http://www.matelandia.org/

CURSO DE MATEMÁTICA BÁSICA:

ARITMÉTICA

DESARROLLA EN FORMA RESUMIDA CADA UNIDAD CON:

I. GUIONES DE CONFERENCIAS

II. FICHAS DE ESTUDIO

III. LABORATORIOS DE EJERCICIOS

Trata las unidades siguientes:

INTRODUCCIÓN

Hace unos 10 años el Profesor Francisco Figeac y yo desarrollamos la metodología que ahora transfiero a Usted. El curso de Matemática Básica para los estudiantes que tienen pocos recuerdos de algunas herramientas matemáticas, porque la matemática no les resulta agradable y no la estudiaron como debieron en su momento, entonces decidimos dar **conferencias** resumidas sobre los conceptos más necesarios. Conferencias de una hora que presentábamos en láminas (diapositivas) sobre las que armábamos las discusiones.

Como segundo paso, elaboramos unas fichas relacionadas con las láminas de las conferencias que contienen sus objetivos, actividades de preparación (estudio en libros o textos) y al final una evaluación para medir los conocimientos adquiridos.

El último paso era un Laboratorio realizado en clase y calificado por el profesor. Demás está decirle que fue un fracaso más, creemos que los estudiantes no se esforzaron lo suficiente, bueno, esa fue nuestra opinión, la realidad debe ser otra.

He tenido este material engavetado y como sigo creyendo que nuestra idea era "buena", se las paso ahora a Ustedes por si acaso le pueda ser de alguna utilidad.

Gracias.

Raquel Angulo
www.matelandia.org

CURSO DE MATEMÁTICA BÁSICA:

ARITMÉTICA

UNIDAD 1: LOS NUMEROS NATURALES

"Los números naturales los da Dios;
el resto lo construye el hombre."
Leopold Kronecker

GUION DE CONFERENCIA No. 1 (Parte I)

CONJUNTO $\mathbb{N}$ Y OPERACIONES
Contenidos y Láminas No. 1.1 al 1.8

GUION DE CONFERENCIA No. 2 (Parte II)

DIVISIBILIDAD EN N.
Contenidos y Láminas No. 1.9 al 1.15

FICHAS DE ESTUDIO DE LOS NUMEROS NATURALES

I OBJETIVOS

II ACTIVIDADES DE PREPARACIÓN

III ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

LABORATORIOS

CUESTIONARIO No. 1

CUESTIONARIO No. 2

RESPUESTAS

UNIDAD 1:	GUION DE CONFERENCIA No. 1 (Parte I) LOS NUMEROS NATURALES
TEMA: CONJUNTO ℕ OPERACIONES	**CONTENIDO:** * Definición del conjunto ℕ de los números naturales. * Sucesor de un número natural. Propiedades. * Representación gráfica de los naturales. * Sistema decimal posicional. * Relación de orden. * Suma y Resta. Propiedades. * Multiplicación. Propiedades. * División. Algoritmo de Euclides.

DESARROLLO.	RECURSO
1. Introducción. * Orígenes de la matemática con la actividad de contar. * Motivar la constitución de ℕ como respuesta a la pregunta: ¿ Cuántos objetos tiene una colección que inicia con uno y se le agrega uno más ...?.	**Lámina 1.0**
2. Definición del conjunto ℕ de los números naturales * Explicar sus propiedades: a) 0 pertenece a N. b) Todo número n tiene sucesor n + 1. c) No existe último elemento en N. * Representación gráfica de N: Sistema de coordenadas.	**Lámina 1.1**
3. Lecto-escritura de números naturales. * Sistema decimal posicional. * Lectura de un número en U, D, C, UM, DM, ...	**Lámina 1.1**
4. Relación de orden. * Orden natural creciente. * Propiedad de tricotomía. * Interpretación gráfica.	**Lámina 1.2**
5. La suma en ℕ: * Interpretación gráfica. * Propiedades. La resta.	**Lámina 1.3**

6. La multiplicación y sus términos. * Interpretación gráfica. * Tabla pitagórica. Calculadoras. * Propiedades. Propiedad **Distributiva**	**Lámina 1.4**
7. Síntesis aditivo-multiplicativo * Operaciones combinadas. Jerarquía. * Cuadro sintético con las propiedades de la suma y de la multiplicación.	**Láminas 1.5 y 1.6**
8. La potenciación en $\mathbb{N}$. * Definición de potencia y sus términos. * Leyes de los exponentes.	**Lámina 1.7**
9. La división en $\mathbb{N}$. * Términos de la división. * Algoritmos de Euclides * División exacta e inexacta.	**Lámina 1.8**

LÁMINA DE PRESENTACIÓN

CONFERENCIA No. 1

UNIDAD 1: Los Números Naturales

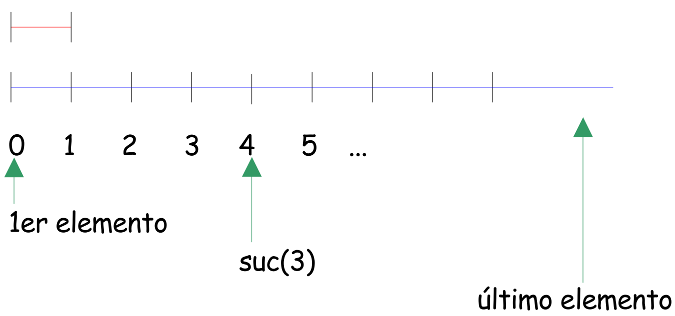
CONTENIDO

* Definición del conjunto de los números naturales $\mathbb{N}$
* Sucesor de un número natural. Propiedades.
* Representación gráfica de los naturales.
* Sistema decimal posicional.
* Relación de orden.
* Suma y Resta. Propiedades.
* Multiplicación. Propiedades.
* División. Algoritmo de Euclides.

LÁMINA No. 1.1

REPRESENTACION GRÁFICA DE N

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5,...}

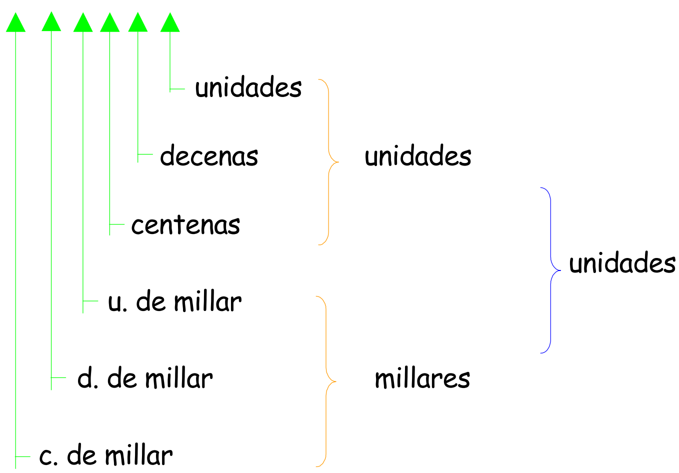


Propiedades de N:

1. Tiene primer elemento.
2. Todo número tiene sucesor
3. No existe último elemento

LECTURA Y ESCRITURA DE UN NÚMERO

4 3 0 1 0 4: cuatrocientos treinta mil ciento cuatro

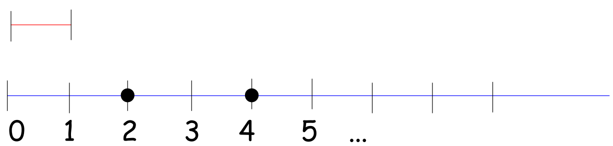


¿QUÉ CIFRA REPRESENTA LAS CENTENAS? Respuesta: 1

¿ CUANTAS CENTENAS HAY EN 430 104 unidades? Respuesta: 4301 centenas.

LÁMINA No. 1.2

*** PROPIEDAD DE TRICOTOMIA**



$4 = 4$ $\qquad$ $4 > 2$ $\qquad$ $4 < 5$

Dados dos números a y b sólo se cumple una y sólo una de las relaciones siguientes:

$a = b$ $\quad$ ó $\quad$ $a < b$ $\quad$ ó $\quad$ $a > b$

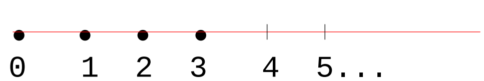
No es cierto que **$a = b$ y $a < b$**, al mismo tiempo, o sea, $3 = 5$ **y** $3 < 5$ no es posible, simultáneamente.

*** La relación amplia:** $\leq$ **ó** $\geq$

En cambio, si es posible que **a sea menor ó igual que b**

$a \leq b$ equivale a **$a < b$ ó $a = b$**

$a \leq 3 \Leftrightarrow a = 0$ ó $a = 1$ ó $a = 2$ ó $a = 3$

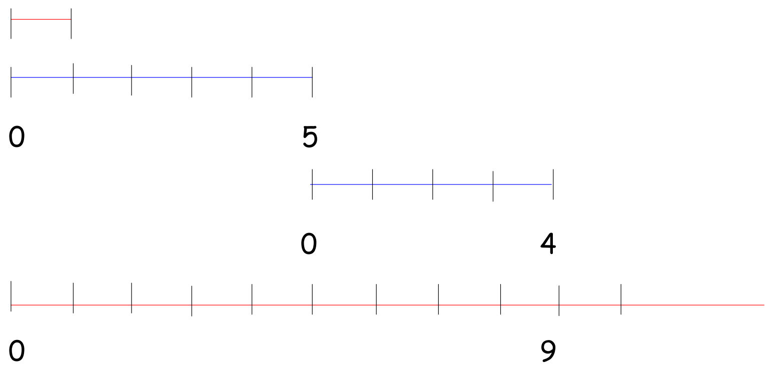


$\{0, 1, 2, 3\}$

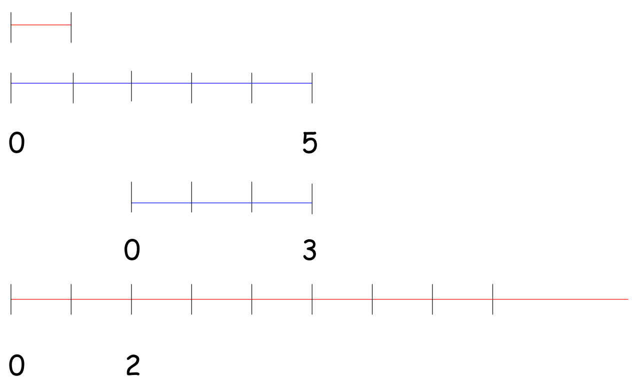
LÁMINA No. 1.3

OPERACIONES GRÁFICAS EN N

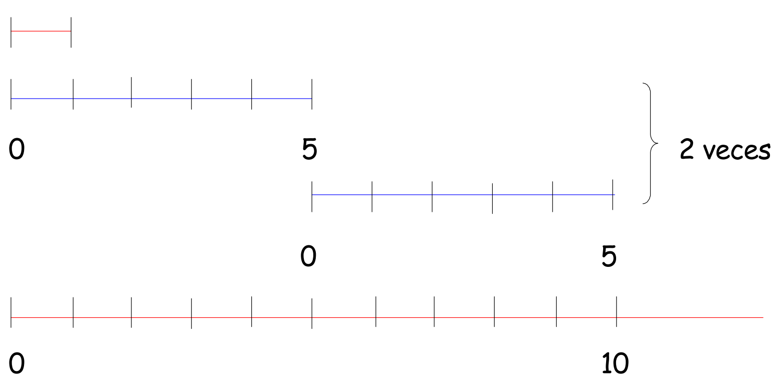
<u>SUMA</u>: 5 + 4 = 9



<u>RESTA</u>: 5 - 3 = 2



<u>MULTIPLICACION</u>: $5 \times 2 = 10$



LAMINA No. 1.4

La multiplicación y sus propiedades.

* Interpretación de la multiplicación como una suma abreviada.

$$15 \times 4 = 15 + 15 + 15 + 15 = 60$$

* Los términos empleados en la multiplicación son:

$15 \times 4 = 60$ ← producto

multiplicador
multiplicando

factores

* Para multiplicar un número por la unidad seguida de ceros, se escribe el mismo número y se agregan a su derecha tantos ceros como tenga la unidad.

1) $437 \times 100 = 43700$

2) $437 \times 10000 = 4370000$

* Aplicaciones de las propiedades en la multiplicación:

1) $437 \times 200 = 437 \times (2 \times 100) = (437 \times 2) \times 100$

$= 87400$ propiedad asociativa

2) $437 \times 256 = 437(200 + 50 + 6) = 437 \cdot 200 + 437 \cdot 50 + 437 \cdot 6$

$= 87400 + 21850 + 2622$

$= 111872$ propiedad distributiva.

