

(So kommen in den »Principia Mathematica« von Russen und Whitehead Definitionen und Grundgesetze in Worten vor. Warum hier plötzlich Worte? Dies bedürfte einer Rechtfertigung. Sie fehlt und muß fehlen, da das Vorgehen tatsächlich unerlaubt ist.) Hat sich aber die Einführung eines neuen Behelfes an einer Stelle als nötig erwiesen, so muß man sich nun sofort fragen: Wo muß dieser Behelf nun immer angewandt werden? Seine Stellung in der Logik muß nun erklärt werden.

5.453 Alle Zahlen der Logik müssen sich rechtfertigen lassen.

Oder vielmehr: Es muß sich herausstellen, daß es in der Logik keine Zahlen gibt. Es gibt keine ausgezeichneten Zahlen.

5.454 In der Logik gibt es kein Nebeneinander, kann es keine Klassifikation geben.

In der Logik kann es nicht Allgemeineres und Spezielleres geben.

5.4541 Die Lösungen der logischen Probleme müssen einfach sein, denn sie setzen den Standard der Einfachheit.

Die Menschen haben immer geahnt daß es ein Gebiet von Fragen geben müsse, deren Antworten –a priori– symmetrisch, und zu einem abgeschlossenen, regelmäßigen Gebilde vereintliegen.

Ein Gebiet, in dem der Satz gilt: *simplex sigillum veri*.

5.46 Wenn man die logischen Zeichen richtig so hätte man damit auch schon den Sinn aller ihrer Kombinationen eingeführt; also nicht nur »pvq« sondern auch schon »-(pv - q)« etc. etc. Man hätte damit auch schon die Wirkung aller nur möglichen Kombinationen von Klammern eingeführt.

(Así, en los *Principia Mathematica* de Russell y Whitehead se encuentran definiciones y proposiciones primitivas en palabras. ¿Por qué aquí palabras de repente? Esto necesitaría una justificación. Esta falta, y tiene que faltar porque el procedimiento es de hecho ilícito.)

Pero si se ha demostrado la necesidad de introducir un nuevo expediente en un lugar, debemos sin más preguntarnos: ¿Dónde debe usarse *siempre* este expediente? Su posición en lógica debe aclararse.

5.453 En lógica todos los números deben ser susceptibles de justificación.

O mejor; debe resultar esto: que en lógica no hay números.

No hay números privilegiados.

5.454 En lógica no hay un estar uno al lado del otro, no puede darse ninguna clasificación.

En lógica no puede darse un más general y un más especial.

5.4541 Las soluciones de los problemas lógicos deben ser sencillas, pues ellas establecen los tipos de la simplicidad.

Los hombres han tenido siempre la vaga idea de que debía haber una esfera de cuestiones cuyas respuestas –a priori– estuviesen simétricamente unidas en una estructura acabada y regular.

Una esfera en la cual sea válida la proposición: *simplex sigillum veri*.

5.46 Sí se introduce correctamente los signos lógicos, se introduce también con ellos el sentido de todas sus combinaciones; no sólo »pvq«, sino también »-(pv - q)«, etc., etc. Con esto se habría introducido también el efecto de todas las posibles combinaciones de paréntesis.

Und damit wäre es klar geworden, daß die eigentlichen allgemeinen Urzeichen nicht die »pvq«, »(Yx) . fx«, etc. sind, sondern die allgemeinste Form ihrer Kombinationen.

5.461 Bedeutungsvoll ist die scheinbar unwichtige Tatsache, daß die logischen Scheinbeziehungen wie v und \supset , der Klammern bedürfen –im Gegensatz zu den wirklichen Beziehungen.

Die Benützung der Klammern mit jenen scheinbaren Urzeichen deutet ja schon darauf hin daß diese nicht die wirklichen Urzeichen sind. Und es wird doch wohl niemand glauben, daß die Klammern eine selbständige Bedeutung haben.

5.4611 Die logischen Operationszeichen sind Interpunktionen.

5.47 Es ist klar, daß alles, was sich überhaupt von *vornherein* über die Form aller Sätze sagen läßt, *sich auf einmal* sagen lassen muß.

Sind ja schon im Elementarsatze alle logischen Operationen enthalten. Denn »fa« sagt dasselbe wie »(Yx) . fx . x=a«.

Wo Zusammengesetztheit- ist, da ist Argument und Funktion, und wo diese sind, sind bereits alle logischen Konstanten.

Man könnte sagen: Die Eine logische Konstante ist das, was *alle* Sätze, ihrer Natur nach, mit einander gemein haben.

Das aber ist die allgemeine Satzform.

5.471 Die allgemeine Satzform ist Das Wesen des Satzes.

5.4711 Das Wesen des Satzes angeben, heißt, das Wesen aller Beschreibung angeben, also das Wesen der Welt.

Y así se pondría en claro que los signos primitivos generales propiamente dichos no son »pvq« »(qx).Yx«, etc., etc., sino la forma más general de sus combinaciones.

5.461 Es muy significativo el hecho, en apariencia sin importancia, de que las pseudo-relaciones lógicas como v y \supset -contrariamente a las relaciones reales- tengan necesidad de paréntesis.

El uso de paréntesis con estos signos, aparentemente primitivos, indica que no son verdaderos signos primitivos; y, desde luego, nadie creerá que los paréntesis tienen un significado por sí mismos.

5.4611 Los signos de las operaciones lógicas son interpunciones.

5.47 Es claro que todo lo que se pueda decir de *antemano* sobre la forma de *todas* las proposiciones, se puede decir de *una sola vez*.

Pues todas las operaciones lógicas están ya contenidas en las proposiciones elementales. Pues »fa« dice lo mismo que »(gx) . fx . x = a«.

Dónde hay composición hay argumento y función, y donde ellos están, ya están todas las constantes lógicas.

Se podría decir: La única constante lógica es aquello que todas las proposiciones tienen en común unas con otras según su naturaleza.

Pero ésta es la forma general de la proposición.

5.471 La forma general de la proposición es la esencia de la proposición.

5.4711 Dar la esencia de la proposición significa dar la esencia de toda descripción; o sea, la esencia del mundo.

5.472 Die Beschreibung der allgemeinsten Satzform ist die Beschreibung des einen und einzigen allgemeinen Urzeichens der Logik.

5.473 Die Logik muß für sich selber sorgen.

Ein *mögliches* Zeichen muß auch bezeichnen können. Alles was in der Logik möglich ist, ist auch erlaubt. (»Sokrates ist identisch« heißt darum nichts, weil es keine Eigenschaft gibt, die »identische« heißt. Der Satz ist unsinnig, weil wir eine willkürliche Bestimmung nicht getroffen haben, aber nicht darum, weil das Symbol an und für sich unerlaubt wäre.)

Wir können uns, in gewissem Sinne, nicht in der Logik irren.

5.4731 Das Einleuchten, von dem Russell so viel sprach, kann nur dadurch in der Logik entbehrlich werden, daß die Sprache selbst jeden logischen Fehler verhindert. – Daß die Logik *a priori* ist, besteht darin, daß nicht unlogisch gedacht werden *kann*.

5.4732 Wir können einem Zeichen nicht den unrichten Sinn geben.

5.47321 Occams Devise ist natürlich keine willkürliche, oder durch ihren praktischen Erfolg gerechtfertigte Regel: Sie besagt, daß unnötige Zeicheneiheiten nichts bedeuten. Zeichen, die Einen Zweck erfüllen, sind logisch äquivalent, Zeichen, die keinen Zweck erfüllen, logisch bedeutungslos.

5.4733 Frege sagt: Jeder rechtmäßig gebildete Satz muß einen Sinn haben; und ich sage; Jeder möglichste Satz ist rechtmäßig gebildet, und wenn er keinen Sinn hat, so kann das nur daran Liegen, daß wir einigen seiner Bestandteile keine *Bedeutung* gegeben haben.

5.472 La descripción de la forma más general de la proposición es la descripción del único y propio signo primitivo general de la lógica.

5.473 La lógica debe bastarse a sí misma.

Un signo *posible* debe también poder designar. Todo lo que en lógica es posible, está también permitido. («Sócrates es idéntico» no quiere decir nada, porque no hay ninguna propiedad que se llame «idéntico». Tal proposición no tiene sentido porque no habíamos establecido ninguna de terminación arbitraria, pero no porque el símbolo sea en y por sí mismo ilícito.)

En cierto sentido, en lógica no podemos equivocarnos.

5.4731 La evidencia, de la cual Russell tanto habla, sólo podría descartarse en lógica si el lenguaje mismo impidiese todo error lógico. –Que la lógica sea un *a priori* consiste en esto, en que no se *puede* pensar ilógicamente.

5.4732 No podemos dar a un signo un sentido falso.

5.47321 El principio de Ockam no es naturalmente una regla arbitraria ni tampoco una regla justificada por su éxito práctico: dice simplemente que todos los elementos *innecesarios* en un simbolismo no significan nada. Los signos que cumplen *un fin* son lógicamente equivalentes; los signos que no cumplen *ningún fin* carecen lógicamente de significado.

5.4733 Frege dice: Toda proposición legítimamente construida debe tener un sentido: y yo digo: Toda proposición posible está legítimamente construida, y si no tiene sentido esto se debe únicamente a que no le hemos dado un *significado* a cualquiera de sus partes constitutivas.

(Wenn wir auch glauben, es getan zu haben.)

So sagt »Sokrates ist identisch« darum nichts, dem gort »identisch« als Eigenschaftswort. Kerne Bedeutung gegeben haben. Denn, wenn es als Gleichheitszeichen auftritt, so symbolisiert es auf ganz andere Art und Weise –die bezeichnende Beziehung ist eine andere-, also ist auch das Symbol in beiden Fällen ganz verschieden; die beiden Symbole haben nur das Zeichen zufällig miteinander gemein.

5.474 Die Anzahl der nötigen Grundoperationen hängt nur von unserer Notation ab.

5.475 Es kommt nur darauf an, ein Zeichensystem von einer bestimmten Anzahl von Dimensionen –von einer bestimmten mathematischen Mannigfaltigkeit- zu bilden.

5.476 Es ist klar, daß es sich hier nicht um eine *Anzahl von Grundbegriffen* handelt, die bezeichnet werden müssen, sondern um den Ausdruck einer Regel.

5.5 Jede Wahrheitsfunktion ist ein Resultat der successiven Anwendung der Operation (---W) ($\hat{1}, \dots$) auf Elementarsätze. Diese Operation verneint sämtliche Sätze in der rechten Klammer, und ich nenne sie die Negation dieser Sätze.

5.501 Einen Klammerausdruck, dessen Glieder Sätze sind, deute ich –wenn die Reihenfolge der Glieder in der Klammer gleichgültig ist- durch ein Zeichen von der Form $\langle(-\hat{1})\rangle$ an. » $\hat{1}$ « ist eine Variable, deren Werte die Glieder des Klammerausdrucks sind; und der Strich über der Variablen deutet an, daß sie ihre sämtlichen Werte in der Klammer vertritt.

(Aunque creamos habérselo dado.)

Así »Sócrates es idéntico« no dice nada, porque no habíamos dado *ningún* significado a la palabra »idéntico« como *adjetivo*. Pues cuando entra como signo de igualdad simboliza de modo y manera completamente distintos –la relación designadora es por completo diferente-, y, por lo tanto, el símbolo es en los dos casos enteramente distinto: los dos símbolos tienen el signo en común sólo por accidente.

5.474 El número de las operaciones necesarias depende *sólo* de nuestra notación.

5.475 Es sólo cuestión de construir un sistema de signos con un número determinado de dimensiones –con una determinada multiplicidad matemática.

5.476 Es claro que no se trata aquí de un *número de ideas primitivas* que deben ser designadas, sino de la expresión de una regla.

5.5 Cada función de verdad es un resultado de la sucesiva aplicación de la operación (---V) ($\hat{1}, \dots$) a las proposiciones elementales.

Esta operación niega todas las proposiciones del paréntesis de la derecha y la llamo la negación de estas proposiciones.

5.501 Una expresión entre paréntesis cuyos términos son proposiciones la indico –si el orden de los términos entre paréntesis es indiferente- con un signo de la forma $\langle(-\hat{1})\rangle$. » $\hat{1}$ « es una variable cuyos valores son los términos de la expresión entre paréntesis, y la línea sobre la variable indica que ésta representa todos su valores en el paréntesis.

(Hat also \hat{i} etwa die 3 Werte P, Q, R, so ist $(-\hat{i})=(P, Q, R).$)

Die Werte der Variablen werden festgesetzt.

Die Festsetzung ist die Beschreibung der Sätze, welche die Variable vertritt.

Wie die Beschreibung der Glieder des Klammerausdruckes geschieht, ist unwesentlich.

Wir *können* drei Arten der Beschreibung unterscheiden: 1. die direkte Aufzählung. In diesem Fall können wir statt der Variablen einfach ihre konstanten Werte setzen. 2. Die Angabe einer Funktion fx , deren Werte für alle Werte von x die zu beschreibenden Sätze sind. 3. Die Angabe eines formalen Gesetzes, nach welchem jene Sätze gebildet sind. In diesem Falle sind die Glieder des Klammerausdrucks sämtliche Glieder einer Formenreihe.

5.502 Ich schreibe also statt $\langle(- - - - W) (\hat{i},)\rangle$ $\langle N(-\hat{i})\rangle$. $N(-\hat{i})$ ist die Negation sämtlicher Werte der Satzvariablen \hat{i} .

5.503 Da sich offenbar leicht ausdrücken läßt, wie mit dieser Operation Sätze gebildet werden können und wie Sätze mit ihr nicht zu bilden sind, so muß dies auch einen exakten Ausdruck finden können.

5.51 Hat \hat{i} nur einen Wert, so ist $N(-\hat{i}) = -p$ (nicht p), hat es zwei Werte, so ist $(N(-\hat{i}) = -p. -q$ (weder p noch q).

5.511 Wie kann die allumfassende, weltspiegelnde Logik so spezielle Haken und Manipulationen gebrauchen? Nur, indem sich alle diese zu einem unendlich feinen Netzwerk, zu dem großen Spiegel, verknüpfen.

(Así, pues, si \hat{i} tiene tres valores P, Q, R; entonces $(-\hat{i})=(P, Q, R).$)

Los valores de la variable deben determinarse.

La determinación es la descripción de las proposiciones representadas en la variable.

El modo cómo se haga la descripción de los términos de la expresión entre paréntesis no es esencial.

Podemos distinguir tres clases de descripción: 1.^a La enumeración directa. En este caso podemos poner, simplemente, en lugar de la variable sus valores constantes. 2.^a La indicación de una función fx , cuyos valores para todos los valores de x son las proposiciones a describir. 3.^a La indicación de una ley formal de acuerdo con la cual se construyen tales proposiciones. En este caso los términos de la expresión entre paréntesis son todos los términos de una serie formal.

5.502 En vez de $\langle(- - - - V) (\hat{i},)\rangle$ escribo, por consiguiente, $\langle N(-\hat{i})\rangle$. $N(-\hat{i})$ es la negación de todos los valores de la variable proposicional \hat{i} .

