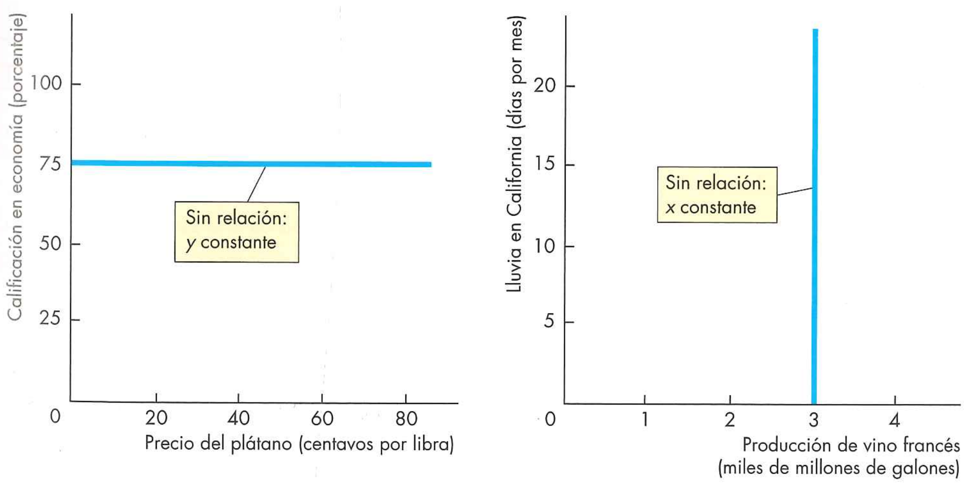
Animación MyEconLab

Variables no relacionadas

Hay muchas situaciones en las que, sin importar lo que ocurra con el valor de una variable, la otra permanece constante. Habrá ocasiones en que nos interesará mostrar gráficamente la independencia entre dos variables, y la figura A1.8 muestra dos formas de lograr ese objetivo.

Cuando describimos las gráficas de las figuras A1.5 a A1.7, hablamos de curvas con inclinaciones ascendentes o descendentes, y de curvas con pendientes más o menos pronunciadas. Dediquemos ahora un tiempo a analizar exactamente a qué nos referimos con el término *pendiente* y a explicar cómo medimos la pendiente de una curva.

FIGURA A1.8 Variables no relacionadas



(a) Sin relación: *y* constante

(b) Sin relación: *x* constante

Esta figura muestra cómo podemos graficar dos variables que no están relacionadas. En la parte (a), la calificación que obtiene un estudiante en su curso de economía se traza en 75 por ciento sobre el eje *y*, independientemente del precio del plátano, graficado en el eje *x*. La curva es horizontal.

En la parte (b), la producción de los viñedos franceses (en el eje *x*) no tiene relación con el nivel de lluvia en California (en el eje *y*). La curva es vertical.

Animación MyEconLab

La pendiente de una relación

Podemos medir la influencia de una variable sobre otra a partir de la pendiente de la relación. La **pendiente** de una relación es el cambio del valor de la variable medida en el eje *y*, dividido entre el cambio del valor medido en el eje *x*. Empleamos la letra griega Δ (*delta*) para representar el "cambio en". Por lo tanto, Δy significa un cambio en el valor de la variable medida en el eje *y*, y Δx se refiere a un cambio en el valor de la variable medida en el eje *x*. En consecuencia, la pendiente de la relación es