3) Procedimiento empleado para multiplicar

$$\begin{array}{r} \underline{437 \times 256} \\ 2622 \\ 21850 \\ \underline{87400} \\ 111872 \end{array} \qquad \qquad \begin{array}{l} \underline{\quad 437 \times 256} \\ \;\;2622 \\ \;2185 \\ \underline{874\;\;\;} \\ 111872 \end{array}$$

LÁMINA No. 1.5

PROPIEDADES DE LA SUMA Y LA MULTIPLICACION EN N

Suma	Multiplicación
1. Cierre: $\forall$ a, b ε **N** a + b ε **N**	a $\times$ b ε **N**
2. Asociativa: (a + b) + c = a + (b + c)	(a $\times$ b) $\times$ c = a $\times$ (b $\times$ c)
3. Conmutativa: a + b = b + a	a $\times$ b = b $\times$ a
4. Existe neutro: el cero a + 0 = 0 + a = a	Existe neutro: el uno 1 a $\times$ 1 = 1 $\times$ a = a
5. Distributiva: a $\times$ (b + c) = a $\times$ b + a $\times$ c	
6. Uniforme: a = b $\Rightarrow$ a + c = b + c	a = b $\Rightarrow$ a c = b c
7. Monótona: a < b $\Rightarrow$ a + c < b + c	a < b $\Rightarrow$ a c < b c

LÁMINA No. 1.6

*** OPERACIONES COMBINADAS**

1. Agrupación de números por paréntesis.
2. Jerarquía de las operaciones.

Ejemplo: Calcular

3 + 5 (8 + 7) - 6· 4 + 2	=	3 + 5· 15 - 6· 4 + 2
	=	3 + 75 - 24 + 2
	=	78 - 24 + 2
	=	**56**

Observe que:

1. No se suma 3 con 5 porque no están encerrados entre paréntesis pero si tuviera paréntesis el resultado sería diferente como en:

(3 + 5)(8 + 7) - 6· 4 + 2	=	8· 15 - 6· 4 + 2
	=	120 - 24 + 2
	=	**98**

2. No se suman el 4 y el 2, del final, porque no están encerrados en paréntesis, si estuvieran indicados se obtiene otro resultado:

3 + 5 (8 + 7) - 6 (4 + 2)	=	3 + 5· 15 - 6· 6
	=	3 + 75 - 36
	=	**42**

3. Tampoco suponga que hay que restar el 2 del final, así:

3 + 5 (8 + 7) - (6· 4 + 2)	=	3 + 5· 15 - (24 + 2)
	=	3 + 75 - 26
	=	**52**

LÁMINA No. 1.7

POTENCIACION EN N.

* **Definición.** Sean <u>a</u> $\neq 0$ y <u>n</u>, números naturales, entonces

$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ **n veces el factor a**

$a^0 = 1$	$4^0 = 1$
$a^1 = a$	$4^1 = 4$
$a^2 = a \cdot a$	$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$
$a^3 = a \cdot a \cdot a$	$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
.	.
.	.
.	.
$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n-veces}}$	$4^n = \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 4}_{\text{n veces}}$

* **PROPIEDADES O LEYES DE LOS EXPONENTES**

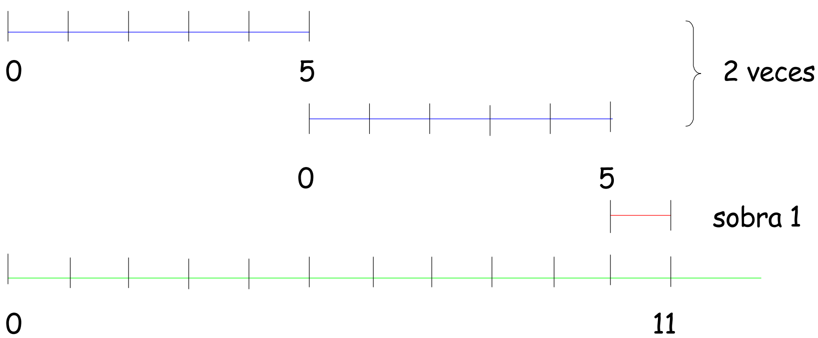
$a^n a^m = a^{n+m}$	$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(3 \cdot 2)^4 = 3^4 \cdot 2^4$
$(a^n)^m = a^{nm}$	$(3^2)^4 = 3^8$

LÁMINA No. 1.8

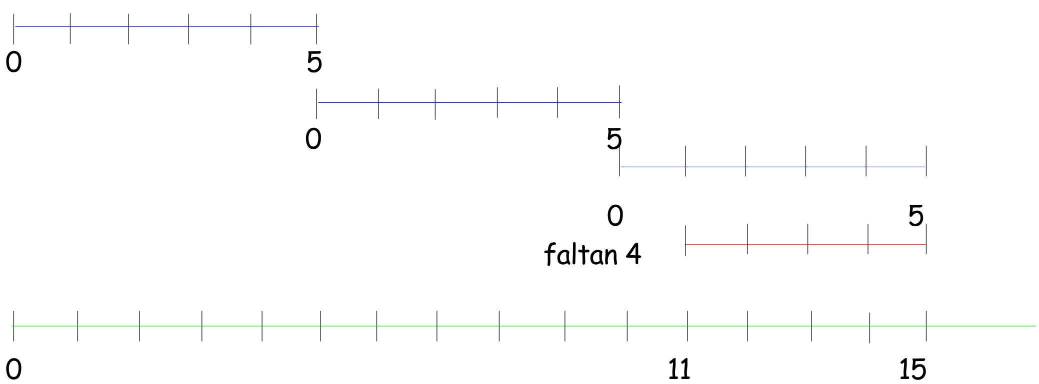
*** OPERACIONES GRAFICAS EN N: La División**

<u>DIVISIÓN</u>: $11 \div 5$

Por defecto, el cociente es 2 y sobra 1



Por exceso, el cociente es 3 y faltan 4.



EL COCIENTE DE UNA DIVISION SERA SIEMPRE POR DEFECTO:

DIVIDENDO = COCIENTE $\times$ DIVISOR + RESIDUO

RESIDUO = CERO ó RESIDUO < DIVISOR

$D = q \times d + r$ tal que $r = 0$ ó $r < d$

UNIDAD 1:	GUION DE CONFERENCIA No. 2 (Parte II) LOS NUMEROS NATURALES
TEMA: DIVISIBILIDAD	**CONTENIDO:** * Noción de divisibilidad. * Relación de divisibilidad. * Números primos y compuestos. * Divisores de un número. Máximo común divisor de varios números. * Múltiplos de un número. Mínimo común múltiplo de varios números.

DESARROLLO.	RECURSO
1. Noción de divisibilidad * Discutir acerca del residuo en el Algoritmo de Euclides. * Remarcar el residuo igual a cero. * Establecer comparación entre dos números. * Introducir los términos "divide a", "múltiplo de", "no divide a", "no es múltiplo de".	**Lámina 1.9**
2. Relación de divisibilidad. * Definición y notación. * Propiedades (sin prueba). * Criterios de divisibilidad (2, 3 y 5).	**Lámina 1.10**
3. Números primos y números compuestos. * Definiciones de primo y de compuesto. * P_x: notación de números primos menores que x. * Criba de Eratóstenes. * Teorema Fundamental de la Aritmética.	**Lámina 1.11 Vista opaca de Criba, despues de P_x**
4. Divisores de un número. * Divisores de $\underline{x}$ denotado por: D_x * Propiedad de tricotomía. * Elementos comunes de D_x y D_y. * m.c.d. (x, y).	**Lámina 1.12**
5. Múltiplos de un número. * Múltiplos de x denotado por M_x * Elementos comunes de M_x y M_y. * m.c.m. (x, y)	**Lámina 1.13**

LÁMINA DE PRESENTACIÓN

CONFERENCIA No.2

UNIDAD 1:	DIVISIBILIDAD EN N

CONTENIDO

* NOCION DE DIVISIBILIDAD
* DEFINICION DE DIVISIBILIDAD
* PROPIEDADES
* CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD
* NUMEROS PRIMOS Y NUMEROS COMPUESTOS
* DIVISORES DE UN NÚMERO
* MAXIMO COMUN DIVISOR
* MULTIPLOS DE UN NÚMERO
* MINIMO COMUN MULTIPLO

LAMINA 1.9

1. ALGORITMO DE EUCLIDES

Dados dos números naturales **D** y **d**, **d** $\neq$ **0**, llamados dividendo y divisor respectivamente, siempre existen **q** y **r**, llamados cociente y residuo euclídeo, tales que cumplen

$$\boxed{D = d\,q + r, \quad r < d}$$

Si $r = 0$ entonces $D = dq$

$21 = 7 \times 3 + 0$

divide a 21

es múltiplo de 7

División Exacta

$22 = 7 \times 3 + 1$

no divide a 22

no es múltiplo de 7

División Inexacta

LÁMINA 1.10

*** DEFINICION:** DIVISIBILIDAD.

Sean x, y, $x \neq 0$, dos números naturales, se dice que x divide a y, si y sólo si el cociente euclídeo de y entre x es **exacto.**

*** Notación.**
$x \mid y$ se lee "x divide a y"

*** Terminología:**

$x \mid y$ significa que $\begin{cases} \underline{x} \text{ es } \textbf{divisor} \text{ de } \underline{y} \\ \underline{y} \text{ es } \textbf{múltiplo} \text{ de } \underline{x} \end{cases}$

*** Propiedades:**

Para un número natural x, se tiene:

1) $1 \mid x$

2) $x \mid 0$, si $x \neq 0$

3) $x \mid x$, si $x \neq 0$

4) Para x, y, z, naturales se tiene:

$x \mid y$, $y \mid z$, entonces $x \mid z$, si $x \neq 0$, $y \neq 0$

*** Criterios importantes de Divisibilidad:**

Divisibilidad por	Criterio	Ejemplo
2	Termina en cifra par	1084
3	Suma de cifras divisible por 3	1086
5	Termina en 0 ó en 5	1085

LÁMINA 1.11

*** Números Primos y Números compuestos:**

Las propiedades de la **divisibilidad** permiten afirmar que:

Para todo x natural, $x \neq 0$, $x \neq 1$, se tiene un número finito de divisores, porque

Si $y \mid x$ entonces $y \leq x$

Todo x, tal que $x \neq 0$, $x \neq 1$, se clasifica en

- x es **primo** si sus únicos factores o divisores son 1 y x.
- x es **compuesto** si admite otros divisores, además de 1 y de x.

*** Notación.** P_X es el conjunto o colección de números primos menores que x.

P_{100} = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97}

***Para saber si x $\neq 0$, x $\neq 1$ es PRIMO** se divide x por todos los números primos cuyo cuadrado sea menor o igual que el mismo. El número x es **primo** si las divisiones son inexactas.

Ejemplo: 211 es primo porque al dividirlo por 2, 3, 5, 7, 11 y 13 la división es inexacta. No tiene caso dividirlo por 17 porque su cuadrado 289 es mayor que 211.

*** TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMETICA**

Todo número natural mayor que 1 se puede descomponer como producto de factores primos. Esta descomposición es **única**, salvo por el orden de los factores.

$5733 = 2^2 \times 7^2 \times 13$, se sabe que 2, 7 y 13 son primos.

$211 = 211 \times 1$

LÁMINA 1.12

*** Divisores de un número natural.**

Con relación a la divisibilidad, todo número x natural, $x \neq 0$, $x \neq 1$, puede ser:

- primo: sólo admite como divisores o factores el mismo y 1
- compuesto: admite otros divisores o factores diferentes.

Esto permite establecer el

CRITERIO GENERAL DE DIVISIBILIDAD:

El número natural x, no cero, es divisor del número natural y, si y sólo si todos los factores primos de la descomposición de x aparecen en la descomposición de y con mayor o igual exponente.

14 | 280 porque:

$$280 = 2^3 \times 7 \times 5$$
$$14 = 2 \times 7$$

*** Notación:** D_X es el conjunto de divisores de x.

$D_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$
$D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

D_{60} y D_{24} tienen como divisores comunes a
{1, 2, 3, 4, 6, **12**}

es el **máximo**

Definición: Se llama **máximo común divisor** de x, y,
y se escribe m.c.d. (x, y) al mayor de todos los divisores comunes de x e y.