5.503 Puesto que es obvio que es fácilmente expresable cómo se pueden construir proposiciones con esta operación y cómo no se deben construir mediante ella, esto tiene también que hallar una expresión exacta.

5.51 Si \hat{i} tiene sólo un valor, entonces $N(-\hat{i}) = -p$ (no p). Si tiene dos valores, entonces, $(N(-\hat{i}) = -p. -q$ (ni p ni q).

5.511 ¿Cómo es posible que la lógica, que todo lo abarca y que refleja el mundo, use de tan especiales garabatos y manipulaciones? Sólo porque todas están unidas por una trama infinitamente fina al gran espejo.

5.512 » - p ist wahr, wenn » p « falsch ist. Also in dem wahren Satz » - p « ist » p « ein falscher Satz. Wie kann ihn nun der Strich » - « mit der Wirklichkeit zum Stimmen bringen?

Das, was iri » - p « verneint, ist aber nicht das » - «, sondern dasjenige, was allen Zeichen dieser Notation, welche p verneinen, gemeinsam ist.

Also die gemeinsame Regel, nach welcher » - p «, » - - - p «, » - $p \vee$ - p «, » - $p \cdot$ - p «, etc. etc. (ad inf.) gebildet werden. Und dies Gemeinsame spiegelt die Verneinung wider.

5.513 Man könnte sagen: Das Gemeinsame aller Symbole, die sowohl p als q bejahen, ist der Satz » $p \cdot q$ «. Das Gemeinsame aller Symbole, die entweder p oder q bejahen, ist der Satz » $p \vee q$ «.

Und so kann man sagen: Zwei Sätze sind einander entgegengesetzt, wenn sie nichts miteinander gemein haben, und: Jeder Satz hat nur ein Negativ, weil es nur einen Satz gibt, der ganz außerhalb seiner liegt.

Es zeigt sich so auch in Russells Notation, daß » q : $p \vee$ - p « dasselbe sagt wie » q «; daß » $p \vee$ - p « nichts sagt.

5.514 Ist eine Notation festgelegt, so gibt es in ihr eine Regel, nach der alle p verneinenden Sätze gebildet werden, eine Regel, nach der alle p bejahenden Sätze gebildet werden, eine Regel, nach der alle p oder q bejahenden Sätze gebildet werden, usf. Diese Regeln sind den Symbolen äquivalent und in ihnen spiegelt sich ihr Sinn wider.

5.515 Es muß sich an unseren Symbolen zeigen, daß das, was durch » v «, » \cdot «, etc. miteinander verbunden ist, Sätze sein müssen.

5.512 » - p « ist wahr, wenn » p « falsch ist. Also in dem wahren Satz » - p « ist » p « ein falscher Satz. Wie kann ihn nun der Strich » - « mit der Wirklichkeit zum Stimmen bringen?

Aquello que niega en » - p « no es, sin embargo, » - «, sino aquello que todos los signos de esta notación, que niegan a p , tienen en común.

De aquí la regla común » - p «, » - - - p «, » - $p \vee$ - p «, » - $p \cdot$ - p «, etc., etc., según la cual se construyen (*ad infinitum*). Y esto, que es común, refleja la negación.

5.513 Se podría decir: Lo que es común a todos los símbolos que aseveran tanto p como q , es la proposición » $p \cdot q$ «. Lo que es común a todos los símbolos que aseveran p o q es la proposición » $p \vee q$ «.

Y de modo semejante podríamos decir: Dos proposiciones se oponen la una a la otra cuando no tienen nada en común. Y cada proposición tiene sólo una negativa, porque sólo hay una proposición que se encuentre totalmente fuera de ella.

Así, también en la notación de Russell aparece que » q : $p \vee$ - p « dice lo mismo que » q «; » $p \vee$ - p « no dice nada.

5.514 Si una notación está fijada, se da con ella una regla según la cual se construyen todas las proposiciones que niegan p ; una regla según la cual se construyen todas las proposiciones que aseveran p ; una regla según la cual se construyen todas las proposiciones que aseveran p o q y así sucesivamente. Estas reglas son equivalentes a los símbolos, y en ellas se refleja su sentido.

5.515 De nuestros símbolos aparece que lo que está recíprocamente unido por » v «, » \cdot «, etc., deben ser proposiciones.

Und dies ist auch der Fall, denn das Symbol »p« und »q« setzt ja selbst das »v«, » - «, etc. voraus. Wenn das Zeichen »p« in »pvq« nicht für ein komplexes Zeichen steht, dann kann es allein nicht Sinn haben; dann können aber auch die mit »p« gleichsinnigen Zeilen »pvp«, »p. p«, etc. keinen Sinn haben. Wenn aber »pvp« keinen Sinn hat, dann kann auch »pvq« keinen Sinn haben.

5.5151 Muß das Zeichen des negativen Satzes mit dem Zeichen des positiven gebildet werden? Warum sollte man den negativen Satz nicht durch eine negative Tatsache ausdrücken können. (Etwa: Wenn »a« nicht in einer bestimmten Beziehung zu »b« steht, könnte das ausdrücken, daß aRb nicht der Fall ist.)

Aber auch hier ist ja der negative Satz indirekt durch den positiven gebildet. Der positive Satz muß die Existenz des negativen Satzes voraussetzen und umgekehrt.

5.52 Sind die Werte von \hat{i} sämtliche Werte einer Funktion fx für alle Werte von x , so wird $N(-\hat{i}) = -(\hat{Y}x).fx$.

5.521 Ich trenne den Begriff Alle von der Wahrheitsfunktion.

Frege und Russell haben die Allgemeinheit in Verbindung mit dem logischen Produkt oder der logischen Summe eingeführt. So wurde es schwer, die Sätze » $(\hat{Y}x) . fx$ « und » $(x) . fx$ «, in welchen beide Ideen beschlossen liegen, zu verstehen.

5.522 Das Eigentümliche der Allgemeinheitsbezeichnung ist erstens, daß sie auf ein logisches Urbild hinweist, und zweitens, daß sie Konstante hervorhebt.

5.523 Die Allgemeinheitsbezeichnung tritt als Argument auf.

Y éste es el caso, pues los símbolos »p« y » q« presuponen » v«, » - «, etc. Si el signo » p« en »pvq« no está por un signo complejo, no puede tener sentido por sí solo; pero entonces los signos »pvp«, »p . p«, etc., que tienen el mismo sentido que » p«, no tienen sentido. Pero si »pvp« no tiene sentido, tampoco puede tenerlo »pvq«.

5.5151 ¿Debe el signo de la proposición negativa construirse con el signo de la positiva? ¿Por qué no se podría expresar la proposición negativa por medio de un hecho negativo? (Por ejemplo: Si »a« no está en una cierta relación con »b«, esto podría expresar que »aRb« no acaece.)

Pero también aquí la proposición negativa está indirectamente construida mediante la positiva.

La *proposición* positiva debe presuponer la existencia de la *proposición* negativa y viceversa.

5.52 Sí los valores de \hat{i} son todos los valores de una función fx , para todos los valores de x entonces $N(-\hat{i}) = N(\hat{Y}x) . fx$.

5.521 Yo separo el concepto todo de la función de verdad.

Frege y Russell han introducido la generalidad en conexión con el producto lógico o la suma lógica. Se hace así difícil entender la proposición » $(\hat{Y}x) . fx$ « y » $(x) . fx$ «, en la cual las dos ideas quedan encerradas.

5.522 La peculiaridad del signo de generalidad es, en primer lugar, que refiere a un prototipo lógico, y en segundo lugar que pone de relieve las constantes.

5.523 El signo de generalidad interviene como un argumento.

5.524 Wenn die Gegenstände gegeben sind, so sind uns damit auch schon alle Gegenstände gegeben.
Wenn die Elementarsätze gegeben sind, so sind damit auch alle Elementarsätze gegeben.

5.525 Es ist unrichtig, den Satz $\langle \forall x \rangle, fx$ - wie Russell dies tut- in Worten durch $\langle fx \text{ ist möglich} \rangle$ wiederzugeben.

Gewißheit, Möglichkeit oder Unmöglichkeit einer Sachlage wird nicht durch einen Satz ausgedrückt, sondern dadurch, daß ein Ausdruck eine Tautologie, ein sinnvoller Satz, oder eine Kontradiktion ist.

Jener Präzedenzfall, auf den man sich immer be rufen möchte, muß schon im Symbol selber liegen.

5.526 Man kann die Welt vollständig durch vollkommen verallgemeinerte Sätze beschreiben, das heißt also, ohne irgendeinen Namen von vornherein einem bestimmten Gegenstand zuzuordnen.

Um dann auf die gewöhnliche Ausdrucksweise zu kommen, muß man einfach nach einem Ausdruck »es gibt ein und nur ein x , welches...« sagen:

Und dies x ist a .

5.5261 Ein vollkommen verallgemeinerter Satz ist, wie jeder andere Satz zusammengesetzt. (Dies zeigt sich daran, daß wir in $\langle \forall x, \phi \rangle . \phi x$ » ϕ « und » x « getrennt erwähnen müssen. Beide stehen unabhängig in bezeichnenden Beziehungen zur Welt, wie im unverallgemeinerten Satz.) Kennzeichen des zusammengesetzten Symbols: Es hat etwas mit anderen Symbolen gemeinsam

5.524 Si los objetos están dados, con ellos están dados también *todos los* objetos.

Si las proposiciones elementales están dadas, están dadas con ellas *todas* las proposiciones elementales.

5.525 No es correcto traducir la proposición $\langle \forall x \rangle . fx$ -como Russell hacen en palabras, poniendo *«fx es posible»*.

Certeza, posibilidad o imposibilidad de un estado de cosas no se expresan por una proposición, sino porque una expresión es una tautología, una proposición con significado o una contradicción.

Aquel precedente al cual siempre se puede apelar debe ya estar en el símbolo mismo.

5.526 Se puede describir plenamente el mundo por proposiciones completamente generalizadas; es decir, sin coordinar de antemano un nombre a un objeto determinado.

Así, pues, para llegar al modo habitual de expresarse se necesita simplemente después de una expresión »hay una y solo una x , que...«, decir: y esta x es a .

5.5261 Una proposición completamente generalizada es, como toda otra proposición, compuesta. (Esto se muestra en el hecho de que en $\langle \forall x, \phi \rangle . \phi x$ debemos mencionar » ϕ « y » x « separadamente. Así están ambos en relación significativa con el mundo de modo independiente, como ocurre en la proposición no generalizada.)

Característica del símbolo compuesto: tiene algo en común con otros símbolos.

5.5262 Es verändert ja die Wahr- oder Falschheit *jedes* Satzes etwas. am allgemeinen Bau. der Welt. Und der Spielraum, welcher ihrem Bau durch die Gesamtheit der Elementarsätze gelassen wird, ist eben derjenige, welchen die ganz allgemeinen Sätze begrenzen.
(Wenn ein Elementarsatz wahr ist, so ist damit doch jedenfalls Ein Elementarsatz *mehr* wahr.)

5.53 Gleichheit des Gegenstandes drücke ich durch Gleichheit des Zeichens aus, und nicht mit Hilfe eines Gleichheitszeichens. Verschiedenheit der Gegenstände durch Verschiedenheit der Zeichen.

5.5301 Das die Identität keine Relation zwischen Gegenständen ist, leuchtet ein. Dies wird sehr klar, wenn man z. B. den Satz $\langle (x): fx \cdot \supset \cdot x=a \rangle$ betrachtet. Was dieser Satz sagt, ist einfach, daß *nur* a der Funktion f genügt, und nicht, daß *nur* solche Dinge der Funktion f genügen, welche eine gewisse Beziehung zu a haben. Man könnte nun freilich sagen, daß eben *nur* a diese Beziehung zu a habe, aber um dies auszudrücken, brauchten wir das Gleichheitszeichen selber.

5.5302 Russells Definition von $\langle - \rangle$ genügt nicht; weil man nach ihr nicht sagen kann, daß zwei Gegenstände alle Eigenschaften gemeinsam haben. (Selbst wenn dieser Satz nie richtig ist, hat er doch *Sinn*.)

5.5303 Beiläufig gesprochen: Von *zwei* Dingen zu sagen, sie seien identisch, ist ein Unsinn, und von *Einem* zu sagen, es sei identisch mit sich selbst, sagt gar nichts.

5.531 Ich schreibe also nicht $\langle f(a, b) \cdot a=b \rangle$, sondern $\langle f(a, a) \rangle$ (oder $\langle f(b, b) \rangle$). Und nicht $\langle f(a, b) \cdot -a=b \rangle$, sondern $\langle f(a, b) \rangle$.

5.5262 La verdad o falsedad de cada proposición altera algo en la estructura general del mundo. Y el campo que se deja a esta estructura por la totalidad de las proposiciones elementales es exactamente aquel que delimitan las proposiciones completamente generales.

(Si una proposición elemental es verdadera, entonces, en todo caso, una proposición elemental más es verdadera.)

5.53 Expreso la identidad del objeto por la identidad del signo y no por medio de un signo de identidad. Y la diversidad de los objetos por la diversidad de los signos.

5.5301 Que la identidad no es una relación entre objetos es obvio. Esto se esclarece, por ejemplo, completamente si consideramos la proposición $\langle (x): fx \cdot \supset \cdot x=a \rangle$. Lo que esta proposición dice es simplemente que sólo a satisface la función f , y no que sólo aquellas cosas que tienen una cierta relación con a satisfagan la función f .

Se podría naturalmente decir que en efecto *solamente* a tiene esta relación respecto de a , pero para expresar esto necesitaríamos del propio signo de identidad.

5.5302 La definición de Russell de $\langle - \rangle$ no basta; porque, según ella, no se puede decir que dos objetos tengan todas sus propiedades en común. (Incluso si esta proposición no es nunca verdadera, tiene, sin embargo, *sentido*.)

5.5303 Sea dicho de paso: decir de dos cosas que son idénticas es un sin sentido, y decir de una que es idéntica consigo misma no es decir nada.

5.531 Yo no escribo, pues, $\langle f(a, b) \cdot a=b \rangle$, sino $\langle f(a, a) \rangle$ (o $\langle f(b, b) \rangle$). Y no $\langle f(a, b) \cdot -a=b \rangle$, sino $\langle f(a, b) \rangle$.

5.532 Und analog: Nicht $\neg(\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot f(x, y)$ sondern $\neg(\exists x) \cdot f(x, x)$; und nicht $\neg(\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot x=y$, sondern $\neg(\exists x, y) \cdot f(x, y)$.

(Also statt des Russell'schen $\neg(\exists x, y) \cdot f(x, y)$ » $\neg(\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot v \cdot (\exists x) \cdot f(x, x)$ «.)

5.5321 Statt $\neg(x) : fx \supset x=a$ schreiben wir also z. B. $\neg(\exists x) \cdot fx \cdot \supset \cdot fa - (\exists x, y) \cdot fx \cdot fy$. Und der Satz »nur Ein x befriedigt $f()$ « lautet: $\neg(\exists x) \cdot fx : - (\exists x, y) \cdot fx \cdot fy$.