$$\text{Pendiente} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

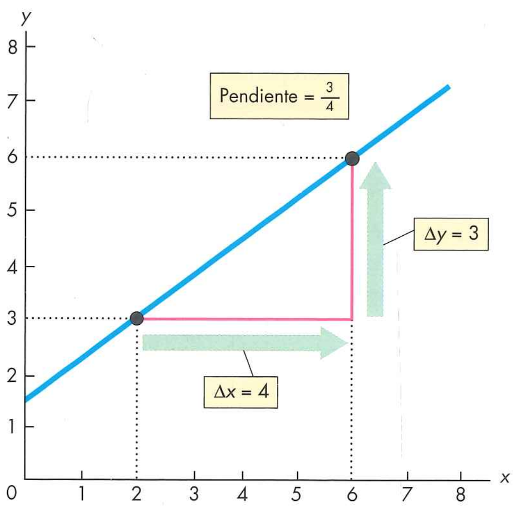
Si un gran cambio en la variable medida en el eje *y* (Δy) está relacionado con un cambio pequeño en la variable medida en el eje *x* (Δx), la pendiente será grande y la curva inclinada. Si un cambio pequeño en la variable medida en el eje *y* (Δy) está asociada con un gran cambio en la variable medida en el eje *x* (Δx), la pendiente será pequeña y la curva plana.

Para aclarar todavía más el concepto de pendiente, hagamos algunos cálculos.

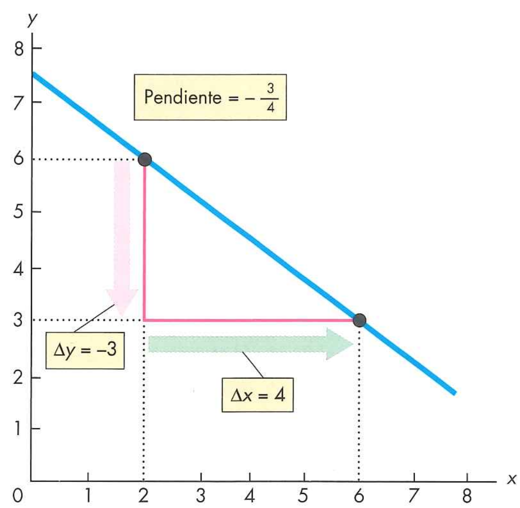
La pendiente de una línea recta

La pendiente de una línea recta es la misma, independientemente del punto en que se calcule. La pendiente de una línea recta es constante. Calculemos la pendiente de la relación positiva de la figura A1.9. En la parte (a), cuando *x* aumenta de 2 a 6, *y* se incrementa de 3 a 6. El cambio ocurrido en *x*

FIGURA A1.9 La pendiente de una línea recta



(a) Pendiente positiva



(b) Pendiente negativa

Para calcular la pendiente de una línea recta, dividimos el cambio ocurrido en el valor de la variable medida en el eje *y* (Δy) entre el cambio del valor de la variable medida en el eje *x* (Δx) conforme nos movemos a lo largo de la línea.

La parte (a) muestra el cálculo de una pendiente positiva. Cuando *x* aumenta de 2 a 6, Δx es igual a 4. Ese cambio en *x* provoca un aumento de 3 a 6 en *y*, así que Δy es igual a 3. La pendiente ($\Delta y/\Delta x$) es igual a 3/4.

La parte (b) presenta el cálculo de una pendiente negativa. Cuando *x* se incrementa de 2 a 6, Δx es igual a 4. Ese aumento en *x* provoca una disminución en *y* de 6 a 3, de manera que Δy es igual a -3. La pendiente ($\Delta y/\Delta x$) es igual a $-3/4$.

Animación MyEconLab

es $+4$, es decir, Δx es 4. El cambio en y es $+3$, lo cual quiere decir que Δy es 3. La pendiente de la recta es

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{4}.$$

En la parte (b), cuando x aumenta de 2 a 6, y disminuye de 6 a 3. El cambio en y es *menos* 3; esto quiere decir que Δy es -3. El cambio en x es *más* 4, es decir que Δx es 4. La pendiente de la curva es

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{4}.$$

Observe que las dos pendientes tienen la misma magnitud (3/4), pero la pendiente de la recta de la parte (a) es positiva ($+3/+4 = 3/4$), mientras que la de la parte (b) es negativa ($-3/+4 = +3/4$). La pendiente de una relación positiva es positiva; la pendiente de una relación negativa es negativa.