Si m.c.d. (x, y) = 1, entonces x e y son **primos entre sí o primos relativos.**

Ejemplo: Si $x = 2^3 \times 3 \times 5^2$, $y = 2^2 \times 3^2$, $z = 5^3 \times 7$, entonces:

m.c.d. (x, y) = $2^2 \times 3$ m.c.d. (y, z) = 1

LÁMINA 1.13

*** Múltiplos de un número**

+ En las relaciones:

Si $x \mid y$ entonces $\underline{y}$ es múltiplo de $\underline{x}$

Si $y \mid z$ entonces $\underline{z}$ es múltiplo de $\underline{y}$

Entonces, $\underline{z}$ es múltiplo de $\underline{x}$

+ Los múltiplos de $\underline{x}$ tienen la forma **kx**, para $k = 0, 1, 2, 3, 4,\ldots$

*** Notación**:

M_x es el conjunto de múltiplos de $\underline{x}$. $M_x = \{0, x, 2x, 3x, 4x,\ldots\}$
M_x no tiene último elemento.

$M_{12} = \{0, 12, 24, 36, 48,\ldots\}$

36 es el mínimo común múltiplo (no cero).

$M_{18} = \{0, 18, 36, 54, 72,\ldots\}$

*** Definición:**

Dados $\underline{x}$, $\underline{y}$, naturales distintos de cero, se llama **mínimo común múltiplo**, representado por m.c.m. (x, y), al menor de todos los múltiplos comunes, diferente de cero.

Procedimiento para calcular el m.c.m. (x, y).

Se descomponen $\underline{x}$, $\underline{y}$ en sus factores primos y se forma el producto de factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente.

Ejemplo: Si $x = 2^3 \times 3 \times 5^2$, $y = 2^2 \times 3^2$, $z = 5^3 \times 7$, entonces:

m.c.m. (x, y) = $2^3 \times 3^2 \times 5^2$ m.c.m. (y, z) = $2^2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$

FICHAS DE ESTUDIO No.1.
UNIDAD 1: NUMEROS NATURALES

Lámina 1.1	Definición del conjunto N

NOMBRE____**FECHA**____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Identificar los elementos del conjunto de los números naturales.
2. Determinar el sucesor de un número natural.
3. Representar gráficamente un número natural.
4. Resolver problemas aplicando números naturales.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

   * Sucesor de un número natural.
   * Propiedades del conjunto de los números naturales.
   * Sistema coordenado en la recta para graficar un número natural.
   * Criterio de igualdad de dos números naturales.

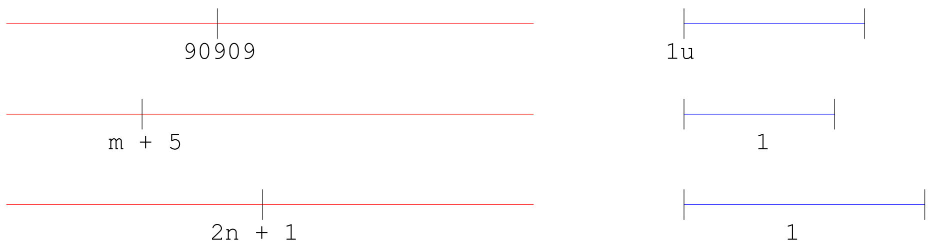
2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION.

1. Completa la siguiente tabla:

n	0		156		999	
suc(n)		19		258		10 000

2. Grafica en cada recta el **sucesor** de cada número natural dado, usando la escala de la derecha.



3. Completa el espacio en blanco:

a) Si suc(n) = n + 1, entonces suc(n + 1) = ______________________

b) Si suc(n) = suc(m + 1), entonces n = __________________________

c) Si suc(n + 5) = 18, entonces n = ______________________________

d) Si suc(k) = k + 1, entonces suc(2k) = __________________________

4. Escribe las fórmulas para:

a) suc(suc(n)) =________________

b) suc(suc(n + 3)) =________________

c) suc(suc(2n + 3)) =________________

5. Resuelve los siguientes problemas:

a) El número de bacterias que hay en cierto cultivo se duplica cada día. Si el número inicial es de 500 000 bacterias, calcula el número de bacterias que habrá al cabo de un día, dos días, tres días, **n** días, **(n+1)** días.

b) Una persona deposita L 1200 en una cuenta, si cada día ahorra un Lempira, ¿de cuánto dispone al cabo de **d** días, **2d** días y **(3d + 1)** días?

Láminas 1.1, 1.2	El orden en el conjunto N

NOMBRE______________________________________FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Leer y escribir números naturales.
2. Interpretar la ordenación en N según la gráfica de los números naturales.
3. Ordenar cualquier subconjunto de números naturales.
4. Resolver problemas aplicando el orden en los números naturales.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* Números dígitos y sistema de numeración decimal.
* Ordenes, clases y períodos en la escritura y lectura de números naturales.
* El sucesor de un número es mayor que el número y se grafica a su derecha.
* Criterios de mayor que, mayor o igual que, menor que y menor o igual que entre dos números naturales.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION.

1. Escribe con palabras los números siguientes: a) 3 001 001 b) 1 101 091

2. Dado el conjunto {3 245, 2 725, 1 002, 3 342, 2 824} ordena en forma:
   a) creciente
   b) decreciente

3. Grafica en una recta y con un segmento unidad conveniente, los números:
   a) n, suc(suc (n + 2))
   b) $n \leq 5$, tal que n es par.

4. Escribe todos los números pares de tres cifras, cuya suma de las cifras sea 11.

5. ¿Cuál es el mayor número de cinco cifras significativas diferentes? ¿Cuál el menor?

6. Encuentra todos los números de cuatro cifras que se pueden formar con los dígitos 3, 0, 5 y 9. Ordénalos en forma creciente.

7. Si $n \geq m$, entonces suc(m)________ suc(n)

8. Si $m < n$ entonces prueba que $m < n + 1$.

9. Ordena en forma decreciente los números $2(n+1)$, $2n+1$, $n + 2$, si $n > 2$.

10. Resuelve los siguientes problemas:

a. La suma de las cifras de un número de cuatro cifras es 18. Si la cifra de las unidades es el doble de la cifra del millar, la cifra de las centenas es igual a la suma de la cifra de las unidades mas la del millar y la cifra de las decenas es cero. Encontrar el número que verifica estas condiciones.

b. La producción anual de fertilizantes de una fábrica viene dada por la siguiente tabla:

Tipo fertilizante	producción anual (qq)
Orgánico	890 564
Nitrato 24	891 987
Nitrato 48	893 000
NKP - 190	1060 145
NKP - 303	945 005
NKP - 330	937 125
NKP - 700	851 969
NKP - 930	1035 928
NKP - 990	1009 789

Ordena la tabla de producción en forma creciente.

Láminas 1.3	La Suma y la Resta en el conjunto N

NOMBRE____FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Interpretar cualquier suma o resta mediante la representación gráfica en N.
2. Identificar las propiedades de la suma y resta de números naturales.
3. Efectuar cualquier operación de suma o resta de números naturales.
4. Aplicar las operaciones de suma y resta para resolver problemas.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

 * La interpretación gráfica de la suma de números naturales.
 * Las propiedades de la suma de números naturales.
 * La definición de la resta de números naturales.
 * Problemas de aplicación de suma y resta de números naturales.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION.

1. Representa gráficamente, en la recta numérica, los términos y el resultado de:

 a) $3 + 5$ b) $6 - 4$ c) $2 + 4 + 6$

2. Indica la propiedad empleada en cada ejercicio:

 a) $(15 + 8) + 12 = 15 + 20$
 b) Si $a + b = 7$, entonces $a + b + 5 = 12$.
 c) Si $a + b + 4 < 9$, entonces $a + b < 5$.

3. Efectúa las operaciones indicadas:

 a) $104535 + 379138 - (1286 + 4971) =$

 b) $5479021 - 46713 + (31209 - 21903) - 108$

4. Si $a + b = 12$ y $a - b = 6$, entonces $a =$ _________ y $b =$ __________

5. Si $a - b = c$, entonces comprueba que $a + b + c = 2a$

Si $b - a = c$, entonces comprueba que $a + b + c = 2b$

6. Resuelve los siguientes problemas:

a) Una empresa distribuidora de productos químicos reporta el siguiente inventario en sus sucursales del interior del país:

sucursal ------------- producto	La Ceiba	Choluteca	La Entrada
Jabón Maravilloso	23 120	15 705	13 498
Jabón Mágico	13 805	10 340	8 450
Detergente Rendidor	7 900	12 040	10 890
Detergente Fragante	14 157	9 532	11 905

i) ¿Cuánto es el inventario total de Jabón Maravilloso?

ii) ¿Cuánto es el inventario total de La Entrada?

b) La suma de dos números es 435670, si uno de los sumandos es igual a 40046, entonces encuentre el otro.

c) Después de vender una propiedad en la que gané L 8 316, presté L 7 542 y me quedé con L 23 876 ¿ cuánto me habría costado la propiedad?

Láminas 1.4, 1.5, 1.6	La multiplicación en N.

NOMBRE____FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Interpretar gráficamente la multiplicación de números naturales.
2. Identificar las propiedades de la multiplicación de números naturales.
3. Efectuar cualquier operación de suma, resta y multiplicación de números naturales.
4. Aplicar las operaciones a la resolución de problemas.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

   * La interpretación gráfica de la multiplicación de números naturales.
   * Las propiedades de la multiplicación de números naturales.
   * La definición de múltiplo y factorial de un número natural.
   * Problemas de aplicación de operaciones de suma, resta y multiplicación de números Naturales.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION.

1. Represente gráficamente en la recta numérica, los factores y el producto de:

   a) 3×4 b) 4×3 c) 6×2 d) 2×6

2. Identifica la propiedad empleada en cada ejercicio:

   a) $5(4 \cdot 7) = 20 \cdot 7$
   b) $3 \cdot 6 + 3 \cdot 4 = 3(10)$
   c) $98 \cdot 15 = (100 - 2)15 = 100 \cdot 15 - 2 \cdot 15$
   d) Si $a + b = 7$, entonces $3(a + b) = 21$

3. Calcule el resultado de operar jerárquicamente:

   a) $(207 + 902)\ 639 - 628$
   b) $702 + 124\ (3461 - 1257) + 32 - 8 \times 2$
   c) $234 + 157\ (328 - 309) - 16 \times 42 - 36$

4. El triple de un número aumentado en 16 es igual a 100. ¿Cuál es el número?

5. Encuentra suc $(5(n + 2))$ y suc $((n + 1)3)$.

6. Encuentra el resultado de operar $2n\cdot(3m + 5) + 4mn - 9n$

7. Encuentra tres múltiplos de 6, tres múltiplos de 4 y tres múltiplos de 12.
¿Es todo múltiplo de 12 también múltiplo de 6 y 4? ¿Por qué?

8. Si $4! = 24$, entonces complete los siguientes ejercicios:

a) $4!\cdot 5 =$ b) $7\cdot 4! - 3\cdot 4! =$ c) $13\cdot 4! + 7\cdot 4! =$

9. Si $n > 1$, entonces $n!$ es siempre un número par. ¿Por qué?

10. Resuelve los siguientes problemas:

a) Se han vendido 16 barriles de miel a L 920 cada uno con una ganancia de L 30 por cada barril; 21 sacos de arroz a L 450 cada uno con una pérdida de L 5 por saco: y 12 sacos de frijoles a L 380 con una pérdida de L 3 por saco. ¿Cuál fue el costo total de toda la mercancía vendida?

b) Las ciudades A y B están a una distancia de 1100 km una de la otra. Un automóvil sale de A hacia B a las 7 a.m. a una velocidad de 80 km/h. Otro automóvil sale de B hacia A a las 9 a.m. con una velocidad de 70 km/h. ¿A qué distancia estarán dichos automóviles uno del otro a las 12 m.?

Lámina 1.8	La división en N.

NOMBRE______________________________________FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Interpretar gráficamente la división de números naturales.
2. Distinguir entre cociente por defecto y cociente por exceso.
3. Determinar el cociente y el residuo de cualquier división de números naturales.
4. Efectuar operaciones combinadas de números naturales.
5. Aplicar las operaciones a la resolución de problemas.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

   * La interpretación gráfica de la división de números naturales.
   * La división Euclídea en los números naturales.
   * El algoritmo o procedimiento de la división.
   * Problemas de aplicación de operaciones de números naturales.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION.

1. Grafica la división de los siguientes números naturales, de manera semejante al ejemplo del texto, primero por defecto y después por exceso, para:

   a) $11 \div 4$

   b) $12 \div 4$

2. Calcule $324 - 12 \div 4 + 74 \cdot 3 - 112$

3. Calcule el cociente **q** y el residuo **r** de la división de **D** entre **d** y escriba $D = d \cdot q + r$, donde $r = 0$ ó $r < d$.

   a) $D = 3516$, $d = 478$

   b) $D = 10324$, $d = 2004$

4. a) Si D = 1516, d = 316 y q = 4, entonces halla r.

b) Si D = 29628, d = 208 y r = 92, entonces halla q.