5.533 Das Gleichheitszeichen ist also kein wesentlicher Bestandteil der Begriffsschrift.

5.534 Und nun sehen wir, daß Scheinsätze wie: $a=a, a=b, b=c \cdot \supset a=c$, $\neg(x) \cdot x=x$, $\neg(\exists x) \cdot x=a$, etc. sich in einer richtigen Begriffsschrift gar nicht hinschreiben lassen.

5.535 Damit erledigen sich auch alle Probleme, die an solche Scheinsätze geknüpft waren.

Alle Probleme, die Russells »Axiom of Infinity« mit sich bringt, sind schon hier zu lösen.

Das, was das Axiom of infinity sagen soll, würde sich in der Sprache dadurch ausdrücken, daß es unendlich viele Namen mit verschiedener Bedeutung gäbe.

5.5351 Es gibt gewisse Fälle, wo man in Versuchung gerät, Ausdrücke von der Form $a = a$ oder $p \supset p$ u. dgl. zu benutzen. Und zwar geschieht dies, wenn man von dem Urbild: Satz, Ding, etc. reden möchte. So hat Russell in den »Principles of Mathematics« den Unsinn » p ist ein Satz« in Symbolen durch $p \supset p$ wiedergegeben und als Hypothese vor gewisse Sätze gestellt, damit deren Argumentstellen nur von Sätzen besetzt werden könnten.

5.532 Y análogamente: no $\neg(\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot f(x, y)$ sino $\neg(\exists x) \cdot f(x, x)$; y no $\neg(\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot x=y$, sino $\neg(\exists x, y) \cdot f(x, y)$.

(Y así en lugar del russelliano $\neg(\exists x, y) \cdot f(x, y)$: $\neg(\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot v \cdot (\exists x) \cdot f(x, x)$ «.)

5.5321 En lugar de $\neg(x) : fx \supset x=a$ escribimos, pues, por ejemplo, $\neg(\exists x) \cdot fx \cdot \supset \cdot fa - (\exists x, y) \cdot fx \cdot fy$. Y la proposición »sólo una x satisface $f()$ «, se lee: $\neg(\exists x) \cdot fx : - (\exists x, y) \cdot fx \cdot fy$.

5.533 El signo de identidad no es, pues, una parte esencial del simbolismo lógico.

5.534 Vemos ahora que pseudo-proposiciones como: $a=a, a=b, b=c \cdot \supset a=c$, $\neg(x) \cdot x=x$, $\neg(\exists x) \cdot x=a$, etc., no se pueden escribir por completo en un simbolismo lógico correcto.

5.535 De este modo desaparecen todos aquellos problemas que estaban en conexión con tales pseudoproposiciones.

Aquí están resueltos todos los problemas que lleva consigo el »Axiom of Infinity« de Russell.

Lo que el axioma del infinito quiere decir, se expresaría en el lenguaje por el hecho de que hay un infinito número de nombres con diferentes significados.

5.5351 Hay ciertos casos en los que uno está tentado de utilizar expresiones de la forma $a=a$ o $p \supset p$. Así ocurre, por ejemplo, cuando se habla del arquetipo: proposición, cosa, etc. Russell, en los *Principles of Mathematics*, ha traducido en símbolos el sinsentido » p es una proposición« por $p \supset p$ y lo ha puesto como hipótesis delante de ciertas proposiciones para mostrar que sus lugares de argumento sólo podrían ocuparlos proposiciones.

(Es ist schon darum Unsinn die Hypothese $p \supset p$ vor einen Satz zu stellen, um ihm Argumente der richtigen Form zu sichern, weil die Hypothese für einen Nicht-Satz als Argument nicht falsch, sondern unsinnig wird, und weil der Satz selbst durch die unrichtige Gattung von Argumenten unsinnig wird, also sich selbst ebenso gut, oder so schlecht, vor den unrichtigen Argumenten bewahrt, wie die zu diesem Zweck angehängte sinnlose Hypothese.)

5.5352 Ebenso wollte man »Es gibt keine Dinge« ausdrücken durch » $\neg(\exists x) . x=x$ «. Aber selbst wenn dies ein Satz wäre, - wäre er nicht auch wahr, wenn es zwar »Dinge gäbe«, aber diese nicht mit sich selbst identisch wären?

5.54 In der allgemeinen Satzform kommt der Satz im Satze nur als Basis der Wahrheitsoperationen vor.

5.541 Auf den ersten Blick scheint es, als könne ein Satz in einem anderen auch auf andere Weise vorkommen.

Besonders in gewissen Satzformen der Psychologie, wie »A glaubt, daß p der Fall ist«, oder »A denkt p «, etc.

Hier scheint es nämlich oberflächlich, als stünde der Satz p zu einem Gegenstand A in einer Art von Relation.

(Und in der modernen Erkenntnistheorie (Russell, Moore, etc.) sind jene Sätze auch faßt worden.)

5.542 Es ist aber klar, daß »A glaubt, daß p «, »A denkt p «, »A sagt p « von der Form » p sagt p « sind: Und hier handelt es sich nicht um eine Zuordnung von einer Tatsache und einem Gegenstand, sondern um die Zuordnung von Tatsachen durch Zuordnung ihrer Gegenstände.

5.5421 Dies zeigt auch, daß die Seele –das Subjekt etc.- wie sie in der heutigen

(Es ist ja un sinnig zu setzen die Hypothese » $p \supset p$ « vor eine Proposition, um sie Argumente der richtigen Form zu sichern, weil die Hypothese für eine Nicht-Proposition als Argument nicht falsch, sondern unsinnig wird, und weil der Satz selbst durch die unrichtige Gattung von Argumenten unsinnig wird, also sich selbst ebenso gut, oder so schlecht, vor den unrichtigen Argumenten bewahrt, wie die zu diesem Zweck angehängte sinnlose Hypothese.)

5.5352 Igualmente si se quiere expresar »no hay cosas« por » $\neg(\exists x) . x=x$ «. Pero incluso si esto fuese una proposición, ¿no sería verdadera si, en efecto, »hubiese cosas«, pero que no fuesen idénticas consigo mismas?

5.54 En la forma proposicional general la proposición entra en otra sólo como base de las operaciones de verdad.

5.541 A primera vista parece que una proposición podría entrar en otra de diferente modo.

Especialmente en ciertas formas proposicionales de la psicología, como »A cree que p acaecerá« o »A piensa p «, etc.

A una consideración superficial puede parecer que la proposición p está en una cierta relación con el objeto A.

(Y en la moderna teoría del conocimiento (Russell, Moore, etc.), estas proposiciones se han concebido de este modo.)

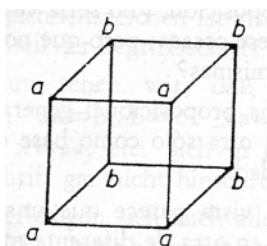
5.542 Pero es claro que »A cree que p «, »A piensa p «, »A dice p «, son de la forma » p dice p «; y aquí se trata no de la coordinación de un hecho y un objeto, sino de la coordinación de hechos por la coordinación de sus objetos.

5.5421 Esto muestra que el alma –el sujeto, etc.-, como se le concibe en la superficial psicología de hoy, es un absurdo.

oberflächlichen Psychologie aufgefaßt wird, ein Unding ist.
Eine zusammengesetzte Seele wäre nämlich keine Seele mehr.

5.5422 Die richtige Erklärung der Form des Satzes »A urteilt p « muß zeigen, daß es unmöglich ist einen Unsinn zu urteilen. (Russells Theorie genügt dieser Bedingung nicht.)

5.5423 Einen Komplex wahrnehmen, heißt, wahrnehmen, daß sich seine Bestandteile einander verhalten. Dies erklärt wohl auch, daß man die Figur auf



zweierlei Art als Würfel sehen kann; und alle ähnlichen Erscheinungen. Denn wir sehen eben wirklich zwei verschiedene Tatsachen.

(Sehe ich erst auf die Ecken a und nur flüchtig auf b , so erscheint a vorne; und umgekehrt.)

5.55 Wir müssen nun die Frage nach allen möglichen Formen der Elementarsätze *a priori* beantworten. Der Elementarsatz besteht aus Namen. Da wir aber die Anzahl der Namen von verschiedener Bedeutung nicht angeben können, so können wir auch nicht die Zusammensetzung des Elementarsatzes angeben.

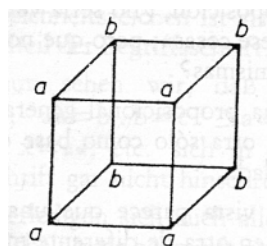
5.551 Unser Grundsatz ist, daß jede Frage, die sich überhaupt durch die Logik entscheiden läßt, sich ohne weiteres entscheiden lassen muß.

Un alma compuesta no sería más un alma.

5.5422 La explicación correcta de la forma de la proposición »A juzga p « debe mostrar que es imposible juzgar un sinsentido. (La teoría de Russell no satisface esta condición.)

5.5423 Percibir un complejo quiere decir percibir que sus partes constitutivas están combinadas entre sí de tal y tal modo.

Esto quizás explique que la figura



pueda verse de dos modos como un cubo; y todos los demás fenómenos similares. Pues, en realidad, nosotros vemos dos hechos diferentes.

(Si yo me fijo primero en el ángulo a y sólo de pasada en el b , a parece delante y b detrás, y viceversa.)

5.55 Debemos ahora responder *a priori* a la cuestión de todas las posibles formas de las proposiciones elementales.

La proposición elemental consta de nombres, pero así como no podemos dar el número de los nombres con diferente significado, tampoco podemos dar la composición de las proposiciones elementales.

5.551 Nuestro principio fundamental es que toda cuestión que pueda revolve por, la lógica, puede resolverse sin más.

(Und wenn wir in die Lage kommen, ein solches Problem durch Ansehen der Welt beantworten zu müssen, so zeigt dies, daß wir auf grundfalscher Fährte sind.)

5.552 Die »Erfahrung«, die wir zum Verstehen der Logik brauchen, - ist nicht die, daß sich etwas so und so verhält, sondern, daß etwas ist: aber das ist eben *keine* Erfahrung.

Die Logik ist vor jeder Erfahrung –daß etwas so ist. Sie ist vor dem Wie, nicht vor dem Was.

5.5521 Und wenn dies nicht so wäre, wie könnten wir die Logik anwenden? Man könnte sagen: Wenn es eine Logik gäbe, auch wenn es keine Welt gäbe, wie könnte es dann eine Logik geben, da es eine Welt gibt.

5.553 Russell sagte, es gäbe einfache Relationen zwischen verschiedenen Anzahlen von Dingen (Individuals). Aber zwischen welchen Anzahlen? Und wie soll sich das entscheiden? –Durch die Erfahrung?

(Eine ausgezeichnete Zahl gibt es nicht.)

5.554 Die Angabe jeder speziellen Form wäre vollkommen willkürlich.

5.5541 Es soll sich *a priori* angeben lassen, ob ich z. B. in die Lage kommen kann, etwas mit dem Zeichen einer 27 stelligen Relation bezeichnen zu müssen.

5.5542 Dürfen wir denn aber überhaupt so fragen? Können wir eine Zeichenform aufstellen und nicht wissen, ob ihr etwas entsprechen könne?

Hat die Frage einen Sinn: Was muß sein, damit etwas der-Fall-sein kann?

(Y si llegásemos a una situación en que tuviésemos necesidad de contemplar el mundo para poder responder a un tal problema, esto sería señal de que seguíamos un camino fundamentalmente equivocado.)

5.552 La «experiencia», de la que, tenemos necesidad para entender la lógica, no es que algo ocurra de tal y tal modo, sino que algo es; pero esto no es experiencia.

La lógica *precede* a toda experiencia –que algo es *así*. Es antes que el cómo, no que el qué.

5.5521 Y si no fuese así, ¿cómo podríamos aplicar la lógica? Se podría decir: Si hubiese una lógica, aunque no hubiese un mundo, ¿cómo podría haber una lógica puesto que hay un mundo?

5.553 Russell dice que hay relaciones simples entre diferentes números de cosas (individuos). Pero ¿entre qué números? Y ¿cómo se decidiría ésto? ¿Por la experiencia?

(No hay números privilegiados.)

5.554 La indicación de cualquier forma especial sería enteramente arbitraria.

5.5541 Se debe poder determinar *a priori*, por ejemplo, si yo podría encontrarme en la necesidad de designar algo con el signo de una relación de 27 términos.

5.5542 Pero ¿podríamos hacernos semejante pregunta? ¿Podríamos establecer una forma de signo sin saber si podría corresponderle algo?

¿Tiene sentido la pregunta: Qué debe ser, para que algo acaezca?

5.555 Es ist klar, wir haben vom Elementarsatz einen Begriff, abgesehen von seiner besonderen logischen Form.

Wo man aber Symbole nach einem System bilden kann, dort ist dieses System das logisch wichtig und nicht die einzelnen Symbole.

Und wie wäre es auch möglich, daß ich es in der Logik mit Formen zu tun hätte, die ich erfinden kann; sondern mit dem muß ich es zu tun haben, was es mir möglich macht, sie zu erfinden.

5.556 Eine Hierarchie der Formen der Elementarsätze kann es nicht geben. Nur was wir selbst konstruieren, können wir voraussehen.

5.5561 Die empirische Realität ist begrenzt durch die Gesamtheit der Gegenstände. Die Grenze zeigt sich wieder in der Gesamtheit der Elementarsätze.

Die Hierarchien sind und müssen unabhängig von der Realität sein.

5.5562 Wissen wir aus rein logischen Gründen, daß es Elementarsätze geben muß, dann muß es jeder wissen, der die Sätze in ihrer unanalysierten Form versteht.

5.5563 Alle Sätze unserer Umgangssprache sind tatsächlich, so wie sie sind, logisch vollkommen geordnet. –Jenes Einfachste, was wir hier angeben sollen, ist nicht ein Gleichnis der Wahrheit, sondern die volle Wahrheit selbst.

(Unsere Probleme sind nicht abstrakt, sondern vielleicht die konkretesten, die es gibt.)

5.557 Die *Anwendung* der Logik entscheidet darüber, welche Elementarsätze es gibt. Was in der Anwendung liegt, kann die Logik nicht vorausnehmen.

Das ist klar: Die Logik darf mit ihrer Anwendung nicht kollidieren.

5.555 Es claro que nosotros tenemos un concepto de la proposición elemental, prescindiendo de su especial forma lógica.

Pero donde se puedan construir símbolos según un sistema, es este sistema lo lógicamente importante, y no los símbolos particulares.

Y como puede ser posible que yo haya de ocuparme en lógica de formas que puedo inventar, yo debo, pues, ocuparme de aquello que me permite inventarlas.

5.556 No puede haber una jerarquía de las formas de las proposiciones elementales. Sólo aquello que nosotros mismos construimos puede preverse.

5.5561 La realidad empírica está limitada por la totalidad de los objetos. El límite aparece de nuevo en la totalidad de las proposiciones elementales.