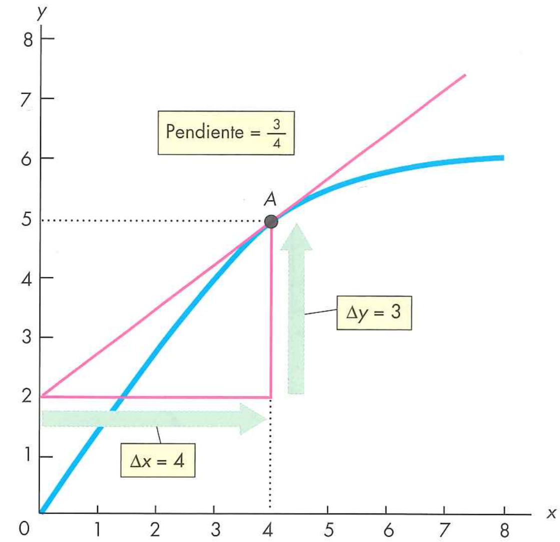
La pendiente de una línea curva

Este tipo de pendiente es más complicada porque no es constante; por lo tanto, la magnitud de la pendiente depende del lugar de la línea en que la calculemos. Hay dos formas de calcular la pendiente de una línea curva: podemos hacerlo en un punto determinado, o a lo largo de un arco de la curva. Veamos ambas alternativas.

Pendiente en un punto Para calcular la pendiente en un punto determinado de la curva es necesario construir una línea recta que tenga la misma pendiente que la curva en el punto en cuestión. La figura A1.10 muestra cómo se hace esto. Suponga que quiere calcular la pendiente de la curva en el punto A. Coloque una regla sobre la gráfica de manera que toque el punto A exclusivamente. Luego trace una línea recta siguiendo el contorno de la regla. La línea recta de color rojo que se ve en la figura es esta línea, y es tangente a la curva en el punto A. Si la regla toca la curva únicamente en el punto A, la pendiente de la curva en ese punto debe ser la misma que la pendiente del extremo de la regla. Si la curva y la regla no tienen la misma pendiente, la línea que forma el extremo de la regla cortará la curva en lugar de sólo tocarla.

Ahora que hemos localizado una línea recta con la misma pendiente que la curva en el punto A podemos calcular la pendiente de la curva en ese punto calculando la pendiente de la línea recta. A lo largo de dicha línea, a medida que x aumenta de 0 a 4 (Δx es 4), y aumenta de 2 a 5

FIGURA A1.10 Pendiente en un punto



Para calcular la pendiente de la curva en el punto A, trace la línea roja que apenas toca la curva en A; ésta será la tangente. La pendiente de esta línea recta se calcula dividiendo el cambio en y entre el cambio en x a lo largo de la línea roja. Cuando x aumenta de 0 a 4, Δx es igual a 4. Ese cambio en x está relacionado con un incremento en y, de 2 a 5, así que Δy es igual a 3. La pendiente de la línea roja es 3/4, de manera que la pendiente de la curva en el punto A es 3/4.

Animación MyEconLab

(Δy es 3). Por lo tanto, la pendiente de la línea recta es

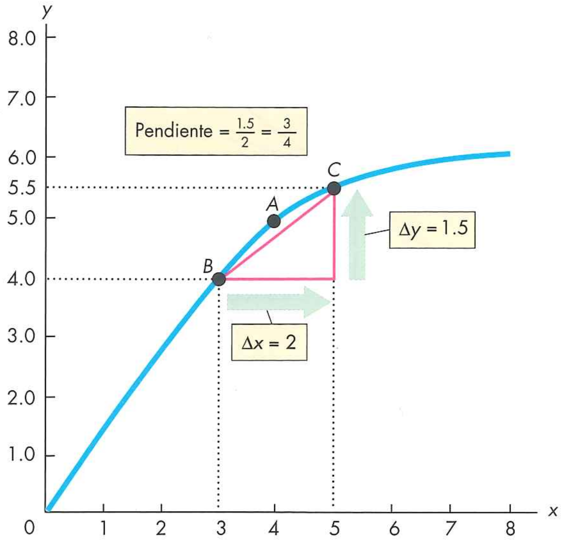
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{4}.$$

Así, la pendiente de la curva en el punto A es 3/4.