5. Si $24 \div a = b$, entonces calcula:

a) $8 \div a =$ b) $24 \div a/2 =$

c) $12 \div a/2 =$ d) $4 \div 6a =$

6. Si D = dq + r, entonces D + d = dq + r + d ¿qué le sucede al cociente q?

7. ¿Cuánto aumenta el cociente si se añade el divisor al dividendo y el divisor permanece igual? ¿Cuánto aumenta el cociente si se reduce el divisor a su mitad?

8. Resuelve los siguientes problemas:

a) Un comerciante adquiere artículos por L 105 000. Vende una parte por L 36 000 a L 180 cada uno ganando L 30 en cada artículo. ¿A que precio debe vender el resto para tener una ganancia total de L 25 000.

b) Una sala tiene de dimensiones 3m de ancho por 5m de largo. ¿ Cual es el costo de los ladrillos de 25 cm $\times$ 25 cm a un precio de L 4 por unidad?

c) Un automóvil sale de una ciudad a las 8 a.m. a una velocidad de 70 km/h y otro auto sale de la misma ciudad a las 10 a.m. Si el segundo auto alcanza al primero a la 2 p.m. ¿a qué velocidad se desplazaba el segundo auto?

Lámina 1.7	La potenciación en N.

NOMBRE_______________________________________FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Interpretar la potenciación de números naturales.
2. Aplicar las leyes de los exponentes.
3. Efectuar operaciones combinadas de números naturales.
4. Aplicar las potencias a la resolución de problemas.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

   * La definición de potencia n-sima de un número natural.
   * La multiplicación y división de potencias con la misma base.
   * La multiplicación y división de potencias con el mismo exponente.
   * El resultado de una potencia elevada a un exponente.
   * Problemas de aplicación de potencias de números naturales.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION.

1. Interpreta gráficamente por medio de áreas de cuadrados las expresiones:

   a) 3^2 b) $(a + 3)^2$ c) T. de Pitágoras: $x^2 = y^2 + z^2$

2. En un cuadrado de lado ℓ y de diagonal d,

   a) establece la relación de los números d y ℓ elevados al cuadrado.

   b) además calcula el área del cuadrado en términos del lado y también de la diagonal.

3. Escribe como potencias de 10 los siguientes números:

   10 = 1000 = 100 000 = 1 000 000 000 000 =

4. Encuentre el valor de x ε **N**, si

$x^3 = 8^2$ $x^2 = 139$ $2^x = 32$ $(x + 3)^2 = 25$

5. Si el volumen de un cubo de arista **a** es $\mathbf{a^3}$, entonces halla el volumen de un cubo de arista:
5, 2a, 3a, a - 1.

6. Identifica la propiedad empleada para dar el resultado de:

a) $2^5 \cdot 2^4 \cdot 2^6$ b) $3^6 \div 3^4$ c) $4^5 \cdot 3^5$

d) $(2^4 + 3^2)\, 2^2$ e) $5 \cdot 5^4 + 12^2 \div 4^2$ f) $(3^4)^2$

7. Aplicando las propiedades, compruebe que:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

8. Resuelve los siguientes problemas:

a) De un cuadrado de 12 cm. de lado, se recorta otro cuadrado que tiene sus vértices en los puntos medios de los lados del primero. Calcule el área que queda.

b) ¿Cuántas baldosas se necesitan para cubrir un patio cuadrado que tiene 18 m de lado con baldosas cuadradas de 30 cm de lado.

c) Compara las áreas de las figuras sombreadas. Haz tus conclusiones.

Láminas 1.9, 1.10, 1.11	La Divisibilidad en N

NOMBRE_______________________________________FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Determinar los casos en que un número es divisor de otro.
2. Identificar las propiedades de la relación "divide a".
3. Usar los criterios de divisibilidad.
4. Determinar si un número natural es primo o compuesto.
5. Efectuar la descomposición en factores primos de un número compuesto.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

    * La relación "divide a" ó "múltiplo de" y sus propiedades.
    * Los criterios de divisibilidad por 2, 3 y 5.
    * Divisores de un número y su clasificación en números primos y compuestos.
    * La criba de Eratóstenes y el criterio general para identificar un número primo.
    * Teorema Fundamental de la Aritmética para los números naturales.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Determine si $x \mid y$ cuando

    a) $x = 238$, $y = 1190$ b) $x = 124$, $y = 2232$

2. Indica si es verdadera o falsa cada proposición para los números naturales x, y no ceros. Justifica enunciando la propiedad correspondiente:

a) $1 \mid x$, $x \mid 0$, $x \mid x$, $0 \mid x$.   b) Si $x \mid y$ entonces $y \mid x$

c) Si $x \mid y$ entonces $x^2 \mid y^2$ d) Si $x \mid y$ entonces $x \mid suc(y)$

3. Demuestra que si $x \mid a$ y $x \mid b$ entonces $x \mid (a + b)$

¿Es cierto que si $x \mid (a + b)$ entonces $x \mid a$ y $x \mid b$?

4. Determina si es primo o compuesto cada uno de los siguientes números:

311 733 1567 2003 5321

5. Escribe la definición de número primo y de número compuesto.

6. Descompone en factores primos cada uno de los siguientes números:

312 740 1008 25480 23562

7. Indica si es verdadera o falsa cada una de las siguientes proposiciones.

a) Si p es un número primo, entonces suc (p) es primo.

b) Si a es un número primo, entonces a^3, $5a$, $a + 3$ son primos.

8. Verifica si los siguientes números son primos:

a) 301 b) 1001

9. Verifica las proposiciones siguientes:

a) Si p es primo y $p \mid ab$ entonces $p \mid a$ ó $p \mid b$.

b) Si $p > 2$ es primo entonces es de la forma $p = 4n + 1$ ó $p = 4n + 3$, para algún $n \in \mathbf{N}$

Láminas 1.12, 1.13	Aplicaciones de la Descomposición en Factores Primos.

NOMBRE______________________________________FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Determinar cuando un número divide a otro mediante su descomposición en factores primos
2. Calcular todos los divisores de un número compuesto.
3. Calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de varios números naturales.
4. Calcular la radicación de números naturales en casos en que sea posible.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

 * El cociente de dos números naturales que han sido descompuestos en sus respectivos factores primos.
 * Procedimiento para determinar todos los divisores o factores de un número natural.
 * Definición del máximo común divisor de varios números y procedimiento para su cálculo.
 * Definición del mínimo común múltiplo de varios números y procedimiento para su cálculo.
 * Radicación de números naturales mediante la descomposición en factores primos.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Halla el cociente de las parejas de números mediante su descomposición en factores:

 a) 288, 48 b) 5400, 180 c) 40 500, 270

2. Halla todos los factores o divisores de:

 a) 502 b) 3564 c) $4a^3b^2$

3. Si p es un número primo, entonces la suma de todos sus divisores es 1 + p.

4. Encuentra el máximo común divisor y mínimo común múltiplo de:

a) 968, 8755 b) 1800, 1080, 2520 c) 114, 3648

5. Determina si cada conjunto de números son primos relativos:

{24, 35, 154} {56, 143} {66, 385}

6. Explica:

a) ¿Cuándo el m.c.m. de dos o más números es el producto de los mismos?

b) ¿Cuándo el m.c.d. de dos o más números es igual a uno de los números dados ?

7. Un agricultor desea poner 364 quintales de maíz, 455 quintales de arroz y 546 quintales de frijoles en el menor número de silos o envases del mismo tamaño, sin mezclar los granos y de manera que cada silo quede lleno. ¿Qué número de quintales debe contener cada silo?

8. Calcula las siguientes raíces descomponiendo cada radicando en factores primos:

a) $\sqrt{3600}$ b) $\sqrt[3]{27000}$ c) $\sqrt[5]{248832}$

9. ¿Cuál es la menor capacidad de una pila que se pueda llenar en un número exacto de segundos por cualquiera de tres llaves que vierten, la primera 24 litros por segundo, la segunda 40 litros en dos segundos y la tercera 54 litros en tres segundos?

LABORATORIO: CUESTIONARIO No. 1		**UNIDAD 1** Examen de Fichas sobre Láminas 1.1 a 1.8
Concepto de Número Natural Y Operaciones.	**Conferencia No.1**	**CALIFICACION**

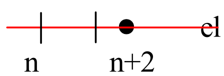
DESARROLLO	CORRECCION

I En cada proposición responde con V o F, si es verdadera o falsa. (5% c/u)

1. Para a, b naturales se cumple $a - b = b - a$ ( )

2. Para n natural, n^2 es número par ( )

3. Si $a < b$ y c número natural entonces $ac < bc$ ( )

4. 

el punto representa suc(2n) ( )

5. Si $n > 1$ entonces $n!$ es un número par ( )

II. Selecciona la respuesta correcta (5% c/u)

1. Suc(suc n) es igual a:
   a) $n + 1$
   b) $n + 2$
   c) $2n$
   d) $2n + 1$

2. El conjunto numérico ordenado en forma creciente es:
   a) $2(n+1), 2n+1, n+2, n$

   b) $n+2, n, 2n+1, 2(n+1)$

   c) $n, n+2, 2n+1, 2(n+1)$

   d) $n, n+2, 2(n+1), 2n+1$

3. Si $b - a = c$, entonces
   a) $a + b + c = b$
   b) $a + b + c = 2a$
   c) $a + b + c = 2b$
   d) $a + b + c = a$

4. En el número 34016 hay:

a) 0 centenas
b) 34 unidades de millar.
c) 16 decenas
d) 6 unidades

5. El resultado de operar $4(9 - 3 \cdot 2)5 + 12 \cdot 5 - 3$ es:

a) 84
b) 63
c) 117
d) 97

III. Resuelve cada problema (25% c/u)

1) Después de vender un automóvil gané L 5308, regalé L 2500 y me quedé con L 35875. ¿Cuánto me habría costado el carro?

2. Dos ciudades A y B están a una distancia de 2500 km. Un auto sale de A a las 6 a.m. con una velocidad de 80 km/h, y otro sale de B a las 8 a.m. con velocidad de 70 km/h. ¿A qué distancia se encuentran uno del otro a las 11 a.m.?

LABORATORIO: CUESTIONARIO No. 2		**UNIDAD 1** Examen de Fichas sobre Láminas 1.9 a 1.13
DIVISIBILIDAD EN N	**Conferencia No. 2**	**CALIFICACION**

DESARROLLO	CORRECCION
I En cada proposición responde con V o F, si es verdadera o Falsa. (5% c/u) 1. Si suma el divisor al dividendo, el cociente aumenta en 1 ( ) 2. $(a^4 + b^3)a^2 = a^4 + a^2b^3$ ( ) 3. El número 1 es primo ( ) 4. Si m.c.d.(x, y) = 1, entonces y | x ( ) 5. El producto $300 \times 1000 = 3 \times 10^6$ ( ) **II**. Selecciona la respuesta correcta (5% c/u) 1. Si $48 \div a = b$, entonces $12 \div (a/2)$ es igual a a) 2b b) 4b c) b/4 d) b/2 2. El resultado de $n \bullet n^5 + (4m)^3 \div 4^2$ es: a) $n^6 + 4m^2$ b) $n^6 + 4^2m^2$ c) $n^5 + 4m^3$ d) $n^6 + 4m^3$ 3. Si x | y, entonces a) suc(x) | suc(y) b) y | x c) $x^2 \mid y^2$ d) $x^2 \mid y$	

4. Halle el número primo en los siguientes:

a) 5677
b) 3414
c) 4291
d) 1039

5. Si un cuadrado ABCD tiene 12 cm. de lado, entonces el cuadrado interior con vértices en los puntos medios de los lados de ABCD, tiene área igual a:

a) 144
b) 72
c) 48
d) 36

III. Resuelve cada problema (25% c/u)

1) Compro cierto número de sacos de azúcar por L 675 y luego los vendo por L 1080, ganando así L 3 por saco. ¿Cuántos sacos compré?

2. Se quieren envasar 161 libras, 253 libras y 207 libras de plomo, en tres cajas de modo que los bloques de plomo de cada caja tengan el mismo peso y el mayor posible. ¿Cuánto pesa cada bloque de plomo, y cuántos caben en cada caja?

RESPUESTAS FICHAS No. 1

UNIDAD 1: NÚMEROS NATURALES.

Lámina 1.1

1. n = 0, 18, 156, 257, 999, 9999. **2**. 90 910, m + 6, 2n + 2. **3**. a) n + 2 b) m + 1, c) 12 d) 2k + 1. **4**. a) n + 2 b) n + 5 c) 2n + 5. **5**. a) 1 000000, 2 000000, 4 000000, 500×2^{n}, $500\times 2^{n+1}$ b) 1200 + d, 1200 + 2d, 1200 + 3d + 1.