Las jerarquías son y deben ser independientes de la realidad.

5.5562 Si por razones puramente lógicas nosotros sabemos que debe haber proposiciones elementales, entonces esto debe saberlo cualquiera que entienda las proposiciones en su forma no analizada.

5.5563 Todas las proposiciones de nuestro lenguaje corriente están efectivamente, tal y como son, ordenadas de un modo completamente lógico. La cosa más simple que nosotros debemos indicar aquí no es una imagen de la verdad, sino la propia verdad completa.

(Nuestros problemas no son abstractos, sino quizá los más concretos que hay.)

5.557 La aplicación de la lógica decide qué proposiciones elementales hay.

La lógica no puede anticiparse a aquello que se encuentra en su aplicación.

Esto es claro: la lógica no puede entrar en conflicto con su aplicación.

Aber die Logik muß sich mit ihrer Anwendung berühren.

Also dürfen die Logik und ihre Anwendung einander nicht übergreifen.

5.5571 Wenn ich die Elementarsätze nicht *a priori* atgeben kann, dann muß es zu offenbarem Unsinn führen, sie angeben zu wollen.

5.6 *Die Grenzen meiner Sprache* bedeuten die Grenzen meiner Welt.

5.61 Die Logik erfüllt die Dielt; die Grenzen der Welt sind auch ihre Grenzen. Wir können also in der Logik nicht sagen: Das und das gibt es in der Welt, jenes nicht.

Das würde nämlich scheinbar voraussetzen, daß wir gewisse Möglichkeiten ausschließen, und dies kann nicht der Fall sein, da sonst die Logik über die Grenzen der Welt hinaus müßte: wenn sie nämlich diese Grenzen auch von der anderen Seite betrachten könnte.

Was wir nicht denken können, das können wir nicht denken; wir können also auch nicht *sagen*, was wir nicht denken können.

5.62 Diese Bemerkung gibt den Schlüssel zur Entscheidung der Frage, inwieweit der Solipsismus eine Wahrheit ist.

Was der Solipsismus nämlich *meint*, ist ganz richtig, nur läßt es sich nicht *sagen*, sondern es zeigt sich.

Daß die Welt *meine* Welt ist, das zeigt sich darin, daß die Grenzen *der* Sprache (der Sprache, die allein ich verstehe) die Grenzen *meiner* Welt bedeuten.

5.621 Die Welt und das Leben sind Eins.

5.63 Ich bin meine Welt. (Der Mikrokosmos.)

Pero la lógica debe estar en contacto con su aplicación.

La lógica y su aplicación no deben sobreponerse una a la otra.

5.5571 Si yo no puedo indicar las proposiciones elementales *a priori*, querer indicarlas debe llevar a un obvio sinsentido.

5.6 Los *límites de mi lenguaje* significan los límites de mi mundo.

5.67 La lógica llena el mundo; los límites del mundo son también sus límites.

Nosotros no podemos, pues, decir en lógica: en el mundo hay esto y lo de más allá; aquello y lo otro, no.

Esto parece, aparentemente, presuponer que excluimos ciertas posibilidades, lo que no puede ser, pues, de lo contrario, la lógica saldría de los límites del mundo; esto es, siempre que pudiese considerar igualmente estos límites también desde el otro lado.

Lo que no podemos pensar no podemos pensarlo. Tampoco, pues, podemos *decir* lo que no podemos pensar.

5.62 Esta observación da la clave para decidir acerca de la cuestión de cuanto haya de verdad en el solipsismo.

En realidad, lo que el solipsismo *significa* es totalmente correcto; sólo que no puede *decirse*, sino mostrarse.

Que el mundo es *mi* mundo, se muestra en que los límites *del* lenguaje (*el* lenguaje que yo sólo entiendo) significan los límites de *mi* mundo.

5.621 Mundo y vida son una sola cosa.

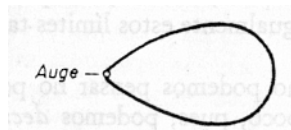
5.63 Yo soy mi mundo. (El microcosmos.)

5.631 Das denkende, vorstellende, Subjekt gibt es nicht. Wenn ich ein Buch schriebe »Die Welt, wie ich sie vorfand«, so wäre darin auch über meinen Leib zu berichten und zu sagen, welche Glieder meinem Willen unterstehen und welche nicht etc., dies ist nämlich eine Methode, das Subjekt zu isolieren, oder vielmehr zu zeigen, daß es in einem wichtigen Sinne kein Subjekt gibt: Von ihm allein nämlich könnte in diesem Buche *nicht* die Rede sein.

5.632 Das Subjekt gehört nicht zur Welt, sondern es

5.633 Wo in der Welt ist ein metaphysisches Subjekt zu merken? Du sagst, es verhält sich hier ganz, wie mit Auge und Gesichtsfeld. Aber das Auge siehst du wirklich *nicht*. Und nichts am *Gesichtsfeld* läßt darauf schliessen, daß es von einem Auge gesehen wird.

5.6331 Das Gesichtsfeld hat nämlich nicht etwa eine solche Form:



5.634 Das hängt damit zusammen, daß kein Teil unserer Erfahrung auch *a priori* ist. Alles, was wir sehen, könnte auch anders sein. Alles, was wir überhaupt beschreiben können, könnte auch anders sein. Es gibt keine Ordnung der Dinge *a priori*.

5.64 Hier sieht man, daß der Solipsismus, streng durchgeführt, mit dem reinen Realismus zusammenfällt. Das Ich des Solipsismus schrumpft zum ausdehnungslosen Punkt zusammen, und es bleibt die ihm koordinierte Realität.

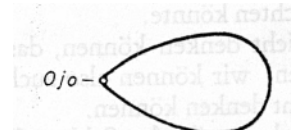
5.631 El sujeto pensante, representante, no existe. Si yo escribiese un libro *EL mundo como yo lo encuentro*, yo debería referirme en él a mí cuerpo y decir qué miembros obedecen a mi voluntad y cuáles no, etc. Este sería un método para aislar al sujeto o aún mejor para mostrar que en un sentido importante no hay sujeto; precisamente sólo de él no se podría hablar en este Libro.

5.632 El sujeto no pertenece al mundo, sino que es el mundo el que pertenece al sujeto.

5.633 ¿Dónde en el mundo puede observarse un sujeto metafísico? Tú dices que aquí ocurre exactamente como con el ojo y el campo de visión; pero tú *no* ves realmente el ojo.

Y nada en *el campo de visión* permite concluir que es visto por un ojo.

5.6331 El campo de visión no tiene ciertamente esta forma:



5.634 Esto está en conexión con el hecho de que ninguna parte de nuestra experiencia es *a priori*.

Todo lo que nosotros vemos podría ser de otro modo.

Todo lo que nosotros podemos describir podría también ser de otro modo.

No hay ningún orden *a priori* de las cosas.

5.64 Vemos aquí cómo el solipsismo llevado estrictamente coincide con el puro realismo. El yo del solipsismo se reduce a un punto inextenso y que da la realidad coordinada con él.

5.641 Es gibt also wirklich einen Sinn, in welchem in der Philosophie nicht-psychologisch vom Ich die Rede sein kann.

Das Ich tritt in die Philosophie dadurch ein, daß die »Welt meine Welt ist«.

Das philosophische Ich ist nicht der Mensch, nicht der menschliche Körper, oder die menschliche Seele, von der die Psychologie handelt, sondern das metaphysische Subjekt, die Grenze –nicht ein Teil der Welt.

6 Die allgemeine Form der Wahrheitsfunktion ist: $[-p, \neg N(\neg i)]$. Dies ist die allgemeine Form des Satzes.

6.001 Dies sagt nichts anderes, als daß jeder Satz ein Resultat der successiven Anwendung der Operation N' ($\neg i$) auf die Elementarsätze ist.

6.002 Ist die allgemeine Form gegeben, wie ein Satz gebaut ist, so ist damit auch schon die allgemeine Form davon gegeben, wie aus einem Satz durch eine Operation ein anderer erzeugt werden kann.

6.01 Die allgemeine Form der Operation $\tilde{U}'(-\zeta)$ ist also: $[\neg i, N(\neg i)]'(-\zeta)(,=[\neg i, N(\neg i)])$. Das ist die allgemeinste Form des Überganges von einem Satz zum anderen.

6.02 Und so kommen wir zu den Zahlen: Ich definiere

$x = \tilde{U}^0 \cdot x$ Def. Und

$\tilde{U}' \cdot \tilde{U}^v \cdot x = \tilde{U}^{v+1} \cdot x$ Def.

Nach diesen Zeichenregeln schreiben wir also die Reihe $x, \tilde{U}' x, \tilde{U}' \cdot \tilde{U}' x, \tilde{U}' \cdot \tilde{U}' \cdot \tilde{U}' x, \dots$

So: $\tilde{U}^0 \cdot x, \tilde{U}^{0+1} \cdot x, \tilde{U}^{0+1+1} \cdot x, \tilde{U}^{0+1+1+1} \cdot x, \dots$

Also schreibe ich statt » $[x, \hat{i}, \tilde{U}' \hat{i}]$ «: » $[\tilde{U}^0 \cdot x, \tilde{U}^v \cdot x, \tilde{U}^{v+1} \cdot x]$ «.

5.641 Hay, pues, ciertamente un sentido en el cual se puede hablar en filosofía del yo de un modo no psicológico.

El yo entra en filosofía por el hecho de que «el mundo es mi mundo».

El yo filosófico no es el hombre, ni el cuerpo humano, ni tampoco el alma humana de la cual trata la psicología, sino el sujeto metafísico, el límite –no una parte del mundo.

6 La forma general de una función de verdad es: $[-p, \neg N(\neg i)]$.

Esta es la forma general de la proposición.

6.001 Esto no dice otra cosa sino que toda proposición es el resultado de las sucesivas aplicaciones de la operación N' ($\neg i$) a las proposiciones elementales.

6.002 Dada la forma general según la cual se construye una proposición, se da con ella también la forma general según la cual se puede obtener de una proposición otra proposición por medio de una operación.

6.01 La forma general de la operación $\tilde{U}'(-\zeta)$ es, pues: $[\neg i, N(\neg i)]'(-\zeta)(,=[\neg i, N(\neg i)])$.

Esta es la forma más general de transición de una proposición a otra.

6.02 Y así llegamos a los números. Yo defino:

$x = \tilde{U}^0 \cdot x$ Def. y

$\tilde{U}' \cdot \tilde{U}^v \cdot x = \tilde{U}^{v+1} \cdot x$ Def.

Según estas reglas de signos, escribimos también la serie $x, \tilde{U}' x, \tilde{U}' \cdot \tilde{U}' x, \tilde{U}' \cdot \tilde{U}' \cdot \tilde{U}' x, \dots$

así: $\tilde{U}^0 \cdot x, \tilde{U}^{0+1} \cdot x, \tilde{U}^{0+1+1} \cdot x, \tilde{U}^{0+1+1+1} \cdot x, \dots$

Yo escribo, pues, en lugar de » $[x, \hat{i}, \tilde{U}' \hat{i}]$ «: » $[\tilde{U}^0 \cdot x, \tilde{U}^v \cdot x, \tilde{U}^{v+1} \cdot x]$ «.

Und definiere:

$0+1=1$ Def.

$0+1+1=2$ Def.

$0+1+1+1=3$ Def.

(usf.)

6.021 Die Zahl ist der Exponent einer Operation.

6.022 Der Zahlbegriff ist nichts anderes als das Gemeinsame aller Zahlen, die allgemeine Form der Zahl.

Der Zahlbegriff ist die variable Zahl.

Und der Begriff der Zahlengleichheit ist die allgemeine Form aller speziellen Zahlengleichheiten.

6.03 Die allgemeine Form der ganzen Zahl ist: $[0, \hat{i}, \hat{i} + 1]$.

6.031 Die Theorie der Klassen ist in der Mathematik ganz überflüssig.

Dies hängt damit zusammen, daß die Allgemeinheit, welche wir in der Mathematik brauchen, nicht die *zufällige* ist.

6.1 Die Sätze der Logik sind Tautologien.

6.11 Die Sätze der Logik sagen also Nichts. (Sie sind die analytischen Sätze.)

6.111 Theorien, die einen Satz der Logik gehaltvoll erscheinen lassen, sind immer falsch. Man könnte z. B. glauben, daß die Worte »wahr« und »falsch« zwei Eigenschaften unter anderen Eigenschaften bezeichnen, und da erschiene es als eine merkwürdige Tatsache, daß jeder Satz eine dieser Eigenschaften besitzt. Das scheint nun nichts weniger als selbstverständlich zu sein, ebensowenig selbstverständlich, wie etwa der Satz, »alle Rosen sind entweder gelb oder rot« klänge, auch wenn er wahr wäre. Ja, jener Satz bekommt nun

Y defino:

$0+1=1$ Def.

$0+1+1=2$ Def.

$0+1+1+1=3$ Def.

(etc.)

6.021 El número es el exponente de una operación.

6.022 El concepto de número no es sino aquello que es común a todos los números, la forma general del número.

El concepto de número es el número variable.

Y el concepto de igualdad numérica es la forma general de todas las igualdades numéricas particulares.

6.03 La forma general del número entero es: $[0, \hat{i}, \hat{i} + 1]$.

6.031 La teoría de las clases es superflua en matemáticas.

Esto está en conexión con el hecho de que la generalidad de la cual tenemos necesidad en matemáticas, no es la *accidental*.

6.1 Las proposiciones de la lógica son tautologías.

6.11 Por consiguiente, las proposiciones de la lógica no dicen nada. (Son proposiciones analíticas.)

6.11 Las teorías que hacen que una proposición de la lógica aparezca plena de contenido, son siempre falsas. Se puede, por ejemplo, creer que las palabras »verdadero« y »falso« significan dos propiedades entre otras propiedades, y así aparecería como un hecho extraño que toda proposición: poseyese una de estas propiedades. Esto no parece ahora ya tan evidente, no más evidente que la proposición »todas las rosas son amarillas o rojas«, aunque fuese verdadera. Así,

ganz den Charakter eines naturwissenschaftlichen Satzes, und dies ist das sichere Anzeichen dafür, daß er falsch aufgefaßt wurde.

6.112 Die richtige Erklärung der logischen Sätze muß ihnen eine einzigartige Stellung unter allen Sätzen geben.

6.113 Es ist das besondere Merkmal der logischen Sätze, daß man am Symbol allein erkennen kann, daß sie wahr sind, und diese Tatsache schließt die ganze Philosophie der Logik in sich. Und so ist es auch eine der wichtigsten Tatsachen, daß sich die Wahrheit oder Falschheit der nichtlogischen Sätze *nicht* am Satz allein erkennen läßt.

6.12 Daß die Sätze der Logik Tautologien sind, das zeigt die formalen –logischen– Eigenschaften der Sprache, der Welt. Daß ihre Bestandteile so verknüpft eine Tautologie ergeben, das charakterisiert die Logik ihrer Bestandteile. Damit Sätze, auf bestimmte Art und Weise verknüpft, eine Tautologie ergeben, dazu müssen sie bestimmte Eigenschaften der Struktur haben. Daß sie *so* verbunden eine Tautologie ergeben, zeigt also, daß sie diese Eigenschaften der Struktur besitzen.