Pendiente de un extremo a otro de un arco El arco es una parte de la curva. En la figura A1.11 se muestra la misma curva de la figura A1.10, pero en lugar de calcular la pendiente en el punto A, ahora calcularemos la curva que se extiende de un extremo al otro del arco, es decir, del punto B al C. Como puede ver, la pendiente de la curva en el punto B es mayor que en el punto C. Cuando calculamos la pendiente de un extremo a otro del arco, estamos estimando la pendiente promedio entre dos puntos. A medida que nos movemos a lo largo del arco de B a C, x aumenta de 3 a 5 y y crece de 4.0 a 5.5. El cambio en x es 2 (Δx es 2), y el cambio en y es 1.5 (Δy es 1.5).

Por lo tanto, la pendiente es

FIGURA A1.11 Pendiente de un extremo a otro del arco



Para calcular la pendiente promedio de la curva a lo largo del arco *BC*, trace una línea recta del punto *B* al punto *C*. La pendiente de la línea *BC* se calcula dividiendo el cambio en *y* entre el cambio en *x*. Al moverse de *B* a *C*, el incremento en *x* es 2 (Δx es igual a 2), y el cambio en *y* es 1.5 (Δy es igual a 1.5). La pendiente de la línea *BC* es 1.5 entre 2, o 3/4. Así, la pendiente de la curva en el arco *BC* es 3/4.

Animación MyEconLab

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1.5}{2} = \frac{3}{4}.$$

Así, la pendiente de la curva en el arco *BC* es 3/4.

Este cálculo nos da la pendiente de la curva entre los puntos *B* y *C*. La pendiente real que calculamos es la de la línea recta que va de *B* a *C*. Esta pendiente se aproxima a la pendiente promedio de la curva a lo largo del arco *BC*. En este ejemplo en particular, la pendiente del arco *BC* es idéntica a la pendiente de la curva en el punto *A*, pero el cálculo de la pendiente de una curva no siempre es tan simple. Construya algunos ejemplos y contraejemplos más por su cuenta.

Ahora ya sabe cómo elaborar gráficas e interpretarlas. Sin embargo, hasta este momento nos hemos ocupado exclusivamente de las gráficas que constan de dos variables. A continuación aprenderemos cómo graficar más de dos variables.

Representación gráfica de relaciones entre más de dos variables

Hemos visto que podemos representar la relación entre dos variables a manera de un punto formado por las coordenadas *x* y *y* en una gráfica bidimensional. Seguramente se ha percatado ya de que, si bien las gráficas de dos dimensiones son bastante informativas, casi todas las cosas que podrían interesarnos involucran relaciones entre muchas variables, no sólo dos. Por ejemplo, la cantidad de helado consumida depende de la temperatura y del precio del helado. Si el helado es caro y la temperatura baja, la gente comerá mucho menos helado que cuando éste es barato y la temperatura es alta. Para cualquier precio dado del helado, la cantidad consumida varía de acuerdo con la temperatura; y para cualquier temperatura dada, la cantidad de helado consumida varía de acuerdo con su precio.

La figura A1.12 muestra una relación entre tres variables. La tabla presenta el número de galones de helado consumidas cada día a dos temperaturas distintas, y a varios precios diferentes. ¿Cómo podemos graficar esas cifras?

Para graficar una relación que involucra más de dos variables empleamos el supuesto *ceteris paribus*.

Ceteris paribus

Frecuentemente abreviado como *cet par*, ***ceteris paribus*** significa "si todos los demás elementos relevantes se mantienen sin cambio". Para aislar la relación de interés en un experimento de laboratorio el científico conserva todos los elementos constantes, excepto la variable cuyo efecto desea analizar. Los economistas emplean el mismo método para graficar una relación que consta de más de dos variables.