Láminas 1.1, 1.2

1. a) tres millones un mil uno b) un millón ciento un mil noventa y uno. **2** a) {1002, 2725, 2824, 3245, 3342} **3**. a) n + 4 b) {0, 2, 4} **5**. 98765, 12345 **6.** Son 18 números: 6 que comienzan con 3, otros seis con 5 y los otros con 9. (18 se obtiene de multiplicar 3 cifras para el lugar de unidades de millar, por 3 para las centenas, por 2 para las decenas y una para las unidades). **7**. $\leq$ **8.** m < suc(n) **9**. igual que la propuesta. **10**. a) 3906.

Lámina 1.3

2. a) asociativa b) uniforme c) monótona. **3.** a) 477416 **4**. a = 9, b = 3. **6**. a) 52323, 44743 b) 395624 c) 23102.

Láminas 1.4, 1.5 y 1.6

2. a) asociativa b) distributiva c) asociativa y distributiva d) uniforme. **3**. a) 708023 b) 274014 c) 2509 **4**. 28 **5**. 5n + 11, 3n + 4. **6**. 10mn + n **7**. Si, porque 12 = m.c.m. (6, 4). **8**. a) 120 b) 96 c) 480 **9**. n! = n(n – 1)...3·2·1 **10.** a) 28391 b) 490.

Lámina 1.8

2. 431 **3**. a) $3516 = 478\times 7 + 170$ b) $10324 = 2004\times 5 + 304$ **4**. a) 252 b) 142. **5.** a) b/3 b) 2b c) b d) b/36. **6**. D + d = d(q + 1) + r **7**. a) 1 b) se duplica. **8**. a) 188 b) 960 c) 105.

Lámina 1.7

2. a) $d^2 = 2l^2$ b) $A = l^2 = d^2/2$ **3**. 10, 10^3, 10^5, 10^{12} **4**. x = 4, 13, 5, 2 **5**. 125, $8a^3$, $27a^3$, $(a-1)^3$. **6**. a) 2^{15} b) 3^2 c) 12^5 d) $2^6 + 6^2$ e) $5^5 + 3^2$ f) 3^8 **8**. a) 72 b) 3600.

Láminas 1.9, 1.10 y 1.11

1. a) 238| 1190 b) 124 | 2232. **2**. a) V, V, V, F b) F c) V d) F **3**. b) no, 5 | 15 pero 5 no divide a 8 ni a 7 sumandos de 15. **4**. $5321 = 17\times 313$ no es primo. **6.** $312 = 2^3\times 3\times 13$, $740 = 2^2\times 5\times 37$, $1008 = 2^4\times 3^2\times 7$, $25480 = 2^3\times 5\times 7^2\times 13$. **7.** a) F b) F **8**. son múltiplos de 7. **9**. a) V b) V.

Láminas 1.12, 1.13

1. a) 2×3 b) $2\times 3\times 5$ c) $2\times 3\times 5^2$ **3**. V **6**. a) si no hay factores comunes b) si uno de los números es divisor o factor del otro. **7.** 91 **8**. a) 60 b) 30 c) 12 **9**. 1080

Respuestas Cuestionario No. 1
I. F, F, V, F, V. **II.** 1 b) 2 c) 3 c) 4 b) 5 c). **III.** 1) 33067 2) 1890.

Respuestas Cuestionario No. 2
I. V, F, F, F, F. **II**. 1 d) 2 d) 3 c) 4 d) 5 b). **III.** 1**)** 135 2) 23 libras, 9 en cada caja.

CURSO DE MATEMÁTICA BÁSICA:

ARITMÉTICA

UNIDAD 2: LOS NUMEROS ENTEROS

"No es posible sin los números
concebir o conocer algo".
Filolao

GUION DE CONFERENCIA No. 3

CONJUNTO Z, ORDEN Y OPERACIONES
DIVISIBILIDAD EN Z.

Contenidos y Láminas No. 2.1 a 2.6

FICHAS DE ESTUDIO DE LOS NUMEROS ENTEROS

I OBJETIVOS

II ACTIVIDADES DE PREPARACIÓN

III ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

LABORATORIOS

CUESTIONARIO No. 3

RESPUESTAS

UNIDAD 2:	GUION DE CONFERENCIA No. 3 LOS NUMEROS ENTEROS
TEMA: CONJUNTO Z ORDEN OPERACIONES DIVISIBILIDAD	**CONTENIDO:** * Definición del conjunto **Z** de los números enteros * Relación de orden en **Z**. * Suma y Resta. Propiedades. * Multiplicación. Propiedades. * División. Propiedades. * Divisibilidad y Aplicaciones.

DESARROLLO.	RECURSO
1. Definición del conjunto **Z** de los números enteros. * Motivar la creación de los números negativos: a) en la vida cotidiana, para la representación de las deudas. b) en la matemática, para poder restar siempre. * Definición del conjunto de los números enteros: Notación y propiedades.	**Lámina 2.1**
2. Relación de orden y valor absoluto de los enteros. * Definición y notación. Propiedad de tricotomía. * El orden en Z, representación gráfica: a) peculiaridades derivadas del signo y del valor absoluto del número entero b) Enteros negativos, positivos y estrictamente positivos. * Valor absoluto de un entero.	**Lámina 2.2**
3. La suma en Z. Propiedades. * Suma de enteros cuando tienen el mismo signo y cuando tienen diferente signo. * Propiedades de la Suma: a) Propiedad de existencia de opuesto. b) Definición de resta de enteros. Representación gráfica. c) Interpretaciones del signo menos. d) Supresión de signos de agrupación.	**Lámina 2.3**

4. La multiplicación en Z. Propiedades. * Leyes de los signos. * Propiedades.	**Lámina 2.4**
5. Síntesis aditivo-multiplicativo. * Operaciones combinadas. Jerarquía. * Propiedad uniforme y propiedad monótona.	**Lámina 2.5**
6. La división en Z. * Algoritmos de Euclides. * División exacta e inexacta. * Representación gráfica.	**Lámina 2.6**
7. La divisibilidad en Z. * Términos y propiedades definidas en N extendidas para Z. * Criterios de divisibilidad. * Teorema fundamental de la Aritmética extendido a los números enteros. * Definición del m.c.d. y el m.c.m.	**Lámina 2.6**

LÁMINA DE PRESENTACIÓN

CONFERENCIA No. 3

UNIDAD 2: LOS NUMEROS ENTEROS

CONTENIDO:

* Definición de **Z.**

* Relación de orden en **Z**.

* Suma y Resta. Propiedades.

* Multiplicación. Propiedades.

* División. Propiedades.

* Divisibilidad y Aplicaciones.

LÁMINA 2.1

1. DEFINICION DEL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS Z.

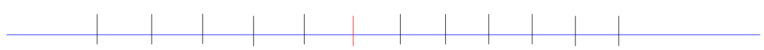
Números negativos:

* Temperatura "bajo cero"
* Déficit comercial
* Tiempo antes de Cristo.

$\mathbf{Z^+} = \mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4,...\}$

$\mathbf{Z^-} = \{... -4, -3, -2, -1\}$

$\mathbf{Z} = \mathbf{Z^+} \cup \mathbf{Z^-} = \{..., -4,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, 4,...\}$



... -5 -4 -3 -1 0 1 2 3 4 5...

<u>Observamos</u>:

$\mathbf{Z} = \mathbf{Z^+} \cap \mathbf{Z^-} = \{\ \} = \phi$

$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}$

Propiedades de Z

1. Z no tiene primer elemento

2. Todo entero tiene sucesor

3. Z no tiene últimos elemento.

* Todo entero **menor que** 0 es **negativo**

- 5 es un entero **negativo**
El signo **-** antepuesto a 5 denota que es negativo.

Resultado:

Si $\mathbf{a} \in \mathbf{Z}$ entonces **a** puede ser un número **positivo o negativo**.

LÁMINA 2.2

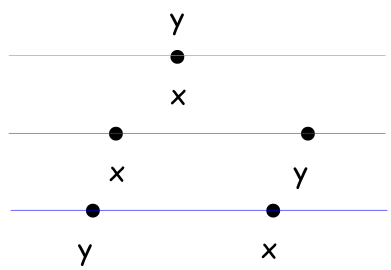
2. RELACION DE ORDEN. VALOR ABSOLUTO

Dados x y y números enteros se tiene una y solo una de las siguientes posibilidades:

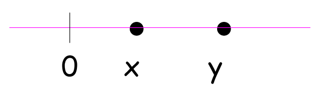
$x = y$

$x < y$

$x > y$

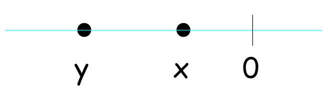


* Al comparar enteros positivos:



$x < y$
x "está más cerca" de 0

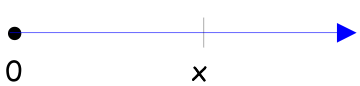
* Al comparar enteros negativos:



$x > y$
x "está más cerca" de 0

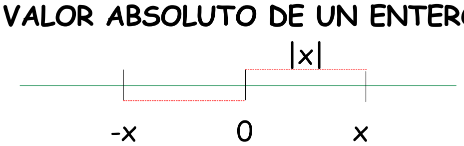
RESULTADO: Todo entero negativo es menor que todo entero positivo.

$\mathbf{Z}^- = \{ x \in \mathbf{Z} \mid x < 0 \}$



$\mathbf{Z}^+ = \{ x \in \mathbf{Z} \mid x \geq 0 \}$

VALOR ABSOLUTO DE UN ENTERO



Se interpreta como la distancia entre el número y cero

* **Notación: |x|** se lee "valor absoluto de x".

$$|x| = \begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ -x \text{ si } x < 0 \end{cases}$$

$|5| = 5$

$|-5| = -(-5) = 5$

Si $|a| = 10$, entonces $a = 10$ ó $a = -10$.

Importante: $|x| \in \mathbf{Z}^+$ o sea, $|x|$ es siempre un número positivo.

LÁMINA 2.3

3. SUMA de ENTEROS:

1. Cuando los sumandos tienen el mismo signo:

números signos a + - b + - a + b + -	5 + 3 = 8 - 5 + (- 3) = - 5 - 3 = - 8 La suma tiene el signo de los sumandos

2. Cuando los sumandos tienen signo diferente:

números signos a + - b - + a + b ¿ ¿	5 + (-3) = 5 - 3 = 2 - 5 + 3 = - 2 La suma tendrá el signo del término de mayor valor absoluto.

Propiedad de la Suma de Enteros:

Para a, b, c ε **Z**, se tiene:

1. Cierre: a + b ε **Z**.
2. Asociativa: (a + b) + c = a + (b + c)
3. Conmutativa: a + b = b + a
4. Existencia de neutro: 0 + a = a + 0 = a
5. Existencia de opuesto:

Para todo entero existe su opuesto con signo contrario. Para todo número entero a, existe su opuesto -a tal que a + (-a) = (- a) + a = 0 5 + (- 5) = (- 5) + 5 = 0

Consecuencia:

a - b = a + (- b)

La regla para calcular la diferencia entre dos enteros consiste en sumar al minuendo el opuesto del sustraendo, así:

a **-** b = a **+** (- b)

3 - 5 = 3 + (- 5) = - 2 3 - (- 5) = 3 + 5 = 8

LÁMINA 2.4

4. MULTIPLICACION DE ENTEROS.

Números signos

a	+	+	-	-
b	+	-	+	-
ab	+	-	-	+

Producto de enteros del mismo signo es **positivo.**
Producto de enteros de distinto signo es **negativo**

Propiedad de la Multiplicación de Enteros:

Para a, b, c ε **Z**, se tiene:

1. Cierre: ab ε **Z**.
2. Asociativa: (ab)c = a(bc)
3. Conmutativa: ab = ba
4. Existencia de neutro: $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$
5. Existencia de unidades: 1 y -1: $1 \times 1 = (-1) \times (-1) = 1$

*** Otras Propiedades:** Observa otras propiedades importantes como:

1. Valor absoluto de <u>ab</u>, $|ab| = |a|\ |b|$

2. Propiedad absorbente del cero: $a \cdot 0 = 0$

$\therefore$ ab = 0, equivale a = 0 ó b = 0.