6.1201 Daß z. B. die Sätze » p « und » $\neg p$ « in der Verbindung » $(p \cdot \neg p)$ « eine Tautologie ergeben, zeigt, daß sie einander widersprechen. Daß die Sätze » $p \supset q$ «, » p « und » q « in der Form » $(p \supset q) \cdot (p) : \supset : (q)$ « miteinander verbunden eine Tautologie ergeben, zeigt, daß q aus p und $p \supset q$ folgt. Daß » $(x) \cdot fx : \supset : fa$ « eine Tautologie ist, daß fa aus $(x) \cdot fx$ folgt. etc. etc.

pues, aquella proposición ha tomado el carácter de una proposición científica, y ésta es una señal segura de qué había sido falsamente entendida.

6.112 La correcta explicación de las propiedades lógicas debe darla una posición peculiar entre todas las otras proposiciones.

6.113 La señal característica de las proposiciones lógicas está en que se puede reconocer sólo en el símbolo que son verdaderas o falsas; y este hecho contiene en sí toda la filosofía de la lógica. Y es también uno de los hechos –más importantes que la verdad o la falsedad de las proposiciones no lógicas, no se pueda reconocer sólo en la proposición.

6.12 El hecho de que las proposiciones de la lógica sean tautológicas muestra las propiedades formales –lógicas– del lenguaje, del mundo.

Que sus partes constitutivas así unidas den una tautología caracteriza la lógica de sus partes constitutivas.

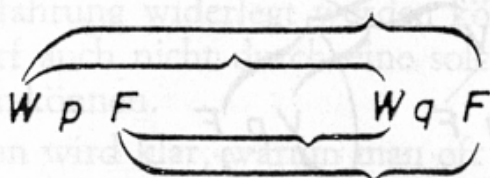
Para que las proposiciones unidas de modo y manera determinados den una tautología, han de tener determinadas propiedades de estructura.

Que *así* unidas den una tautología indica también que poseen estas propiedades de estructura.

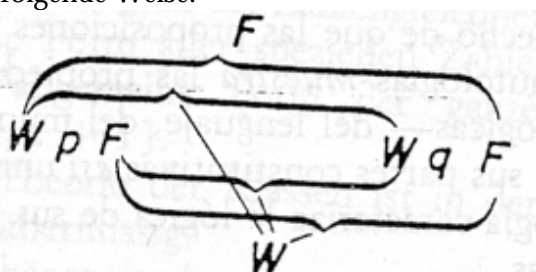
6.1201 Que, por ejemplo, las proposiciones » p « y » $\neg p$ « en la unión » $(p \cdot \neg p)$ « den una tautología, indica que se contradicen entre sí. Que las proposiciones » $p \supset q$ «, » p « y » q « unidas entre sí en la forma » $(p \supset q) \cdot (p) : \supset : (q)$ «, den una tautología, indica que q procede de p y $p \supset q$. Que » $(x) \cdot fx : \supset : fa$ « sea una tautología indica que fa se sigue de $(x) \cdot fx$, etc., etc.

6.1202 Es ist klar, daß man zu demselben Zweck statt der Tautologien auch die Kontradiktionen verwenden könnte.

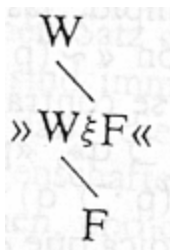
6.1203 Um eine Tautologie als solche zu erkennen, kann man sich, in den Fällen, in welchen in der Tautologie keine Allgemeinheitsbezeichnung vorkommt, folgender anschaulichen Methode bedienen: Ich schreibe statt » p «, » q «, » r « etc. » WpF «, » WqF «, » WrF « etc. Die Wahrheitskombination drücke ich durch Klammern aus. Z. B.:



und die Zuordnung der Wahr- oder Falschheit des ganzen Satzes und der Wahrheitskombinationen der Wahrheitsargumente durch Striche auf folgende Weise:

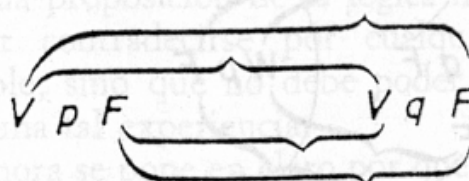


Dies Zeichen würde also z. B. den Satz $p \supset q$ darstellen. Nun will ich z. B. den Satz $\neg(p \cdot \neg p)$ (Gesetz des Widerspruchs) daraufhin untersuchen, ob er eine Tautologie ist. Die Form » $\sim \hat{i}$ « wird in unserer Notation

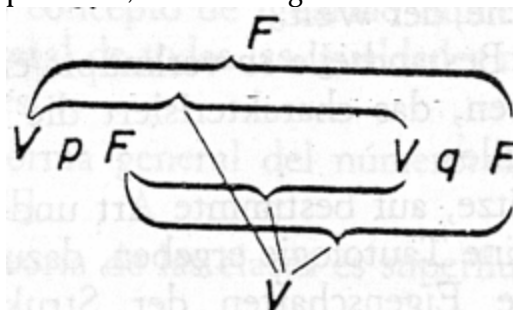


6.1202 Es claro que pueden utilizarse con este fin las contradicciones en lugar de las tautologías.

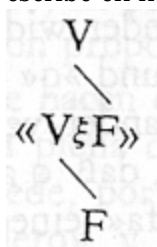
6.1203 Para reconocer una tautología como tal en los casos en que no entra en la tautología el signo de generalidad, podemos usar el siguiente método intuitivo: Escribo » VpF «, » VqF «, » VrF «, etc., en lugar de » p «, » q «, » r «, etc. Expreso las combinaciones de verdad por medio de paréntesis. Por ejemplo:



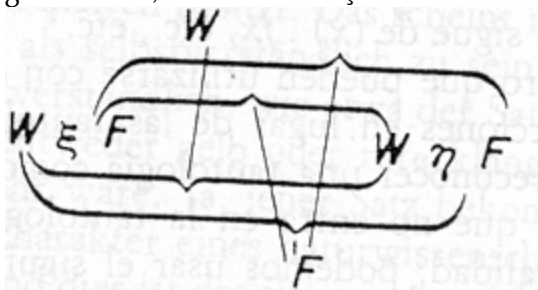
y la coordinación de la verdad o falsedad de toda la proposición con las combinaciones de verdad de los argumentos de verdad, por líneas, del modo siguiente:



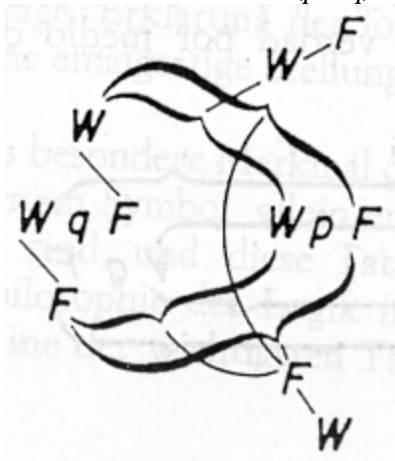
Este signo, por ejemplo, representaría la proposición $p \supset q$. Quiero ahora, por ejemplo, investigar si una proposición como $\neg(p \cdot \neg p)$ (principio de contradicción) es una tautología. La forma » $\sim \hat{i}$ « se escribe en nuestra notación



geschrieben; die Form » $\hat{1} . \zeta$ « so:



Daher lautet der Satz - $(p, - q)$ so:

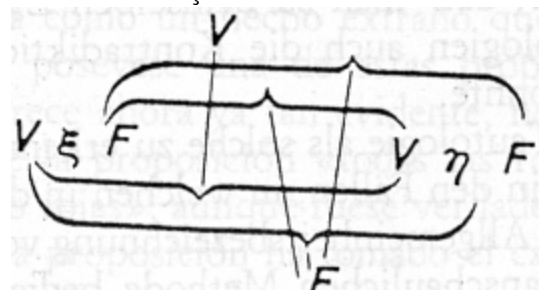


Setzen wir statt » q « » p « ein und untersuchen die Verbindung der äußersten W und F mit den innersten, so ergibt sich, daß die Wahrheit des ganzen Satzes *allen* Wahrheitskombinationen seines Argumentes, seine Falschheit keiner der Wahrheitskombinationen zugeordnet ist.

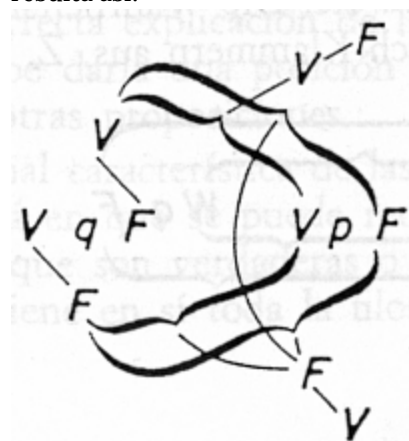
6.121 Die Sätze der Logik demonstrieren die logischen Eigenschaften der Sätze, indem sie sie zu nichtssagenden Sätzen verbinden.

Diese Methode könnte man auch eine Nullmethode nennen. Im logischen Satz werden Sätze miteinander ins Gleichgewicht gebracht und der Zustand des Gleichgewichts zeigt dann an, wie diese Sätze logisch beschaffen sein müssen.

La forma » $\hat{1} . \zeta$ « así:



Por lo tanto, la proposición - $(p, - q)$ resulta así:



Si ponemos » p « en lugar de » q « y examinamos la combinación más externa de las V y de las F con aquella más interna, resulta que la verdad de la proposición entera está coordinada con todas las combinaciones de verdad de sus argumentos; su falsedad con ninguna de las combinaciones de verdad.

6.121 Las proposiciones de la lógica demuestran las propiedades lógicas de las proposiciones que no dicen nada.

A este método se le podría llamar un método cero. En la proposición lógica, las proposiciones se ponen en equilibrio recíproco, y el estado de equilibrio indica cómo deben construirse lógicamente estas proposiciones.

6.122 Daraus ergibt sich, daß wir auch ohne die logischen Sätze auskommen können, da wir ja in einer entsprechenden Notation die formalen Eigenschaften der Sätze durch das bloße Ansehen dieser Sätze erkennen können.

6.1221 Ergeben z. B. zwei Sätze » p « und » q « in der Verbindung » $p \supset q$ « eine Tautologie, so ist klar, daß q aus p folgt.

Daß z. B. » q « aus » $p \supset q$. p « folgt, ersehen wir aus diesen beiden Sätzen selbst, aber wir können es auch so zeigen, indem wir sie zu » $p : \supset q$. $p : \supset : q$ « verbinden und nun zeigen, daß dies eine Tautologie ist.

6.1222 Dies wirft ein Licht auf die Frage, warum die logischen Sätze nicht durch die Erfahrung bestätigt werden können, ebenso wenig, wie sie durch die Erfahrung widerlegt werden können. Nicht nur muß ein Satz der Logik durch keine mögliche Erfahrung widerlegt werden können, sondern er darf auch nicht durch eine solche bestätigt werden können.

6.1223 Nun wird klar, warum man oft fühlte, als wären die »logischen Wahrheiten« von uns zu »fordern«. Wir können sie nämlich insofern fordern, wir eine genügende Notation fordern können.

6.1224 Es wird jetzt auch klar, warum die Logik die Lehre von den Formen und vom Schließen genannt wurde.

6.123 Es ist klar: Die logischen Gesetze dürfen nicht selbst wieder logischen Gesetzen unterstehen.

(Es gibt nicht, wie Russell meinte, für jede »Type« eigenes Gesetz des Widerspruches, sondern Eines genügt, da es auf sich selbst nicht anwendet wird.)

6.122 De aquí resulta que podríamos también pasar sin las proposiciones lógicas, ya que en una notación correspondiente podríamos reconocer las propiedades formales de las proposiciones por una simple inspección.

6.1221 Si, por ejemplo, dos proposiciones, » p « y » q «, dan una tautología en la conexión » $p \supset q$ «, entonces es claro que q se sigue de p .

Que, por ejemplo, » q « se siga de » $p \supset q$. p « lo vemos de estas dos mismas proposiciones; pero lo podíamos indicar también así: uniéndolas a » $p \supset q$. $p : \supset q$ « y mostrando que esto es una tautología.

6.1222 Esto arroja luz sobre la cuestión de por qué las proposiciones lógicas no pueden ser confirmadas por la experiencia, lo mismo que contradecirlas la experiencia.

Una proposición de la lógica no sólo no debe poder contradecirse por cualquier experiencia posible, sino que no debe poder ser confirmada por una tal experiencia.

6.1223 Ahora se pone en claro por qué se siente a menudo que las »verdades lógicas« deben ser »postuladas« por nosotros: nosotros podemos, efectivamente, postularlas en cuanto podemos postular una adecuada notación.

6.1224 Y se pone también en claro por qué se ha llamado a la lógica la teoría de las formas y de la inferencia.

6.123 Es claro que las leyes de la lógica no pueden a su vez obedecer a las leyes de la lógica.

(No hay, como pensaba Russell, para cada »tipo« un principio particular de contradicción; uno basta, ya que no es aplicable a sí mismo.)

6.1231 Das Anzeichen des logischen Satzes ist *nicht* die Allgemeingültigkeit.

Allgemein sein, heißt ja nur: Zufälligerweise für alle Dinge gelten. Ein unverallgemeinerter Satz kann ja ebensowohl tautologisch sein als ein verallgemeinerter.

6.1232 Die logische Allgemeingültigkeit könnte man wesentlich nennen, im Gegensatz zu jener zufälligen, etwa des Satzes »alle Menschen sind sterblich«. Sätze, wie Russells »*Axiom of reducibility*« sind nicht logische Sätze, und dies erklärt unser Gefühl: Daß sie, wenn wahr, so doch nur durch einen günstigen Zufall wahr sein könnten.

6.1233 Es läßt sich eine Welt denken, in der das Axiom of reducibility nicht gilt. Es ist aber klar, daß die Logik nichts mit der Frage zu schaffen hat, ob unsere Welt wirklich so ist oder nicht.

6.124 Die logischen Sätze beschreiben das Gerüst der Welt, oder vielmehr, sie stellen es dar. Sie »handeln« von nichts. Sie setzen voraus, daß Namen Bedeutung, und Elementarsätze Sinn haben: Und dies ist ihre Verbindung mit der Welt. Es ist klar, daß es etwas über die Welt anzeigen muß, daß gewisse Verbindungen von Symbolen –welche wesentlich einen bestimmten Charakter haben- Tautologien sind. Hierin liegt das Entscheidende. Wir sagten, manches an den Symbolen, die wir gebrauchen, wäre willkürlich, manches nicht. In der Logik drückt nur dieses aus: Das heißt aber, in der Logik drücken nicht wir mit Hilfe der Zeichen aus, was wir wollen, sondern in der Logik sagt die Natur der naturnotwendigen Zeichen selbst aus: Wenn wir die logische Syntax irgendeiner Zeichensprache kennen, dann sind bereits alle Sätze der Logik gegeben.