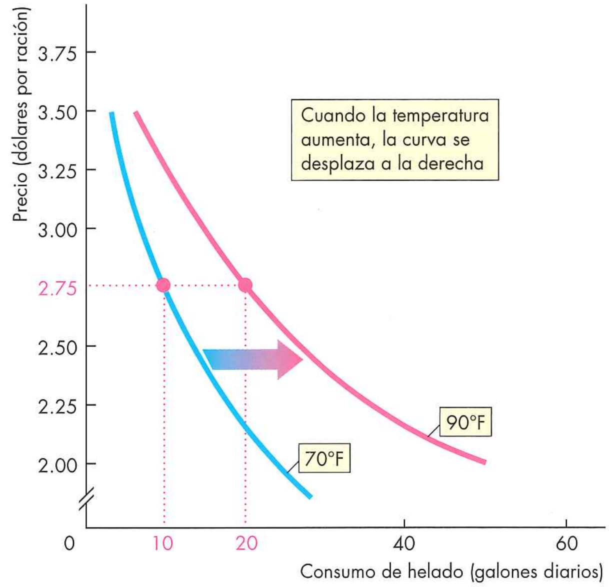
La figura A1.12 presenta un ejemplo. En ella puede ver qué ocurre con la cantidad de helado consumida cuando el precio de ese producto varía pero la temperatura se mantiene constante.

La curva etiquetada como 70°F muestra la relación entre el consumo de helado y su precio si la temperatura se conserva a 70°F. Los números empleados para trazar la curva corresponden a los de las dos primeras columnas de la tabla. Por ejemplo, si la temperatura es de 70°F, se consumen 10 galones cuando el precio es de 2.75 dólares por ración, y se consumen 18 galones cuando el precio es de 2.25 dólares por ración.

La curva etiquetada como 90°F muestra la relación entre el consumo de helado y su precio si la temperatura se mantiene en 90°F. Los números utilizados para trazar la curva corresponden a los de la primera y tercera columnas de la tabla. Por ejemplo, si la temperatura es de 90°F, se consumen 20 galones de helado cuando el precio es de 2.75 dólares por

FIGURA A1.12 Gráfica de una relación entre tres variables

Precio (dólares por ración)	Consumo de helado (galones diarios) 70°F	90°F
2.00	25	50
2.25	18	36
2.50	13	26
2.75	**10**	**20**
3.00	7	14
3.25	5	10
3.50	3	6



El consumo de helado depende de su precio y de la temperatura. La tabla indica cuántos galones de helado se consumen cada día a diferentes precios y a dos temperaturas distintas. Por ejemplo, si el precio es de 2.75 dólares por ración y la temperatura es de 70°F, se consumen 10 galones de helado.

Para graficar la relación entre tres variables, el valor de una de ellas se conserva constante. La gráfica muestra la relación entre el precio y el consumo cuando la temperatura se mantiene constante. Una curva conserva la temperatura en 70°F, y la otra a 90°F.

Un cambio en el precio del helado provoca un movimiento a lo largo de una de las curvas: a lo largo de la curva azul a 70°F y a lo largo de la roja a 90°F.

Cuando la temperatura *aumenta* de 70 a 90°F, la curva que muestra la relación entre el consumo y el precio *se desplaza* hacia la derecha, de la curva azul a la curva roja.

Animación MyEconLab

ración, y 36 galones cuando el precio es de 2.25 dólares por ración.

Cuando el precio del helado cambia pero la temperatura es constante, podemos pensar que lo que ocurre en la gráfica es un movimiento a lo largo de una de las curvas. A 70°F se da un movimiento a lo largo de la curva azul, y a 90°F a lo largo de la curva roja.

Cuando otros factores cambian

En la figura A1.12 la temperatura se mantiene constante a lo largo de las curvas, pero en realidad la temperatura cambia. Cuando esto ocurre, piense que algo sucede en la gráfica pues las curvas de la gráfica se desplazan. Al elevarse la temperatura de 70 a 90°F, la curva que muestra la relación entre el consumo de helado y su precio se desplaza hacia la derecha, de la curva azul a la curva roja.