*** JERARQUIA DE LAS OPERACIONES.**

* Primero se opera dentro de los paréntesis
* Se opera de izquierda a derecha.
* $\times$ y $\div$ son las de más alto nivel
* + y - son las de bajo nivel

La multiplicación y la suma cumplen las propiedades distributivas:

a (b + c) = ab + ac
(a + b) c = ac + bc

LÁMINA 2.5

Para operar la siguiente expresión se procede así:

2 + [3 - 5(4 - 7·3 + 4)] 5 - 8

= 2 + [3 - 5 (4 - 21 + 4)] 5 - 8

= 2 + [3 - 5 (- 17 + 4)] 5 - 8

= 2 + [3 - 5 (- 13)] 5 - 8

= 2 + [3 + 65] 5 - 8

= 2 + [68] 5 - 8

= 2 + 340 - 8

= 342 - 8

= 334

Observa que deben efectuarse las operaciones de:

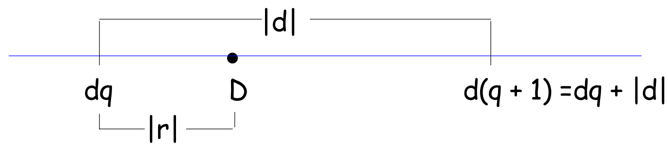
* los signos de agrupación, primero
* de izquierda a derecha
* $\times$, $\div$ alto nivel
* +, - bajo nivel.

LAS RELACIONES DE =, < Y > PUEDEN FUSIONARSE CON SUMA Y MULTIPLICACIÓN:

Suma	**Multiplicación**
Propiedad uniforme:	
$a = b \Rightarrow a + c = b + c$	$a = b \Rightarrow ac = bc$
$a + 3 = 5 \Rightarrow a + 3 + (-3) = 5 + (-3)$ $a = 2$	$3a = 12 \Rightarrow 3a = 3 \times 4$ $a = 4$
Propiedad monótona:	$a < b, \boxed{c > 0} \Rightarrow ac < bc$ $-5 < -2,\ 3 > 0 \Rightarrow (-5)3 < (-2)3$ $-15 < -6$
$a < b \Rightarrow a + c < b + c$	
$-5 < -2$, entonces $-5 + 2 < -2 + 2$ $-3 < 0$	$a < b, \boxed{c < 0} \Rightarrow ac > bc$ $-5 < -2, -1 < 0 \Rightarrow (-5)(-1)\ ?\ (-2)(-1)$ $5 > 2$

LÁMINA 2.6

6. La división en Z: Cociente Euclídeo.



El Dividendo D está entre dos múltiplos consecutivos del divisor: $dq < \mathbf{D} < dq + |d|$

El residuo $r \geq 0$ será la diferencia D al menor de los múltiplos del divisor d.

Si $r \geq 0$ y si $D - dq = r \geq 0$, entonces D estará siempre a la derecha de dq y q será siempre el cociente por defecto.

El cociente euclídeo cumple: 1. $\mathbf{D = dq + r}$ 2. $\mathbf{0 \leq r < |d|}$

Ejemplos:

1. $(-13) \div (-5)$ el cociente es 3 y el residuo es 2 porque $-13 = (-5)(3) + 2$, donde $2 < \|-5\|$	- 15 - 13 - 10
2. $(-12) \div 4 = -3$ el cociente es -3 y el residuo $r = 0$, porque $-12 = 4(-3)$	- 12
3. $13 \div (-5)$ el cociente es -2 y el residuo es 3 porque $13 = (-5)(-2) + 3$	10 13 15

LA DIVISIBILIDAD EN Z:

Todo lo estudiado en divisibilidad de naturales se extiende a los enteros, salvo el signo:

c) $315 = (-1)\ 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

Además

m.c.d. (a, b) = m.c.d.(| a |, | b |)

m.c.m. (a, b) = m.c.m.(| a |, | b |)

FICHAS DE ESTUDIO No.2
UNIDAD 2: NUMEROS ENTEROS

Láminas 2.1, 2.2	El conjunto Z de los Enteros y su orden

NOMBRE____FECHA_________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Determinar los elementos del conjunto **Z** de los números enteros.
2. Determinar el valor absoluto y el signo de un número entero.
3. Representar gráficamente números enteros.
4. Interpretar gráficamente el valor absoluto y signo de un número entero.
5. Interpretar la ordenación de **Z** mediante su representación gráfica.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.
1. Estudia en un Texto lo siguiente:
2. La construcción del conjunto de los números enteros añadiendo los números negativos a los números naturales: $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^{+} \cup \mathbf{Z}^{-}$
3. La elección de un sistema de coordenadas en la recta para representar los enteros.
4. El signo de un número entero y su valor absoluto.
5. La relación de igual, mayor que o menor que entre dos números enteros y su representación gráfica en la recta.
6. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Indica si el número entero dado pertenece a Z^{+} o a Z^{-} :

-5 8 suc(-3) suc(-1) - (- 12)

2. Representa gráficamente los siguientes enteros y ordénalos en forma creciente:

-6 -9 4 + 1 suc(-2) suc(suc(-1))

3. Encuentra los números enteros x, si existen, que satisfacen:

a) $|x| = 4$ b) $|x| = 16$ c) $|x| = 0$ d) $|x| = -8$.

4. Ordena crecientemente (de menor a mayor) los siguientes subconjuntos de Z:

A = {-165, 322, -408, -20}   B = {-3704, -3705, 0, -1}

Además, escribe los conjuntos A’ y B’ formados con los negativos (u opuestos) de A y B respectivamente. También A” y B” formados con los valores absolutos de los elementos de A y B respectivamente.

5. Si a e $\boldsymbol{Z}^+$ y b e $\boldsymbol{Z}^-$, entonces escribe el signo de relación en el espacio dado:

a ____b   b_____| b | b_____0   a_____| a |

6. Explica si la proposición es verdadera o falsa:

a)La distancia de ***a*** al origen es igual a la distancia del origen a ***– a.***

b) Todo subconjunto propio del conjunto de los números enteros tiene primer elemento.

c) Si un número entero ***a*** es negativo entonces ***– a*** es positivo.

d) Si a y b son dos enteros cualesquiera tales que a < b, entonces el valor absoluto de a es menor que el valor absoluto de b.

e) Si $Z^+ = N$ entonces los opuestos de N coinciden con Z^-.

7. Resuelve los siguientes problemas:

a) A las 3 a.m. la temperatura es de $–5^oC$. ¿Cuál es la temperatura a las 12 m. Si ha tenido una subida de 18^o ?

b) ¿Cuántos años vivió un hombre que nació en el año –372 (es decir 372 a.c.) y murió en el año –291?

c) ¿Cuántos años se tardaron para construir un edificio que se comenzó en el año –42 y se terminó en el año 33 d.c.?

Lámina 2.3	La Suma y la Resta en el conjunto Z

NOMBRE_______________________________________FECHA_________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Determinar cualquier suma o resta mediante gráfica de **Z**.
2. Identificar las propiedades de la suma y resta de números enteros.
3. Efectuar cualquier operación de suma o resta de números enteros.
4. Aplicar las operaciones de suma o resta de números enteros.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

   a) Las reglas para sumar enteros con el mismo signo o de signos contrarios.
   b) La representación gráfica en la recta de la suma de números enteros.
   c) Las propiedades de la suma de números enteros.
   d) La definición de la resta y sus propiedades.
   e) Los distintos significados del signo "menos".

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Representa gráficamente en la recta numérica:

   a) $3 + 5$ b) $3 + (- 5)$ c) $– 3 + 5$ d) $– 3 + (- 5)$

2. Calcula el resultado de:

   a) $15 – 27 – 12 =$ b) $15 – (27 – 12) =$ c) $15 – (12 – 27) =$

3. Indica la propiedad empleada en cada caso:

   a) $8 + (- 21) = -21 + 8$ b) $– (a – 54) = 54 – a$

   c) Si $a + 7 = 3$, entonces $a = 3 – 7$

   d) Si $b – 5 > - 6$, entonces $b > - 6 + 5$

4. Indica si es verdadera o falsa cada una de las siguientes proposiciones. Justifica tu respuesta en cada caso.

a) Si $x < y$, entonces $|x – y| = y – x$

b) Para todo entero **a** se tiene que $| a | > a$.

c) Si $a < 0$ entonces $| a | = - a$, donde el signo menos significa negatividad.

d) Si $a – b < 0$ entonces $b – a > 0$

5. Dadas las siguientes expresiones, explica que significa el signo menos cada vez:

a) $– [7 – (-3)]$ b) $– (40 – 32)$ c) $–(-(-4))$

6. Si $a < 0$, entonces dé el resultado de cada expresión:

$a – (-a)$ $a - | a |$ $a + | a |$

7. Resuelve los siguientes problemas.

a) Si una mercadería se compró por L 23 513 y se pagó L 5 718 de impuestos, fue vendida por L 26 759 ¿Cuánto se perdió en la venta ¿.

b) Se recibió L 324 517 por la construcción de una obra, pero los gastos ascendieron a L 298 340, se pagó una multa por L 15 624 y se gastó L 5 615 en la reparación de una máquina.¿Cuánto fue el total libre?

Láminas 2.4 y 2.5	La Multiplicación y la División en el conjunto Z

NOMBRE______________________________________FECHA_________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Interpretar la multiplicación y la división mediante gráfica de **Z**.
2. Identificar las propiedades de la multiplicación de números enteros.
3. Determinar el cociente y el residuo de cualquier división de números enteros.
4. Efectuar cualquier operación combinada de números enteros.
5. Aplicar las operaciones a problemas de números enteros.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

 * Las reglas para multiplicar enteros con el mismo signo o de signos contrarios.
 * La representación gráfica en la recta de la multiplicación de números enteros.
 * Las propiedades de la multiplicación de números enteros.
 * Las unidades de los números enteros.
 * La definición de múltiplo de un entero y división exacta e inexacta.
 * La división Euclídea, el cociente por defecto y el residuo siempre positivo.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Representa gráficamente en la recta numérica:

a) $3 \times (-4)$ b) $(-3) \times 4$ c) $(-3) \times (-4)$

2. Efectúe las siguientes operaciones:

a) $5 - 3[4 + 2(5 - 8) - |-6|]$ b) $4 - 2[[(-3)^2 - 6]^2 - |3|]$

c) $(-4)^2 - [(-3)(-5)^3 - 54] + 3$ d) $(3 - 8)^3 - 9(4 - |12|)$

3. Si a, b son enteros tales que $a < 0$ y $b > 0$, entonces ordene en forma creciente las expresiones siguientes: ab, a^2b, ab^2, $b - a$

4. Indique la propiedad empleada en cada caso:

Si $4a < -12$, entonces $a < -3$.

Si $-5b \geq 30$, entonces $b \leq -6$.

5. Aplicando la propiedad distributiva desarrolla los productos:

$(a + 5)^2$ $(a - 4)(a + 3)$ $(a - 1)^3$

6. Si $a^2 = 1$ entonces a es una unidad. Indica las unidades de **Z**.

7. Dados los números enteros D y d, halla q y r tal que $0 \leq r < |d|$.
Escribe $D = d \cdot q + r$, y además comprueba que $r = D - dq \geq 0$

a) $D = 348$, $d = -72$
b) $D = -742$, $d = -36$
c) $D = -1176$, $d = 168$

8. Si a y b son enteros distintos de cero, entonces escribe en forma simbólica las siguientes expresiones:

a) El triple de la diferencia de a y b.
b) La suma del doble de a con el valor absoluto de b.
c) El producto del cuadrado de a por b.

9. Escribe con palabras las siguientes expresiones (son diferentes de las anteriores):

a) $3a - b$
b) $2(a + |b|)$
c) $(ab)^2$

10. El contrato establece honorarios por L 13 500 por un trabajo a realizarse en 20 días: pero además una multa de L 1000 por el primer día de atraso, que se duplicará por cada día subsiguiente. Si el contratista se atrasó 4 días. ¿Cuánto cobró o más bien quedó debiendo?

Lámina 2.6	La Divisibilidad en el conjunto Z y sus Aplicaciones.