6.1231 La característica de las proposiciones lógicas *no* es su validez general.

Ser general significa, pues, solo valer de modo accidental para todas las cosas. Una proposición no generalizada puede ser tautológica tanto cuanto una generalizada.

6.1232 La validez lógica general podría llamarse esencial en contraposición a la accidental; por ejemplo: la de la proposición «todos los hombres son mortales». Propositiones como el «Axioma de reducibilidad» de Russell no son proposiciones lógicas, y esto explica nuestro sentimiento de que aunque fuesen verdaderas sólo podrían serlo por una feliz casualidad.

6.1233 Se puede pensar un mundo en el cual el axioma de reducibilidad no sea válido. Pero es claro que la lógica no tiene nada que ver con la cuestión de si nuestro mundo es realmente así o no.

6.124 Las proposiciones lógicas describen la armazón del mundo o, mejor, la presentan. No «tratan» de nada, presuponen que los nombres tienen significado, y las proposiciones elementales, sentido; y ésta es su conexión con el mundo. Es claro que debe manifestar algo sobre el mundo el hecho de que resulten tautologías de uniones de símbolos, que tienen esencialmente un carácter determinado. Este es el punto decisivo. Decimos que en los símbolos que utilizamos algunas cosas son arbitrarias y otras no. La lógica expresa solamente esto último; pero esto significa que en lógica *nosotros* no expresamos por medio de los signos lo que queremos, sino que en lógica habla la naturaleza misma de los signos esencialmente necesarios. Si nosotros conocemos la sintaxis lógica de un lenguaje de signos cualquiera, entonces todas las proposiciones de la lógica están ya dadas.

6.125 Es ist möglich, und zwar auch nach der alten Auffassung der Logik, von vornherein eine Beschreibung aller »wahren« logischen Sätze zu geben.

6.1126 Darum kann es in der Logik auch *nie* Überraschungen geben.

6.126 Ob ein Satz der Logik angehört, kann man berechnen, indem man die logischen Eigenschaften des *Symbols* berechnet.

Und dies tun wir, wenn wir einen logischen Satz »beweisen«. Denn, ohne uns um einen Sinn und eine Bedeutung zu kümmern, bilden wir den logischen Satz aus anderen nach bloßen *Zeichenregeln*.

Der Beweis der logischen Sätze besteht darin, daß wir sie aus anderen logischen Sätzen durch successive Anwendung gewisser Operationen entstehen lassen, die aus den ersten immer wieder Tautologien erzeugen. (Und zwar *folgen* aus einer Tautologie nur Tautologien.)

Natürlich ist diese Art zu zeigen, daß ihre Sätze Tautologien sind, der Logik durchaus unwesentlich. Schon darum, weil die Sätze, von welchen der Beweis ausgeht, ja ohne Beweis zeigen müssen, daß sie Tautologien sind.

6.1261 In der Logik sind Prozeß und Resultat äquivalent. (Darum keine Überraschung.)

6.1262 Der Beweis in der Logik ist nur ein mechanisches Hilfsmittel zum leichteren Erkennen der Tautologie, wo sie kompliziert ist.

6.125 Es posible también, según la vieja concepción de la lógica, dar de antemano una descripción de todas las «verdaderas» proposiciones lógicas.

6.1251 Por lo tanto, en lógica *jamás* puede haber sorpresas.

6.126 Es posible calcular si una proposición pertenece a la lógica calculando las propiedades lógicas del *símbolo*.

Y esto hacemos cuando «probamos» una proposición lógica. Pues sin preocuparnos del sentido y significado formamos la proposición lógica desde otras, según meras *reglas simbólicas*.

La prueba de una proposición lógica consiste en esto; en obtenerla de otras proposiciones lógicas por la aplicación sucesiva de ciertas operaciones con las cuales se continúa obteniendo de las primeras proposiciones nuevas tautologías. (Pues de una tautología solo tautologías se *siguen*.)

Naturalmente, este modo de manifestar que sus proposiciones son tautológicas, no es esencial a la lógica. Y es así por esta razón, porque las proposiciones de las cuales comienza la prueba deben indicar, sin pruebas, que son tautologías.

6.1261 En lógica, proceso y resultado son equivalentes. (No caben, pues, sorpresas.)

6.1262 La prueba en lógica es sólo un expediente mecánico para facilitar el reconocimiento de la tautología, cuando es complicada.

6.1263 Es wäre ja auch zu merkwürdig, wenn man einen sinnvollen Satz *logisch* aus anderen beweisen könnte, und einen logischen Satz *auch*. Es ist von vornherein klar daß der logische Beweis eines sinnvollen Satzes und der Beweis in der Logik zwei ganz verschiedene Dinge sein müssen.

6.1264 Der sinnvolle Satz sagt etwas aus, und sein Beweis zeigt, daß es so ist; in der Logik ist jeder Satz die Form eines Beweises.

Jeder Satz der Logik ist ein in Zeichen dargestellter *modus ponens*. (Und den *modus ponens* kann man nicht durch einen Satz ausdrücken.)

6.1265 Immer kann man die Logik so auffassen, daß jeder Satz sein eigener Beweis ist.

6.127 Alle Sätze der Logik sind gleichberechtigt, es gibt unter ihnen nicht wesentlich Grundgesetze und abgeleitete Sätze.

Jede Tautologie zeigt selbst, daß sie eine Tautologie ist.

6.1271 Es ist klar, daß die Anzahl der »logischen Grundgesetze« willkürlich ist, denn man könnte die Logik ja aus Einem Grundgesetz ableiten, indem man einfach z. B. aus Freges Grundgesetzen das logische Produkt bildet. (Frege würde vielleicht sagen, daß dieses Grundgesetz nun nicht mehr unmittelbar einleuchte. Aber es ist merkwürdig, daß ein so exakter Denker wie Frege sich auf den Grad des Einleuchtens als Kriterium des logischen Satzes berufen hat.)

6.13 Die Logik ist keine Lehre, sondern ein Spiegelbild der Welt.

Die Logik ist transcendental.

6.2 Die Mathematik ist eine logische Methode.

6.1263 Sería, sin duda, sorprendente que se pudiese probar *lógicamente* una proposición con significado por otra, y *también* una proposición lógica. Es claro de antemano que la prueba lógica de una proposición con significado y la prueba *en* lógica deben ser dos cosas por completo diferentes.

6.1264 La proposición con significado dice algo, y su prueba muestra que esto es así; en lógica toda proposición es la forma de una prueba.

Toda proposición de lógica es un *modus ponens* presentado en signos. (Y el *modus ponens* no puede ser expresado por una proposición.)

6.1265 La lógica se puede concebir siempre de tal modo que cada proposición sea su propia prueba.

6.127 Todas las proposiciones de la lógica tienen igual dignidad. No hay ningunas de ellas que sean proposiciones primitivas por esencia y otras derivadas.

Toda tautología muestra por sí-misma que es una tautología.

6.1271 Es claro que el número de »proposiciones lógicas primitivas« es arbitrario, pues se puede deducir la lógica de una sola proposición primitiva, formando, por ejemplo, el producto lógico de las proposiciones primitivas de Frege. (Frege diría, quizá, que esta proposición primitiva no era del modo más inmediato evidente, pero es extraño que un pensador tan exacto como Frege tenga que recurrir al grado de evidencia como criterio de la proposición lógica.)

6.13 La lógica no es una doctrina, sino un reflejo del mundo.

La lógica es transcendental.

6.2 La matemática es un método lógico.

Die Sätze der Mathematik sind Gleichungen, also Scheinsätze.

6.21 Der Satz der Mathematik drückt keinen Gedanken aus.

6.211 Im Leben ist es ja nie der mathematische Satz, den wir brauchen, sondern wir benützen den mathematischen Satz *nur*, um aus Sätzen, welche nicht der Mathematik angehören, auf andere zu schließen, welche gleichfalls nicht der Mathematik angehören.

(In der Philosophie führt die Frage »wozu gebrauchen wir eigentlich jenes Wort, jenen Satz« immer wieder zu wertvollen Einsichten.)

6.22 Die Logik der Welt, die die Sätze der Logik in den Tautologien zeigen, zeigt die Mathematik in den Gleichungen.

6.23 Wenn zwei Ausdrücke durch das Gleichheitszeichen verbunden werden, so heißt das, sie sind durch einander ersetzbar. Ob dies aber der Fall ist, muß sich an den beiden Ausdrücken selbst zeigen.

Es charakterisiert die logische Form zweier Ausdrücke, daß sie durch einander ersetzbar sind.

6.231 Es ist eine Eigenschaft der Bejahung, daß man sie als doppelte Verneinung auffassen kann.

Es ist eine Eigenschaft von » $1+1+1+1$ «, daß man es als » $(1+1)+(1+1)$ « auffassen kann.

6.232 Frege sagt, die beiden Ausdrücke haben dieselbe Bedeutung, aber verschiedenen Sinn.

Las proposiciones de la matemática son ecuaciones, y, por consiguiente, pseudo-proposiciones.

6.21 Las proposiciones matemáticas no expresan ningún pensamiento.

6.211 No es, pues, nunca, en la vida, una proposición matemática lo que nosotros necesitamos, sino que utilizamos las proposiciones matemáticas *sólo* para inferir de proposiciones que no pertenecen a la matemática otras proposiciones, las cuales, igualmente, no pertenecen a las matemáticas.

(En filosofía, la cuestión «¿Con qué fin usamos propiamente tal palabra, tal proposición? », lleva siempre a resultados valiosos.)

6.22 La lógica del mundo, que en las proposiciones de la lógica aparece en tautologías, aparece en matemáticas en ecuaciones.

6.23 Si dos expresiones están unidas por el signo de igualdad, esto significa que puede sustituirse la una por la otra. Pero si éste es el caso, ambas expresiones deben mostrarlo por sí mismas.

Es característico de la forma lógica de dos expresiones que sean recíprocamente sustituibles.

6.231 Es una propiedad de la afirmación que se la pueda concebir como una negación doble.

Es una propiedad de » $1+1+1+1$ «, que pueda ser concebido como » $(1+1)+(1+1)$ «.

6.232 Frege dice que las dos expresiones tienen el mismo significado, pero distinto sentido.

Das Wesentliche an der Gleichung ist aber, daß sie nicht notwendig ist, um zu zeigen, daß die beiden Ausdrücke, die das Gleichheitszeichen verbindet, dieselbe Bedeutung haben, da sich dies aus den beiden Ausdrücken selbst ersehen läßt.

6.2321 Und, daß die Sätze der Mathematik bewiesen werden können, heißt ja nichts anderes, als daß ihre Richtigkeit einzusehen ist, ohne daß das, was sie ausdrücken, selbst mit den Tatsachen auf seine Richtigkeit hin verglichen werden muß.

6.2322 Die Identität der Bedeutung zweier Ausdrücke läßt sich nicht *behaupten*. Denn um etwas von ihrer Bedeutung behaupten zu können, muß ich ihre Bedeutung kennen: und indem ich ihre Bedeutung kenne, weiß ich, ob sie dasselbe oder verschiedenes bedeuten.

6.2323 Die Gleichung kennzeichnet nur den Standpunkt, von welchem ich die beiden Ausdrücke betrachte, nämlich vom Standpunkte ihrer Bedeutungsgleichheit.

6.233 Die Frage, ob man zur Lösung der mathematischen Probleme die Anschauung brauche, muß dahin beantwortet werden, daß eben die Sprache hier die nötige Anschauung liefert.

6.2331 Der Vorgang des *Rechnens* vermittelt eben diese Anschauung.
Die Rechnung ist kein Experiment.

6.234 Die Mathematik ist eine Methode der Logik.

6.2341 Das Wesentliche der mathematischen Methode ist es, mit Gleichungen zu arbeiten. Auf dieser Methode beruht es nämlich, daß jeder Satz der Mathematik sich von selbst verstehen muß.

Pero lo esencial en la ecuación consiste en que no es necesaria para indicar que ambas expresiones, que están unidas por el signo de igualdad, tienen el mismo significado: pues esto puede percibirse de las dos expresiones por sí mismas.

6.2321 Y que las proposiciones de las matemáticas puedan probarse, no significa otra cosa que su exactitud es reconocible sin necesidad de comparar, con los hechos, en cuanto a su exactitud, lo que ellas expresan.

6.2322 La identidad del significado de dos expresiones no puede ser *aseverada*. Pues para poder afirmar algo sobre su significado debo conocer su significado, y si lo conozco, entonces sé si significan la misma o distinta cosa.

6.2323 La ecuación caracteriza sólo el punto de vista desde el cual considero las dos expresiones, es decir, el punto de vista de su igualdad de significado.

6.233 A la cuestión de si tenemos necesidad de la intuición para resolver los problemas matemáticos, se debe responder que en este caso el lenguaje mismo ofrece la intuición necesaria.

6.2331 El proceso del *cálculo* proporciona precisamente esta intuición.
El cálculo no es un experimento.

6.234 La matemática es un método de la lógica.

6.2341 Lo esencial del método matemático consiste en trabajar con ecuaciones. De este método depende, en efecto, que toda proposición matemática pueda entenderse por sí misma.

6.24 Die Methode der Mathematik, zu ihren Gleichungen zu kommen, ist die Substitutionsmethode. Denn die Gleichungen drücken die Ersetzbarkeit zweier Ausdrücke aus, und wir schreiten von einer Anzahl von Gleichungen zu neuen Gleichungen vor, indem wir, den Gleichungen entsprechend, Ausdrücke durch andere ersetzen.

6.241 So lautet der Beweis des Satzes $2 \times 2 = 4$:

$$\begin{aligned} (\dot{U}^v)^{i'} x &= \dot{U}^{vx} i' x \text{ Def.} \\ \dot{U}^{2x2} x &= (\dot{U}^2)^{2'} x = (\dot{U}^2)^{1+1'} x = \dot{U}^{2'} \dot{U}^{2'} x = \dot{U}^{1+1'} \dot{U}^{1+1'} x \\ &= (\dot{U}^1 \dot{U}^1)' (\dot{U}^1 \dot{U}^1)' x = \dot{U}^1 \dot{U}^1 \dot{U}^1 \dot{U}^1 x = \dot{U}^{1+1+1+1'} x \\ &= \dot{U}^{4'} x. \end{aligned}$$

6.3 Die Erforschung der Logik bedeutet die Erforschung *aller Gesetzmäßigkeit*. Und außerhalb der Logik ist alles Zufall.

6.31 Das sogenannte Gesetz der Induktion kann jedenfalls kein logisches Gesetz sein, denn es ist offenbar ein sinnvoller Satz. – Und darum kann es auch kein Gesetz *a priori* sein.

6.32 Das Kausalitätsgesetz ist kein Gesetz, sondern die Form eines Gesetzes.

6.321 »Kausalitätsgesetz«, das ist ein Gattungsname. Und wie es in der Mechanik, sagen wir, Minimum-Gesetze gibt, -etwa der kleinsten Wirkung- so gibt es in der Physik Kausalitätsgesetze, Gesetze von der Kausalitätsform.