En sus estudios de economía se topará muchas veces con este tipo de movimientos y desplazamientos de las curvas. Reflexione cuidadosamente en lo que acaba de aprender, y cree sus propios ejemplos (con números supuestos) a partir de otras relaciones.

Con lo que ha aprendido sobre elaboración de gráficas puede continuar sus estudios de economía. En este libro no hallará gráficas más complicadas que las que se han explicado en este apéndice.

NOTA MATEMÁTICA

Ecuaciones de líneas rectas

Si una recta en una gráfica describe la relación entre dos variables, decimos que se trata de una relación lineal. La figura 1 muestra la *relación lineal* entre el gasto y el ingreso de una persona. El individuo en cuestión gasta 100 dólares por semana (ya sea ejerciendo un crédito o gastando lo que ha ahorrado previamente) cuando su ingreso es nulo. Por cada dólar ganado esta persona gasta 50 centavos (y ahorra el resto).

Todas las relaciones lineales se describen mediante la misma ecuación general. Denominaremos la cantidad medida en el eje horizontal (o eje x) x, y la cantidad medida en el eje vertical (o eje y), y. En el caso de la figura 1, x corresponde al ingreso y y al gasto.

Ecuación lineal

La ecuación que describe una relación de línea recta entre x y y es

$$y = a + bx.$$

En esta ecuación a y b son números fijos y se les denomina *constantes*. Los valores de x y y varían, así que esos números se llaman *variables*. Como la ecuación describe una línea recta, se le conoce como *ecuación lineal*.

La ecuación nos indica que cuando el valor de x es cero, el de y es a. Decimos que la constante a es la intersección del eje y. La razón es que en la gráfica la línea recta alcanza el eje y en un valor igual a a. La figura 1 ilustra la intersección del eje y.

En el caso de valores positivos de x, el valor de y es superior a a. La constante b nos indica qué tanto aumenta y por encima de a a medida que x se incrementa. La constante b es la pendiente de la línea.

Pendiente de la línea

Como explicamos antes, la *pendiente* de una relación es el cambio del valor de y entre el cambio del valor de x. Empleamos la letra griega Δ (delta) para representar "cambio en". Por lo tanto, Δy representa el cambio del valor de la variable medida en el eje y, y Δx el cambio en el valor de la variable medida en el eje x. En consecuencia, la pendiente de la relación es

$$\text{Pendiente} = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Para ver por qué la pendiente es b, suponga que al principio el valor de x es x_1, o 200 dólares en la figura 2. El valor correspondiente de y es y_1, también 200 dólares en la figura 2. La ecuación de la línea nos indica que

$$y_1 = a + bx_1. \tag{1}$$

Ahora el valor de x aumenta en Δx, a $x_1 + \Delta x$ (o 400 dólares en la figura 2). Y el valor de y aumenta en Δy, a $y_1 + \Delta y$ (o 300 dólares, en la figura 2).