NOMBRE_______________________________________FECHA_________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1.Determinar los casos en que un número es divisor de otro.
2. Identificar las propiedades de la relación “divide a”.
3. Determinar si un número entero es irreducible, primo o compuesto.
4. Efectuar la descomposición en factores primos de un número compuesto.
5. Calcular todos los divisores de un número entero compuesto.
6. Calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de varios números enteros.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* La relación "divide a" ó "múltiplo de" y sus propiedades, extendida a los enteros
* Las consecuencias en los factores de considerar el signo y el valor absoluto de los enteros.
* La distinción entre número irreducible y número primo.
* Teorema Fundamental de la Aritmética para los números enteros.
* Procedimiento para determinar todos los divisores o factores de un número entero.
* Definición del máximo común divisor y del mínimo común múltiplo de varios números enteros, así como el procedimiento para su cálculo.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Indica si el número es primo, irreducible o compuesto.
a) 317 b) -241 c) -1313 d) 2011

2. Explica por qué 1 y -1 no son números primos ni irreducibles.

3. Descompone en sus factores primos:
a) 9845 b) - 3402 c) - 3960 d) 4536

4. Determina el conjunto de todos los factores o divisores de:
128 320 - 180 216 - 168

5. Calcula el m.c.d. y el m.c.m de los siguientes números:
a) 128, - 180, 72 b) 216, - 168, 140

6. Halla la capacidad de la pila más pequeña que se puede llenar en un número exacto de minutos por cualquiera de dos grifos, uno que arroja 36 decalitros (dl) y otro 42 dl por minuto. ¿Y en cuánto tiempo aproximadamente se llenaría con los dos grifos a la vez?

7. Indica si es verdadera o falsa cada una de las proposiciones siguientes. Explica su respuesta.

a) El m.c.d. (a, b) es un divisor de cualquier múltiplo de b.
b) El m.c.m. (a, b) es un múltiplo del m.c.d. (a, b).
c) Si m.c.d. (a, b) = 1 entonces el m.c.m. (a, b) = ab.
d) Si m.c.m. (a, b) = b entonces el m.c.d.(a, b) = a.

8. a) Si a = b, entonces m.c.d. (a, b) = ______ y m.c.m. (a, b) =_______.

b) Si $a = b^2$, entonces m.c.d. (a, b) = ______ y m.c.m. (a, b) =_______ .

c) Si $a = 3^3 \cdot 5 \cdot 7^x$, $b = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$ y m.c.m.(a, b) = $3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^4$, entonces
x =_______.

9. Comprueba que la intersección de los múltiplos de 12 con los múltiplos de 15 resultan ser los múltiplos de 60 y que el m.c.m. (12, 15) = 60.

10. Explica la diferencia del teorema fundamental de la aritmética aplicado a los números naturales con el mismo teorema aplicado a los números enteros.

11. Se tienen 3 sacos de azúcar que contienen 210, 280 y 294 libras respectivamente. Se quieren envasar en un número exacto de bolsas por saco, que contengan el mismo peso y el mayor posible. ¿Cuánto pesa cada bolsa y cuántas se obtienen de cada saco? Si la libra se vende a L 6 ¿cuál es el precio de cada paquete o bolsa de azúcar?

LABORATORIO: CUESTIONARIO No. 3		UNIDAD 2 Examen de Fichas sobre Láminas 2.1 a 2.6
CONJUNTO Z	Conferencia No. 3	CALIFICACIÓN

DESARROLLO	CORRECCION
I En cada proposición responde con V o F, si es verdadera o falsa. (5% c/u) 1. Suc(- 2n + 1) = 2 (1 - n) ( ) 2. Si a < b < 0, entonces | a | < | b | ( ) 3. El número - 17 es primo ( ) 4. Si m.c.d. (x, y) > 0, entonces x, y > 0 ( ) 5. Si a < 0 entonces a + (- a) = 0 ( ) **II**. Selecciona la respuesta correcta (5% c/u) 1. Si | x + 5 |= 14 entonces x puede valer: a) - 19 ó - 9 b) - 19 ó 9 c) 19 ó 9 d) 19 ó - 9 2. Si m < 0, el conjunto ordenado en forma creciente es: a) $\{ m^2, m^3, m, \|m\|\}$ b) $\{ m^3, m, \|m\|, m^2\}$ c) $\{ m, m^2, m^3, \|m\|\}$ d) $\{ m, \|m\|, m^3, m^2\}$ 3. El filósofo griego Sócrates nació en 470 a.c. y murió en 399 a.c, entonces vivió a) 30 años b) 71 años c) 69 años d) 72 años	

4. El resultado de operar
$12 - 3(4 - 4 \times 2)^2 \div 6 - 5$ es

a) - 1 b) 19
c) - 36 d) 7

5. Si D = - 175 y d = -36, entonces:

a) q = 4 y r = 31

b) q = 4 y r = - 31

c) q = 5 y r = 5

d) q = - 5 y r = - 5

III. Resuelve cada problema (25% c/u)

1) Compro cierto número de sacos de azúcar por L 25900. Vendo 20 sacos por L 6300, perdiendo L 55 en cada saco. ¿A qué precio debo vender los restantes para ganar en total L 2900?

2. Se tienen tres sacos de arroz que contienen 210, 280 y 294 libras respectivamente. Se quiere hacer un número exacto de paquetes de cada saco con igual peso y el mayor posible. Si la libra se vende a L 6 ¿Cuál es el precio de cada paquete?

RESPUESTAS

FICHAS No 2 DE LA UNIDAD 2: NÚMEROS ENTEROS.

Láminas 2.1 y 2.2

1. 8, suc (-1) = 0, -(-12) = 12 $\in Z^+$, - 5, suc (-3) = -2$\in Z^-$ **3**. a) – 4, 4 b) – 16, 16 c) 0 d) no existen. **4**. $A^<$ = {- 408, - 165, - 20, 322}, A' = {165, - 322, 408, 20} , A" = {165, 322, 408, 20}. $B^<$ = {- 3705, - 3704, - 1, 0}, B' = {3704, 3705, 0, 1}, B" = B'.
5. >, <, <, =. **6**. a) V b) V c) V d) F e) F. **7**. a) 15 b) 81 c) 75.

Lámina 2.3

2. a) -24 b) 0 c) 30. **3**. a) conmutativa b) opuesto c) uniforme d) monótona.
4. a) V, y – x > 0 b) F ($\geq$) c) F, opuesto d) V, opuesto. **5**. a) – 10 b) – 8 c) - 4.
6. a) 2a b) 2a c) 0. **7**. a) perdió L 2472 b) libre fue L 4938.

Láminas 2.4 y 2.5

2. a) 29 b) – 8 c) – 302 d) – 53. **3**. ab^2, ab, b – a, a^2b. **4**. monótona (cancela).
5. $a^2 + 10a + 25$, $a^2 - a – 12$, $a^3 - 3a^2 + 3a - 1$. **6**. – 1, 1.
7. a) 348 = (-72)(- 4) + 60 b) – 742 = (- 36)(21) + 14 c) – 1176 = 168(- 7) + 0.
8. a) 3(a – b) b) 2a + | b | c) a^2b. **9**. a) la diferencia del triple de a con b
b) el doble de la suma de a con el valor absoluto de b c) el cuadrado del producto de a con b.
10. Debe L 1500.

Lámina 2.6

1. a) primo b) irreducible c) compuesto d) primo **2**. Irreducible es un entero x, x $\neq$ 0, x$\neq$ 1, x$\neq$ -1 que tiene como únicos divisores a 1, - 1, x y – x. Primo es un entero que es irreducible y positivo. **3**. a) $5\times 11\times 179$ b) $(-1)\times 2 \times 3^5 \times 7$ c) $(-1) \times 2^3 \times 3^2 \times 5\times 11$
4. Ejemplo: Divisores de – 180 son: 1 2 4, 3 6 12, 9 18 36, 5 10 20, 15 30 60, 45 90 180 y también los negativos de éstos. **5.** a) m.c.d. = 2^2 = 4, m.c.m. = $2^7 \times 3^2 \times 5$ = 5760
b) m.c.d = 2^3 = 8, m.c.m. = $2^3 \times 3^3 \times 5\times 7$ = 7560. **6**. capacidad 252, se llenaría en 3.23s.
7. Todas son verdaderas. **8**. a) a, a b) b, a c) 4. **10**. La diferencia es el factor (-1) cuando el entero es negativo. **11**. Pesa 14 y se obtienen 17, 20 y 21 respectivamente. Se vende por 84.

Laboratorio: Cuestionario No. 3.

I. V, F, F, F, V. **II**. 1 b) 2 b) 3 b) 4 a) 5 c). **III**. 1) 450 2) 84

CURSO DE MATEMÁTICA BÁSICA:

ARITMÉTICA

UNIDAD 3: LOS NUMEROS RACIONALES

"Además les di el número,
la más excelente de las invenciones".
Esquilo.

GUION DE CONFERENCIA No. 4

CONJUNTO Q, ORDEN, OPERACIONES
POTENCIA Y DECIMALES.

Contenidos y Láminas No. 3.1 a 3.6

FICHAS DE ESTUDIO DE LOS NUMEROS RACIONALES

I OBJETIVOS

II ACTIVIDADES DE PREPARACIÓN

III ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

LABORATORIO

CUESTIONARIO No. 4

RESPUESTAS

UNIDAD 3:	GUION DE CONFERENCIA No. 4 LOS NUMEROS RACIONALES
TEMA: CONJUNTO Q ORDEN OPERACIONES POTENCIA DECIMALES	**CONTENIDO:** * Definición del conjunto **Q de** los números racionales. * Relación de orden en **Q**. * Suma y Resta. Propiedades. * Multiplicación y División. Propiedades. * Potencia de base racional y exponente entero. * Forma Decimal.

DESARROLLO.	RECURSO
1. Definición del conjunto **Q** de los números racionales. * Motivar la creación de los números fraccionarios. * Determinar cuando las fracciones representan el mismo racional. Simplificar fracciones. *Definición del conjunto de los números racionales. Notación y propiedades.	**Lámina 3.1**
2. Relación de orden y valor absoluto de los racionales. * Signo de una fracción. Racionales positivos y negativos. * El orden en Q. Comparación entre racionales. * Valor absoluto de una fracción. * Propiedad de densidad de Q.	**Lámina 3.2**
3. La suma y la resta en Q. Propiedades. * Suma de fracciones cuando tienen el mismo denominador y cuando tienen diferente denominador. * Propiedades de la Suma.	**Lámina 3.3**
4. La multiplicación y la división en Z. Propiedades. * Definición de la multiplicación. Propiedades. * Definición de la división. * Propiedades: distributiva, uniforme y monótona.	**Lámina 3.4**
5. Potencia de base racional y exponente entero. * Definición de potencia. * Propiedades de las potencias.	**Lámina 3.5**
6. Forma decimal de un número racional. * Lectura y escritura de números decimales. * Algoritmo de la división. Aproximaciones. * Fracción generatriz de una forma decimal exacta o periódica. * Operaciones con formas decimales exactas.	**Lámina 3.6**

LÁMINA DE PRESENTACIÓN

CONFERENCIA No. 4

UNIDAD 3: LOS NUMEROS RACIONALES

CONTENIDO:

* Definición de **Q.**

* Relación de orden en **Q**.

* Suma y Resta. Propiedades.

* Multiplicación y División. Propiedades.

* Potencia de base racional y exponente entero.

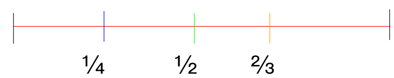
* Forma Decimal.

LÁMINA 3.1

1. DEFINICION DE Q.

*** Número fraccionario:**

* Partes de la unidad: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}$



* Cociente de dos enteros: a, b $\neq$ 0 es $\frac{a}{b}$.   Ejemplo $\frac{-134}{233}$

*** Términos de una fracción:** numerador "sobre" <u>denominador no cero</u>.

*** Fracciones iguales:** $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \bullet d = b \bullet c$ Ejemplo $\frac{18}{12} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 18 \times 2 = 12 \times 3$

AGRANDAR: multiplicar ambos términos por un mismo número:

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \times 6}{2 \times 6} = \frac{18}{12}$$

SIMPLIFICAR: dividir ambos términos por un mismo número ($\neq$ 0)

$$\frac{18}{12} = \frac{3 \times 6}{2 \times 6} = \frac{3}{2}$$

*** Fracción irreducible, reducida o simplificada:** $\frac{a}{b}$

cuando no hay factores comunes a ambos términos, o sea m.c.d.(a, b) = 1.

*** Clase** (o conjunto de fracciones iguales).

$$\left[\frac{3}{2}\right] = \left\{\frac{3}{2}, \frac{6}{4}, \frac{-12}{-8}, \frac{18}{12}, \ldots\right\}$$

donde 3/2 es el representante canónico del número racional.

*** Número racional:** Todo número que se expresa mediante una fracción.
Un número racional no es una sola fracción sino una **clase** de infinitas fracciones equivalentes.

*** Conjunto de racionales Q = {[a/b]: a, b ε Z, b > 0, m.c.d. (a,b) = 1}**

Todo entero es racional: 5 = 5/1 $\Rightarrow$ **Z** $\subset$ **Q.**

LÁMINA 3.2

2. RELACION DE ORDEN EN Q. VALOR ABSOLUTO.

* **Signo de una fracción**: $\frac{a}{b}$. Si a > 0, b > 0, entonces se tiene:

$$\frac{a}{b}=\frac{-a}{-b} \quad \text{ó bien} \quad \frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$$

<u>Notación:</u> Conviene siempre el denominador **b > 0**.