6.3211 Man hat ja auch davon eine Ahnung gehabt, daß es ein »Gesetz der kleinsten Wirkung« geben müsse, ehe man genau wußte, wie es lautete. (Hier, wie immer, stellt sich das *a priori* Gewisse als etwas rein Logisches heraus.)

6.24 El método por el cual la matemática obtiene sus ecuaciones es el método de sustitución.

Pues las ecuaciones expresan la sustituibilidad de dos expresiones, y nosotros procedemos de un número dado de ecuaciones a otras nuevas ecuaciones, sustituyendo las expresiones por otras, de acuerdo con las ecuaciones.

6.241 Así, la prueba de la proposición $2 \times 2 = 4$ es la siguiente:

$$\begin{aligned} (\dot{U}^v)^{i'} x &= \dot{U}^{vx} i' x \text{ Def.} \\ \dot{U}^{2x2} x &= (\dot{U}^2)^{2'} x = (\dot{U}^2)^{1+1'} x = \dot{U}^{2'} \dot{U}^{2'} x = \dot{U}^{1+1'} \dot{U}^{1+1'} x \\ &= (\dot{U}^1 \dot{U}^1)' (\dot{U}^1 \dot{U}^1)' x = \dot{U}^1 \dot{U}^1 \dot{U}^1 \dot{U}^1 x = \dot{U}^{1+1+1+1'} x \\ &= \dot{U}^{4'} x. \end{aligned}$$

6.3 La investigación lógica significa la investigación de toda regularidad. Y fuera de la lógica todo es casual.

6.31 La llamada ley de inducción no puede en ningún caso ser una ley lógica, pues es, visiblemente, una proposición con significado. Por consiguiente, no puede ser una ley *a priori*.

6.32 La ley de causalidad no es una ley, sino la forma de una ley*.

6.321 La «ley de causalidad» es un nombre de clase, y lo mismo que en mecánica hay, por ejemplo, las leyes del minimum –tales como la ley de la acción mínima–, así, en física, hay leyes de causalidad, leyes de la forma de causalidad.

6.3211 Los hombres tienen de hecho la idea de que debe haber una «ley de la mínima acción», incluso antes de saber exactamente cómo sería. (Aquí como siempre, aquello que es cierto *a priori* resulta algo puramente lógico.)

* Es decir, no la forma de una ley particular, sino una cierta clase de ley. (Nota de Bertrand Russell.)

6.33 Wir *glauben* nicht a priori an ein Erhaltungsgesetz, sondern wir *wissen* a priori die Möglichkeit einer logischen Form.

6.34 Alle jene Sätze, wie der Satz vom Grunde, von der Kontinuität in der Natur, vom kleinsten Aufwande in der Natur etc. etc., alle diese sind Einsichten a priori über die mögliche Formgebung der Sätze der Wissenschaft.

6.341 Die Newtonsche Mechanik z. B. bringt die Weltbeschreibung auf eine einheitliche Form. Denken wir uns eine weiße Fläche, auf der unregelmäßige schwarze Flecken Urären. Wir sagen nun: Was für ein Bild immer hierdurch entsteht, immer kann ich seiner Beschreibung beliebig nahe kommen, indem ich die Fläche mit einem entsprechend feinen quadratischen Netzwerk bedecke und nun von jedem Quadrat sage, daß es weiß oder schwarz ist. Ich werde auf diese Weise die Beschreibung der Fläche auf eine einheitliche Form gebracht haben. Diese Form ist beliebig, denn ich hätte mit dem gleichen Erfolge ein Netz aus dreieckigen oder sechseckigen Maschen verwenden können. Es kann sein, daß die Beschreibung mit Hilfe eines Dreiecks-Netzes einfacher geworden wäre; das heißt, daß wir die Fläche mit einem größeren Dreiecks-Netz genauer beschreiben könnten als mit einem feineren quadratischen (oder umgekehrt) usw. Den verschiedenen Netzen entsprechen verschiedene Systeme der Weltbeschreibung. Die Mechanik bestimmt eine Form der Weltbeschreibung, indem sie sagt: Alle Sätze der Weltbeschreibung müssen aus einer Anzahl gegebener Sätze – den mechanischen Axiomen – auf eine gegebene Art und Weise erhalten werden. Hierdurch liefert sie die Bausteine zum Bau des wissenschaftlichen Gebäudes und sagt:

6.33 Nosotros no *creemos a priori* en una ley de conservación, pero *conocemos* a priori la posibilidad de una forma lógica.

6.34 Todas las proposiciones tales como el principio de razón, la ley de la continuidad de la naturaleza, del mínimo de gasto en la naturaleza, etcétera, etc., todas son intuiciones a priori acerca de las posibles formas que se podrían dar a las proposiciones de la ciencia.

6.341 La mecánica newtoniana, por ejemplo, reduce la descripción del universo a una forma unitaria. Imaginémonos una superficie blanca con manchas negras irregulares. Digamos: Cualquier clase de figura que resulte puedo siempre aproximarla, tanto cuanto quiera, a su descripción si cubro la superficie con una malla reticular suficientemente fina, diciendo de cada cuadrícula que es blanca o negra. Habré reducido así la descripción de la superficie a una forma unitaria. Esta forma es arbitraria, pues yo hubiese podido aplicar con igual éxito una malla con aberturas triangulares o hexagonales. Pudiera ocurrir que la descripción hecha con una malla triangular fuese más sencilla; esto quiere decir que con una malla triangular más gruesa podríamos describir la superficie más exactamente que con una cuadrangular más fina, o al revés, y así sucesivamente.

A las diferentes mallas corresponden diversos sistemas de descripción del universo. La mecánica determina una forma de descripción diciendo: todas las proposiciones de la descripción del mundo deben obtenerse de un modo dado por un número dado de proposiciones –los axiomas de la mecánica–. Proporciona los ladrillos para construir el edificio de la ciencia y dice: cualquier edificio que tú quisieras levantar lo debes construir siempre con estos y solo con estos ladrillos.

Welches Gebäude immer du aufführen willst, jedes mußt du irgendwie mit diesen und nur diesen Bausteinen zusammenbringen.

(Wie man mit dem Zahlensystem jede beliebige Anzahl, so muß man mit dem System der Mechanik jeden beliebigen Satz der Physik hinschreiben können.)

6.342 Und nun sehen wir die gegenseitige Stellung von Logik und Mechanik. (Man könnte das Netz auch aus verschiedenartigen Figuren etwa aus Dreiecken und Sechsecken bestehen lassen.) Daß sich ein Bild, wie das vorhin erwähnte, durch ein Netz von gegebener Form beschreiben läßt, sagt über das Bild *nichts* aus. (Denn dies gilt für jedes Bild dieser Art.) Das aber charakterisiert das Bild, daß es sich durch ein bestimmtes Netz von *bestimmter* Feinheit *vollständig* beschreiben läßt.

So auch sagt \mathfrak{A} nichts über die Welt aus, daß sie sich durch die Newtonsche Mechanik beschreiben läßt; wohl aber, daß sie sich so durch jene beschreiben läßt, wie dies eben der Fall ist. Auch das sagt etwas über die Welt, daß sie sich durch die eine. Mechanik einfacher beschreiben läßt als durch die andere.

6.343 Die Mechanik ist ein Versuch, alle *wahren* Sätze, die wir zur Weltbeschreibung brauchen, nach Einem Plane zu konstruieren.

6.3431 Durch den ganzen logischen Apparat hindurch sprechen die physikalischen Gesetze doch von den Gegenständen der Welt.

6.3432 Wir dürfen nicht vergessen, daß die Weltbeschreibung durch die Mechanik immer die ganz allgemeine ist. Es ist in ihr z.B. nie von *bestimmten* materiellen Punkten die Rede, sondern immer nur von *irgendwelchen*.

(Lo mismo que con el sistema de los números se debe ser capaz de escribir arbitrariamente cualquier número, así con el sistema de la mecánica se debe poder escribir arbitrariamente cualquier proposición de la física.)

6.342 Ahora vemos la recíproca posición de la lógica y la mecánica. (Se podría construir la malla con figuras de diferentes clases; por ejemplo, con triángulos y hexágonos.) Que una figura como la arriba citada se pueda describir por una malla de una forma dada no dice *nada* sobre la figura misma. (Pues esto es válido para todas las figuras de esta clase.) Pero *aquello* que caracteriza a la figura-es el hecho de que se la pueda describir *completamente* con una determinada malla de *determinada* finura.

Así, pues, nada dice acerca del universo que se le pueda describir por la mecánica newtoniana; pero sí dice algo que se le pueda describir así como de hecho se le describe. Y también dice algo sobre el mundo que se le pueda describir más sencillamente por una mecánica que por otra.

6.343 La mecánica es un intento de construir según un plan único todas las proposiciones *verdaderas* que se necesitan para la descripción del mundo.

6.3431 A través de su completo aparato lógico, las leyes físicas hablan aún de los objetos del mundo.

6.3432 No debemos olvidar que la descripción del mundo por la mecánica es siempre completamente general. No se habla nunca de puntos materiales *determinados*, sino sólo de algunos puntos *cualesquiera*.

6.35 Obwohl die Flecke in unserem Bild geometrische Figuren sind, so kann doch selbstverständlich die Geometrie gar nichts über ihre tatsächliche Form und Lage sagen. Das Netz aber ist *rein* geometrisch, alle seine Eigenschaften können *a priori* angegeben werden.
Gesetze, wie der Satz vom Grunde, etc., handeln vom Netz, nicht von dem, was das Netz beschreibt.

6.36 Wenn es ein Kausalitätsgesetz gäbe, so könnte es lauten: »Es gibt Naturgesetze«. Aber freilich kann man das nicht sagen: es zeigt sich.

6.361 In der Ausdrucksweise Hertz's könnte man sagen: Nur *gesetzmäßige* Zusammenhänge sind *denkbar*.

6.3611 Wir können keinen Vorgang mit dem »Ablauf der Zeit« vergleichen –diesen gibt es nicht-, sondern nur mir einem anderen Vorgang (etwa mit dem Gang des Chronometers).

Daher ist .die Beschreibung des zeitlichen Verlaufs nur so möglich, daß wir uns auf einen anderen Vorgang stützen.

Ganz Analoges gilt für den Raum. Wo man z.B. sagt, es könne keines von zwei Ereignissen (die sich gegenseitig ausschließen) eintreten, weil *keine Ursache* vorhanden sei, warum das eine eher als das andere eintreten solle, da handelt es sich in Wirklichkeit darum, daß man gar nicht *eines* der beiden Ereignisse beschreiben kann, wenn nicht irgendeine Asymmetrie vorhanden ist. Und *wenn* eine solche Asymmetrie vorhanden ist, so können wir diese als *Ursache* des Eintreffens des einen Und Nicht-Eintreffens des anderen auffassen.

6.35 Por cuanto en nuestra figura las manchas son figuras geométricas, la geometría no puede evidentemente decir nada sobre su forma y posición efectivas. Pero la malla es *puramente* geométrica, y todas sus propiedades pueden darse *a priori*.

Leyes como el principio de razón, etc., tratan de la malla y no de lo que la malla describe.

6.36 Si hubiese una ley de causalidad, podría decir se así: «Hay leyes naturales.»

Pero no se puede, naturalmente, decir: se muestra.

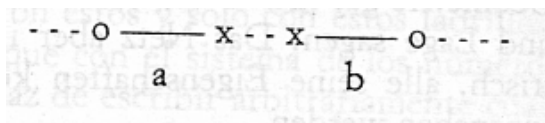
6.361 En la terminología de Hertz se podría decir: Sólo conexiones *regulares son pensables*.

6.3611 No se puede comparar un proceso con el «transcurso del tiempo» -tal cosa no existe-, sino sólo con otro proceso (tal que la marcha del cronómetro).

Por lo tanto, la descripción del proceso temporal sólo es posible en cuanto lo refiramos a otro proceso.

Esto es exactamente análogo para el espacio. Cuando, por ejemplo, se dice que de dos acontecimientos que se excluyen recíprocamente ninguno de los dos puede ocurrir, porque no hay *ninguna* causa, por la cual deba ocurrir uno mejor que el otro. En realidad, somos incapaces de describir uno de los dos acontecimientos si no se da una cierta clase de asimetría. Y si hay tal asimetría, podemos considerarla como la *causa* del acontecer del uno y del no acontecer del otro.

6.36111 Das Kantsche Problem von der rechten und linken Hand, die man nicht zur Deckung bringen kann, besteht schon in der Ebene, ja im eindimensionalen Raum, wo die beiden kongruenten Figuren a und b auch nicht zur Deckung gebracht werden können, ohne aus diesem Raum



herausbewegt zu werden. Rechte und linke Hand sind tatsächlich vollkommen kongruent. Und daß man sie nicht zur Deckung bringen kann, hat damit nichts zu tun.

Den rechten Handschuh könnte man an die linke Hand ziehen, wenn man ihn im vierdimensionalen Raum umdrehen könnte.

6.362 Was sich beschreiben läßt, das kann auch geschehen, und was das Kausalitätsgesetz ausschliessen soll, das läßt sich auch nicht beschreiben.

6.363 Der Vorgang der Induktion besteht darin, daß wir das *einfachste* Gesetz annehmen, das mit unseren Erfahrungen in Einklang zu bringen ist.

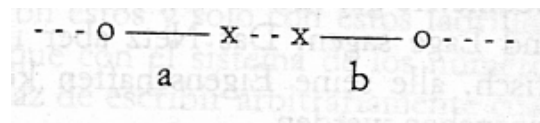
6.3631 Dieser Vorgang hat aber keine logische, sondern nur eine psychologische Begründung.

Es ist klar, daß kein Grund vorhanden ist, zu glauben, es werde nun auch wirklich der einfachste Fall eintreten.

6.36311 Daß die Sonne morgen aufgehen wird, ist eine Hypothese; und das heißt: wir *wissen* nicht, ob sie aufgehen wird.

6.37 Einen Zwang, nach dem Eines geschehen müßte, weil etwas anderes geschehen ist, gibt es nicht. Es gibt nur eine *logische* Notwendigkeit.

6.36111 El problema kantiano de la mano derecha y de la mano izquierda, que no se puede hacer que coincidan superponiéndolas, se da ya en el plano, aunque siempre en el espacio unidimensional, en el que dos figuras congruentes, a y b, no pueden coincidir sin sacarlas fuera de su espacio,



La mano derecha y la izquierda son en realidad completamente congruentes, y el hecho de que no se puedan hacer coincidir no tiene nada que ver con ello.

Se podría meter el guante derecho en la mano izquierda si fuese posible darle la vuelta en un espacio cuatridimensional.

6.362 Lo que se puede describir también puede ocurrir, y lo que está excluido por la ley de la causalidad no puede describirse.

6.363 El proceso de inducción consiste en admitir la ley *más simple* que pueda armonizarse con nuestra experiencia.

6.3631 Este proceso, pues, no tiene fundamentación lógica, sino sólo psicológica.

Es claro que no hay ningún fundamento para creer que realmente acontezca el acontecimiento más simple.