La ecuación de la línea nos dice ahora que

$$y_1 + \Delta y = a + b(x_1 + \Delta x). \tag{2}$$

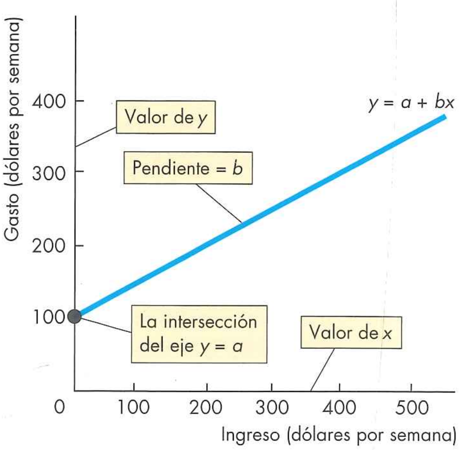


Figura 1 Relación lineal

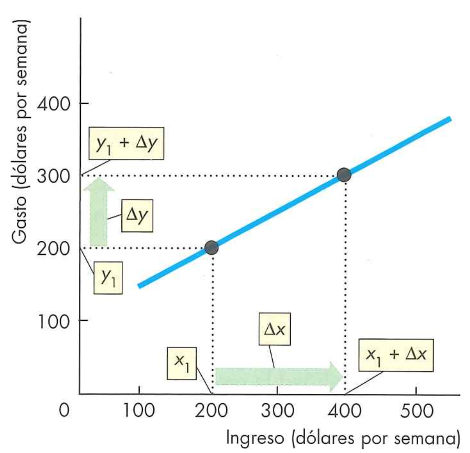


Figura 2 Cálculo de la pendiente

Para calcular la pendiente de la línea reste la ecuación (1) de la ecuación (2) para obtener

$$\Delta y = b\Delta x \qquad (3)$$

y ahora divida la ecuación (3) entre Δx para obtener

$$\Delta y/\Delta x = b.$$

Por lo tanto, la pendiente de la línea es b.

Posición de la línea

La intersección del eje y determina la posición de la línea dentro de la gráfica. La figura 3 ilustra la relación entre la intersección del eje y y la posición de la línea. En esta gráfica el eje y mide el ahorro, y el eje x mide el ingreso.

Cuando se da la intersección del eje y, a, es positiva, la línea toca el eje y en un valor positivo de y, como ocurre con la línea azul. Su intersección en el eje y se da en 100. Cuando ocurre la intersección del eje y, a, es cero, la línea toca el eje y en el origen, como la línea morada. Su intersección en el eje y se da en 0. Cuando se da la intersección del eje y, a, es negativa, la línea toca el eje y en un valor negativo de y, como lo indica la línea roja. Su intersección en el eje y se da en -100.

Como muestran las ecuaciones de las tres líneas, el valor de la intersección del eje y no influye la pendiente de la línea. Por lo tanto, las tres tienen una pendiente igual a 0.5.

Relaciones positivas

La figura 1 muestra una relación positiva, ya que las dos variables, x y y, se mueven en la misma dirección. Todas las relaciones positivas tienen una pendiente positiva. En la ecuación de la línea la constante b es positiva. En este ejemplo la intersección del eje y, a, es 100. La pendiente b es igual a $\Delta y/\Delta x$, que en la figura 2 es 100/200, o 0.5. La ecuación de la línea es

$$y = 100 + 0.5x.$$

Relaciones negativas

La figura 4 muestra una relación negativa: las dos variables, x y y, se mueven en dirección opuesta. Todas las relaciones negativas tienen una pendiente negativa. En la ecuación de la línea, la constante b es negativa. En el ejemplo de la figura 4 la intersección del eje y, a, es 30. La pendiente b es igual a $\Delta y/\Delta x$, la cual es $-20/2$, o -10. La ecuación de la línea es

$$y = 30 + (-10)x$$

o

$$y = 30 - 10x.$$

Ejemplo

Una línea recta tiene una intersección del eje y en 50, y una pendiente de 2. ¿Cuál es la ecuación de esta línea?

La ecuación de una línea recta es

$$y = a + bx$$

donde a es la intersección del eje y y b es la pendiente. Por lo tanto, la ecuación es