6.36311 Que el sol amanezca mañana es una hipótesis: y esto significa que no *sabemos* si amanecerá.

6.37 No existe la necesidad de que una cosa deba acontecer porque otra haya acontecido; hay sólo una necesidad lógica.

6.371 Der ganzen modernen Weltanschauung liegt die Täuschung zugrunde, daß die sogenannten Naturgesetze die Erklärungen der Naturerscheinungen seien.

6.372 So bleiben sie bei den Naturgesetzen als bei etwas Unantastbarem stehen, wie die älteren bei Gott und dem Schicksal.

Und sie haben ja beide Recht, und Unrecht. Die Alten sind allerdings insofern klarer, als sie einen klaren Abschlug anerkennen, während es bei dem neuen System scheinen soll, als sei alles erklärt.

6.373 Die Welt ist unabhängig von meinem Willen.

6.374 Auch wenn alles, was wir wünschen, geschähe, so wäre dies doch nur, sozusagen, eine Gnade des Schicksals, denn es ist kein *logischer* Zusammenhang zwischen Willen und Welt, der dies verbürgte, und den angenommenen physikalischen Zusammenhang könnten wir doch nicht selbst wieder wollen.

6.375 Wie es nur eine *logische* Notwendigkeit gibt, so gibt es auch nur eine *logische* Unmöglichkeit.

6.3751 Daß z.B. zwei Farben zugleich an einem Ort des Gesichtsfeldes sind, ist unmöglich und zwar logisch unmöglich, denn es ist durch die logische Struktur der Farbe ausgeschlossen.

Denken wir daran, wie sich d in der Physik Teilchen nicht digkeiten haben zu gleicher Zeit zwei Geschwindigkeiten haben kann; das heißt, daß es nicht zu gleicher Zeit an zwei Orten sein kann; das heißt, daß Teilchen an verschiedenen Orten zu Einer Zeit nicht identisch sein können.

6.371 A la base de toda la moderna concepción del mundo está la ilusión de que las llamadas leyes naturales sean la explicación de los fenómenos naturales.

6.372 Así, los modernos confían en las leyes naturales como en algo inviolable, lo mismo que los antiguos en Dios y en el destino.

Y ambos tienen razón y no la tienen; pero los antiguos eran aún más claros, en cuanto reconocían un límite preciso, mientras que el sistema moderno quiere aparentar que *todo* está explicado.

6.373 El mundo es independiente de mi voluntad.

6.374 Aunque todo lo que deseáramos ocurriese, esto sería solamente, por así decirlo, una merced de la suerte, pues no hay conexión lógica entre voluntad y mundo que pueda garantizar tal cosa, ni nosotros podríamos a su vez querer esta supuesta conexión física.

6.375 Lo mismo que sólo hay una necesidad lógica, así sólo hay una imposibilidad lógica.

6.3751 Que dos colores, por ejemplo, se encuentren simultáneamente en un punto del campo visual, es imposible, lógicamente imposible, porque lo excluye la estructura lógica del color.

Consideremos cómo se presenta esta contradicción en física. Más o menos como sigue: Una partícula..no puede tener dos velocidades al mismo tiempo; es decir, que no puede al mismo tiempo estar en dos sitios; es decir, que .partículas en diferentes lugares y al mismo tiempo no pueden ser idénticas.

(Es ist klar, daß das logische Produkt zweier Elementarsätze weder eine Tautologie noch eine Kontradiktion sein kann. Die Aussage, daß ein Punkt des Gesichtsfeldes zu gleicher Zeit zwei verschiedene Farben hat, ist eine Kontradiktion.)

6.4 Alle Sätze sind gleichwertig.

6.41 Der Sinn der Welt muß außerhalb ihrer liegen. In der Welt ist alles wie es ist und geschieht alles wie es geschieht; es gibt in ihr keinen Wert –und wenn es ihn gäbe, so hätte er keinen Wert: Wenn es einen Wert gibt, der Wert hat, so muß er außerhalb alles Geschehens und So-Seins liegen. Denn alles Geschehen und So-Sein ist zufällig.

Was es nicht-zufällig macht, kann nicht *in* der Welt liegen; denn sonst wäre dies wieder zufällig.

Es muß außerhalb der Welt liegen.

6.42 Darum kann es auch keine Sätze der Ethik geben. Sätze können nichts Höheres ausdrücken.

6.421 Es ist klar, daß sich die Ethik nicht aussprechen läßt.

Die Ethik ist transcendental.

(Ethik und Aesthetik sind Eins.)

6.422 Der erste Gedanke bei der Aufstellung eines ethischen Gesetzes von der Form »du sollst. . .« ist: Und was dann, wenn ich es nicht tue? Es ist aber klar, daß die Ethik nichts mit Strafe und Lohn im gewöhnlichen Sinne zu tun hat.

(Es claro que el producto lógico de dos proposiciones elementales no puede ser ni una tautología ni una contradicción. La afirmación de que un punto del campo visual tenga dos colores diferentes al mismo tiempo es una contradicción.)

6.4 Todas las proposiciones tienen igual valor.

6.41 El sentido del mundo debe quedar fuera del mundo. En el mundo todo es como es y sucede como sucede: *en* él no hay ningún valor, y aunque lo hubiese no tendría ningún valor.

Si hay un valor que tenga valor, debe quedar fuera de todo lo que ocurre y de todo ser-así. Pues todo lo que ocurre y todo ser-así son casuales.

Lo que lo hace no casual no puede quedar en el mundo, pues de otro modo sería a su vez casual.

Debe quedar fuera del mundo.

6.42 Por lo tanto, puede haber proposiciones de ética.

Las proposiciones no pueden expresar nada más alto.

6.421 Es claro que la ética no se puede expresar.

La ética es transcendental.

(Ética y estética son lo mismo.)

6.422 El primer pensamiento que surge cuando se propone una ley ética de la forma «tú debes», es: ¿y qué si no lo hago? Pero es claro que la ética no se refiere al castigo o al premio en el sentido común de los términos.

Also muß diese Frage nach den *Folgen* einer Handlung belanglos sein. –Zum Mindesten dürfen diese Folgen nicht Ereignisse sein. Denn etwas muß doch an jener Fragestellung richtig sein. Es muß zwar eine Art von ethischem Lohn und ethischer Strafe geben, aber diese müssen in der Handlung selbst liegen. (Und das ist auch klar, daß der Lohn etwas Angenehmes, die Strafe etwas Unangenehmes sein muß.)

6.423 Vom Willen als dem Träger des Ethischen kann nichtgesprochen werden. Und der Wille als Phänomen interessiert nur die Psychologie.

6.43 Wenn das gute oder böse Wollen die Welt ändert, so kann es nur die Grenzen der Welt ändern, nicht die Tatsachen; nicht dass was durch die Sprache ausgedrückt werden kann. Kurz, die Welt muß dann dadurch überhaupt eine andere werden. Sie muß sozusagen als Ganzes abnehmen oder zunehmen. Die Welt des Glücklichen ist eine andere als die des Unglücklichen.

6.4311 Wie auch beim Tod die Welt sich nicht ändert, sondern aufhört.

6.4311 Der Tod ist kein Ereignis des Lebens. Den Tod erlebt man nicht. Wenn man unter Ewigkeit nicht unendliche Zeitdauer, sondern Urzeitlichkeit versteht, dann lebt der ewig, der in der Gegenwart lebt. Unser Leben ist ebenso endlos, wie unser Gesichtsfeld grenzenlos ist.

Así, pues, la cuestión acerca de las *consecuencias* de una acción debe ser irrelevante. Al menos, estas consecuencias, no pueden ser acontecimientos. Pues debe haber algo justo en la formulación de la cuestión. Sí que debe haber una especie de premio y de castigo ético, pero deben encontrarse en la acción misma.

(Y esto es también claro, que el premio debe ser algo agradable y el castigo algo desagradable.)

6.423 De la voluntad como sujeto de la ética no se puede hablar. Y la voluntad como la psicología.

6.43 Si la voluntad, buena o mala, cambia el mundo, sólo puede cambiar los límites del mundo, no los hechos. No aquello que puede expresarse con el lenguaje.

En resumen, de este modo el mundo se convierte, completamente, en otro. Debe, por así decirlo, crecer o decrecer como un todo.

El mundo de los felices es distinto del mundo de los infelices.

6.431 Así, pues, en la muerte el mundo no cambia, sino cesa.

6.4311 La muerte no es ningún acontecimiento de la vida.

La muerte no se vive.

Si por eternidad se entiende no una duración temporal infinita, sino la intemporalidad, entonces vive eternamente quien vive en el presente. Nuestra vida es tan infinita como ilimitado nuestro campo visual.

6.4312 Die zeitliche Unsterblichkeit der Seele des Menschen, das heißt also ihr ewiges Fortleben nach dem Tode, ist nicht nur auf keine Weise verbürgt, sondern vor allem leistet diese Annahme gar nicht das, was man immer mit ihr erreichen denn dadurch ein Rätsel gelöst, daß ich ewig fortlebe? Ist denn dieses ewige Leben dann nicht ebenso rätselhaft wie das gegenwärtige? Die Lösung des Rätsels des Lebens in Raum und Zeit liegt *außerhalb* von Raum und Zeit.
(Nicht Probleme der Naturwissenschaft sind ja zu lösen.)

6.432 Wie die Welt ist, ist für das Höhere vollkommen gleichgültig. Gott offenbart sich nicht in der Welt.

6.4321 Die Tatsachen gehören alle nur zur Aufgabe, nicht zur Lösung.

6.44 Nicht *wie* die Welt ist, ist das Mystische, sondern *daß* sie ist.

6.45 Die Anschauung der Welt *sub specie aeterni* ist ihre Anschauung als –begrenztes-Ganzes. Das Gefühl der Welt als begrenztes Ganzes ist das mystische.

6.5 Zu einer Antwort, die man nicht aussprechen kann, kann man auch die Frage nicht aussprechen.

Das Rätsel gibt es nicht.

Wenn sich eine Frage überhaupt stellen läßt, so *kann* sie auch beantwortet werden.

6.51 Skeptizismus ist *nicht* unwiderleglich, sondern offenbar unsinnig, wenn er bezweifeln will, wo nicht gefragt werden kann.

Denn Zweifel kann nur bestehen, wo eine Frage besteht; eine Frage nur, wo eine Antwort besteht, und diese nur, wo etwas *gesagt* werden *kann*.

6.4312 La inmortalidad temporal del alma humana, esto es, su eterno sobrevivir aun después de la muerte, no solo no está garantizada de ningún modo, sino que tal suposición no nos proporciona en principio lo que merced a ella se ha deseado siempre conseguir. ¿Se resuelve quizás un enigma por el hecho de yo sobreviva eternamente? Y esta vida eterna ¿no es tan enigmática como la presente? La solución del enigma de la vida en el espacio y en el tiempo está *fuera* del espacio y del tiempo.

(No son los problemas de la ciencia natural los que hemos de resolver aquí.)

6.432 Cómo sea el mundo, es completamente indiferente para lo que está más alto. Dios no se revela *en* el mundo.

6.4321 Los hechos pertenecen todos sólo al problema, no a la solución.

6.44 No es lo místico como sea el mundo, sino *que* sea el mundo.

6.45 La visión del mundo *sub specie aeterni* es su contemplación como un todo – limitado–.

Sentir el mundo como un todo limitado es lo místico.

6.5 Para una respuesta que no se puede expresar, la pregunta tampoco puede expresarse.

No hay *enigma*.

Si se puede plantear una cuestión, también se *puede* responder.

6.51 El escepticismo no es irrefutable, sino claramente sin sentido si pretende dudar allí en donde no se puede plantear una pregunta.

Pues la duda sólo puede existir cuando hay una pregunta; una pregunta, sólo cuando hay una respuesta, y ésta únicamente cuando se *puede* decir algo.

6.52 Wir fühlen, das selbst, wenn alle *möglichen* wissenschaftlichen Fragen beantwortet sind, unsere Lebensprobleme noch gar nicht berührt sind. Freilich bleibt dann eben keine Frage mehr; und eben dies ist die Antwort.

6.521 Die Lösung des Problems des Lebens merkt man am Verschwinden dieses Problems. (Ist nicht dies der Grund, warum Menschen, denen der Sinn des Lebens nach langen Zweifeln klar wurde, warum diese dann nicht sagen konnten, worin dieser Sinn bestand.)

6.522 Es gibt allerdings Unaussprechliches. Dies *zeigt* sich, es ist das Mystische.

6.53 Die richtige Methode der Philosophie wäre eigentlich die: Nichts zu sagen, als was sich sagen läßt, also Sätze der Naturwissenschaft –also etwas, .was mit Philosophie nichts zu tun hat-, und dann immer, wenn ein anderer etwas Metaphysisches sagen wollte, ihm nachzuweisen, daß er gewissen Zeichen in seinen Sätzen keine Bedeutung gegeben hat. Diese Methode wäre für den anderen unbefriedigend –er hätte nicht das Gefühl, daß wir ihn Philosophie lehrten- aber *sie* wäre die einzig streng richtige.

6.54 Meine Sätze erläutern dadurch, daß sie der, welcher mich versteht, am Ende als unsinnig erkennt, wenn er durch sie –auf ihnen- über sie hinausgestiegen ist. (Er muß sozusagen die Leiter wegwerfen, nachdem er auf ihr hinaufgestiegen ist.) Er muß diese Sätze überwinden, dann sieht er die Welt richtig.

7 Wovon man nicht sprechen kann, darüber muß man schweigen.

6.52 Nosotros sentimos que incluso si todas las posibles cuestiones científicas pudieran responderse, el problema de nuestra vida no habría sido más penetrado. Desde luego que no queda ya ninguna pregunta, y precisamente ésta es la respuesta.

6.521 La solución del problema de la vida está en la desaparición de este problema.

(¿No es ésta la razón de que los hombres que han llegado a ver claro el sentido de la vida después de mucho dudar, no sepan decir en qué consiste este sentido?)

6.522 Hay, ciertamente, lo inexpresable, lo que se *muestra* a si mismo; esto es lo místico.

6.53 El verdadero método de la filosofía sería propiamente éste: no decir nada, sino aquello que se puede decir; es decir, las proposiciones de la ciencia natural –algo, pues, que no tiene nada que ver con la filosofía-; y siempre que alguien quisiera decir algo de carácter metafísico, demostrarle que no ha dado significado a ciertos signos en sus proposiciones. Este método dejaría descontentos a los demás –pues no tendrían el sentimiento de que estábamos enseñándoles filosofía-, pero sería el único estrictamente correcto.

6.54 Mis proposiciones son esclarecedoras de este modo; que quien me comprende acaba por reconocer que carecen de sentido, siempre que el que comprenda haya salido a través de ellas fuera de ellas. (Debe., pues, por así decirlo, tirar la escalera después de haber subido.)

Debe superar estas proposiciones; entonces tiene la justa visión del mundo.

7 De lo que no se puede hablar, mejor es callarse.