$$y = 50 + 2x.$$

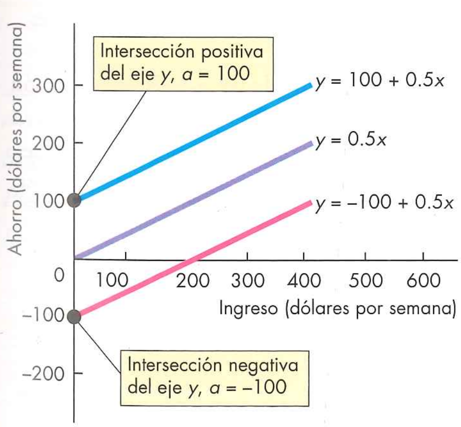


Figura 3 Intersección del eje *y*

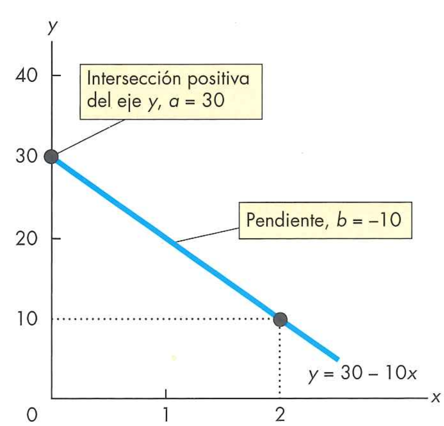


Figura 4 Relación negativa

PREGUNTAS DE REPASO

1. Explique cómo "leemos" las tres gráficas de las figuras A1.1 y A1.2.
2. Explique qué muestran los diagramas de dispersión y por qué los utilizamos.
3. Explique cómo "leemos" los tres diagramas de dispersión de las figuras A1.3 y A1.4.
4. Trace una gráfica para mostrar la relación entre dos variables que se mueven en la misma dirección.
5. Trace una gráfica para mostrar la relación entre dos variables que se mueven en direcciones opuestas.
6. Trace una gráfica para mostrar la relación entre dos variables que tengan (i) un máximo y (ii) un mínimo.
7. ¿Cuál de las relaciones de las preguntas 4 y 5 es positiva, y cuál es negativa?
8. ¿Cuáles son las dos formas de calcular la pendiente de una línea curva?
9. ¿Cómo graficamos una relación entre más de dos variables?
10. Explique qué cambio provocará un *movimiento a lo largo* de una curva.
11. Explique qué cambio provocará un *desplazamiento* de una curva.

Trabaje en el plan de estudios 1.A y obtenga retroalimentación al instante. MyEconLab

RESUMEN

Puntos clave

Representación gráfica de datos (pp. 15-18)

- Una gráfica se obtiene al trazar los valores de dos variables, *x* y *y*, en un punto que corresponda con sus valores medidos a lo largo del eje *x* y el eje *y*.
- Un diagrama de dispersión es una gráfica que traza los valores de dos variables para un número de valores diferentes de cada una.
- Un diagrama de dispersión muestra la relación entre las dos variables, y si dicha relación es positiva, negativa o nula.

Uso de gráficas en modelos económicos (pp. 18-21)

- En los modelos económicos las gráficas se utilizan para mostrar relaciones entre variables.
- Las relaciones pueden ser positivas (una curva con pendiente ascendente), negativas (curva con pendiente descendente), positivas y luego negativas (con un punto máximo), negativas y después positivas (con un punto mínimo) o sencillamente no existir (una curva horizontal o vertical).

La pendiente de una relación (pp. 22-24)

- La pendiente de una relación se calcula como el cambio en el valor de la variable medida sobre el eje *y* dividida entre el cambio en el valor de la variable que se mide en el eje *x*; en otras palabras, $\Delta y/\Delta x$.
- Una línea recta tiene una pendiente constante.
- Una línea curva tiene una pendiente que varía. Para calcular la pendiente de una línea curva calculamos la pendiente en un punto, o de un extremo al otro del arco.

Representación gráfica de relaciones entre más de dos variables (pp. 24-25)

- Para graficar una relación entre más de dos variables mantenemos constantes los valores de todas las variables excepto dos.
- Luego trazamos el valor de una de las variables en relación con el valor de otra.
- Un cambio *cet par* en el valor de una variable en el eje de una gráfica provoca un movimiento a lo largo de la curva.
- Un cambio en el valor de la variable que se mantiene constante a lo largo de la curva provoca un desplazamiento de la misma.

Términos clave

Ceteris paribus, 24
Diagrama de dispersión, 16
Pendiente, 22
Relación directa, 18
Relación inversa, 19
Relación lineal, 18
Relación negativa, 19
Relación positiva, 18