* **Representante canónico:** Fracción irreducible $\frac{a}{b}$ con b > 0.

$Q^+ = \{x \in Q \mid x \geq 0\}$ $Q^- = \{x \in Q \mid x < 0\}$ entonces

$$Q = Q^+ \cup Q^-$$

* **Orden en Q:** Para comparar dos fracciones, si tienen:

1. <u>igual denominador</u>, entonces se ordenan por el numerador.

$$\frac{3}{5}<\frac{8}{5}, \textit{porque } 3<8 \qquad \frac{-4}{7}>\frac{-9}{7}, \textit{porque } -4>-9$$

2. <u>distinto denominador</u>, antes deben reducirse a un común denominador

   * producto de denominadores: $\frac{3}{5}>\frac{4}{7}, \textit{porque } \frac{21}{35}>\frac{20}{35}$
   * m.c.m. de denominadores: $\frac{5}{12}<\frac{9}{20}, \textit{porque } \frac{25}{60}<\frac{27}{60}$

Regla General: $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$ si y sólo si *ad < bc*

Ejemplo: $\frac{3}{5}>\frac{4}{7}$ porque 21 > 20

* **Valor Absoluto:** $\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{|a|}{|b|}$

* **Propiedad de densidad de Q:** Para todo x, y, existe un **z** tal que x < **z** < y

Dados 1/2 y 2/3 entonces se puede escribir 1/2 < **5/8** < 2/3

LÁMINA 3.3

3. SUMA Y RESTA DE RACIONALES.

1. Cuando los sumandos tienen el mismo denominador:
* se suman los numeradores
* se pone el mismo denominador
* se simplifica, si es posible.

$$\frac{3}{5}+\frac{7}{5}=\frac{3+7}{5}=\frac{10}{5}=2$$

2. Cuando los sumandos tienen distinto denominador:
* antes, se reducen a un común denominador
* después, se procede como en 1.

$$\frac{4}{15}+\frac{7}{12}=\frac{16}{60}+\frac{35}{60}=$$
$$=\frac{16+35}{60}=\frac{51}{60}=\frac{17}{20}$$

* **Propiedades de la suma:** Para x, y, z ε Q, se tiene:

1. Cierre: x + y ε **Q**.
2. Asociativa: (x + y) + z = x + (y + z)
3. Conmutativa: x + y = y + x
4. Existencia de neutro: 0 + x = x + 0 = x
5. Existencia de opuesto:

Para todo racional $\frac{a}{b}$ existe su opuesto $-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}$

La resta: $\frac{3}{5}-\frac{7}{5}=\frac{3}{5}+\frac{-7}{5}=\frac{3+(-7)}{5}=\frac{-4}{5}=-\frac{4}{5}$

6. Propiedad Uniforme:	7. Propiedad Monótona:
Si x = y entonces x + z = y + z	Si x < y entonces x + z < y + z
Si x + 3/4 = 5/6 entonces	Si x - 3/4 > 3/5 entonces
x + 3/4 - 3/4 = 5/6 - 3/4	x - 3/4 + 3/4 > 3/5 + 3/4
x = 1/12	x > 27/20.

LÁMINA 3.4

4. MULTIPLICACION DE RACIONALES. DIVISION.

*** Definición de la multiplicación:** Los términos de la fracción producto se forma así:
numerador es el producto de los numeradores de los factores
denominador es el producto de los denominadores de los factores.

$$\frac{3}{5}\times\frac{-8}{12}=\frac{3\times(-8)}{5\times 12}=\frac{-2}{5}=-\frac{2}{5}$$

*** Propiedades:**

Para x, y, z ε **Q** se tiene:

1. Cierre: xy ε **Q**.
2. Asociativa: (xy)z = x(yz)
3. Conmutativa: xy = yx
4. Existencia de neutro: 1·x = x·1 = x
5. Existencia de inverso: Todo racional x $\neq$ 0, tiene inverso

$$x^{-1}=\frac{1}{x} \text{ tal que } x\cdot x^{-1}=x^{-1}\cdot x=1$$

<u>CONSECUENCIA</u>: La división siempre es posible si d $\neq$ 0

Definición de división: $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\left(\frac{c}{d}\right)^{-1}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$

*** Otras propiedades:**

6. Propiedad absorbente: x · 0 = 0

7. Propiedad Uniforme:	8. Propiedad Monótona:
Si x = y entonces x z = y z Si 3x = 5 entonces (1/3)3 x = (1/3) 5 ∴ x = 5/3	Si x < y , y **z > 0** entonces x z < y z Si x > 3/5 entonces 5x > 5(3/5) ∴ 5x > 3 Si x < y, y **z < 0** entonces x z > y z Si - 3/4 > - 7/3 se multiplica por -2 -2(-3/4) < (-2)(- 7/3) ∴ 3/2 < 14/3

*** Operaciones Combinadas:**

$$\frac{1}{\frac{3}{4}+\frac{1}{2+\frac{2}{3}}}=\frac{1}{\frac{3}{4}+\frac{1}{\frac{8}{3}}}=\frac{1}{\frac{3}{4}+\frac{3}{8}}=\frac{1}{\frac{9}{8}}=\frac{8}{9}$$

LÁMINA 3.5

5. POTENCIA DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE ENTERO.

*** Definición de potencia de un número racional.** Si a, b $\neq$ 0,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1 \qquad \left(\frac{3}{5}\right)^0 = 1$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-2} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^3}{b^3} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^3 = \frac{b^3}{a^3}$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \ldots \times \frac{a}{b} = \frac{a^n}{b^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$

En general si x ε **Q**, $x^n = \dfrac{1}{x^{-n}}$

*** Propiedades:**

1. $a^n\, a^m = a^{n+m}$ $\quad (1/2)^4(1/2)^6 = (1/2)^{4+6} = (1/2)^{10}$
2. $a^n \div a^m = a^{n-m}$ $\quad (2/3)^6 \div (2/3)^4 = (2/3)^{6-4} = (2/3)^2 = 4/9$
3. $(a^n)^m = a^{nm}$ $\quad [(3/2)^2]^3 = (3/2)^6 = 81/64$
4. $a^n\, b^n = (ab)^{nm}$ $\quad (2/5)^3\,(3/2)^3 = [(2/5)(3/2)]^3 = (3/5)^3$

***Importante:** $(a + b)^n \neq a^n + b^n$.

$$(½ + ½)^2 \neq (½)^2 + (½)^2$$

$$1 \neq ¼ + ¼$$

LÁMINA 3.6

6. FORMA DECIMAL DE UN RACIONAL.

*** Ordenes decimales:**

3. 4 2 3 0 5 4: 3 unidades, cuatrocientos veintitrés mil cincuenticuatro millonésimas.

millonésimas
c. milésimas
d. milésimas } millonésimas

milésimas
centésimas
décimas } milésimas

} millonésimas

unidades

*** Algoritmo de la división**

324 ÷ 15 = 21.6 forma decimal exacta.
214 ÷ 18 = 11.888... forma decimal periódica pura
50 ÷ 12 = 4.1666... forma decimal periódica mixta

4.32527104... forma decimal infinita no periódica.

*** Notación:** 42.723 es decimal exacta. 42.72531531...= $42.72\overline{531}$

*** Aproximación o Redondeo:** Conviene una forma decimal exacta aproximada:

* Número de cifras
* Regla del 5.
10.457373... ≈ 10.45737 ≈ 10.4574 ≈ 10.457 ≈ 10.46 ≈ 10.5 ≈ 11

*** Fracción generatriz:**

* de una fracción decimal exacta $8.326 = \frac{8326}{1000} = \frac{4163}{500}$

* de una fracción decimal periódica $8.3\overline{26} = \frac{8326 - 83}{990}$

$83.\overline{26} = \frac{8326 - 83}{99}$

*** Operaciones con formas decimales:**

34.72 +	3.15 × 0.23	43.720 | 14.316
2.005	9 4 5	42 948 3.05
13.1	6 3 0	77200
49.825	0.7 2 4 5	71580
		5620

FICHAS DE ESTUDIO No.3	
NUMEROS RACIONALES	
Lámina 3.1	**El Conjunto Q de los Números Racionales.**

NOMBRE______________________________________FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Determinar los elementos del conjunto **Q** de los números racionales.
2. Determinar cuando dos fracciones representan el mismo número racional.
3. Interpretar cada número racional como un conjunto de fracciones que representan el mismo cociente.
4. Determinar cuando una fracción es irreducible.
5. Obtener el representante canónico de un número racional.
6. Representar gráficamente números racionales.
7. Determinar el signo y el valor absoluto de un número racional.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* El cociente de dos enteros a y b, si $b \neq 0$, es siempre posible en **Q.**
* El concepto de fracción y sus términos. Fracciones con el numerador múltiplo del denominador representan números enteros.
* La definición de número racional y del conjunto Q de los números racionales.
* La relación de igualdad entre dos fracciones y sus propiedades.
* La fracción irreducible (o reducida) y el representante canónico de un racional.
* La representación de los números racionales en la recta numérica.
* La asignación de signo y valor absoluto a un número racional.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Completa el siguiente cuadro colocando una ✔ en la casilla correspondiente:

a/b	N	Z	Q	a/b	N	Z	Q
4/7				$(2 - \sqrt{4})/12$			
8/(3 - 5)				- 32/(5 - 9)			
$-\sqrt{9}\ /\ 5$				4/(suc(-1)			

2. Indica si es verdadera o falsa cada una de las siguientes expresiones. Justifica tu respuesta.

a) $Z^+ \cap Q^+ = \{0\}$ b) $Q^+ \cap Q^- = \{0\}$
c) $\{|\, x \,|\; |\; x \, \varepsilon \, Q\} = Q^+$ d) $Q^+ \cap Q^- = \phi$

3. Halla el elemento "intruso" que está en cada uno de los conjuntos de fracciones que representan a un número racional:

$\left\{ \frac{3}{4}, \frac{9}{12}, \frac{-12}{-16}, \frac{6}{7}, -\frac{-15}{20} \ldots \right\}$ $\left\{ \frac{4}{-5}, -\frac{12}{15}, -\frac{7}{10}, -\frac{20}{25}, \frac{-16}{20}, \ldots \right\}$

4. Simplifica las siguientes fracciones:

a) -291/21 = b) 112/480 = c) -420/910 =

5. Representa en la recta numérica los siguientes números:

x = 9/4 x = -7/3 | x | = 4/5

6. Si 1 $\frac{a}{b}, b \neq 0$ es el representante canónico de un número racional no uno ni menos uno, entonces indica si es verdadero o falso que

i) m.c.m. (a,b) = ab ii) a > 0 iii) a $\neq$ b

7. Escribe tres formas equivalentes para la fracción a/b, b $\neq$ 0, cambiando el signo o signos del numerador, del denominador o de la fracción.

8.¿Para que condiciones de **a** y **b**, la fracción a/b, b $\neq$ 0, representa un número positivo? ¿un número negativo? ¿un número entero?.

9. Escribe el valor absoluto de la fracción a/b, b$\neq$ 0,

Si a > 0, b > 0, entonces $\left|\frac{a}{b}\right|$ =

Si a > 0, b < 0, entonces $\left|\frac{a}{b}\right|$ =

Si a < 0, b > 0, entonces $\left|\frac{a}{b}\right|$ =

Si a < 0, b < 0, entonces $\left|\frac{a}{b}\right|$ =

Lámina 3.2	El orden en el conjunto Q

NOMBRE______________________________________FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Interpretar la ordenación de **Q** mediante su representación gráfica.
2. Reducir a común denominador cualquier subconjunto de números racionales.
3. Ordenar cualquier subconjunto de números racionales.
4. Resolver problemas aplicando el orden en los números racionales.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* Criterios de mayor que, mayor o igual que, menor que y menor o igual que entre dos números racionales.
* Procedimiento para reducir fracciones a un mismo denominador.
* La relación de orden en los racionales.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION.

1. Convierte las fracciones dadas en otras fracciones equivalentes que tengan un mínimo denominador común.

a) 7/6, -1, -8/15 b) 3/7, 16/21, -12.

2. Escribe el signo > ó <, según convenga, en el espacio entre las dos fracciones:

a) $\frac{3}{5}$ ___ $\frac{5}{3}$ b) $-\frac{3}{9}$ ___ $-\frac{4}{9}$ c) -8 ___ $\frac{2}{5}$

d) $\frac{5}{7}$ ___ $\frac{5}{6}$ e) $-\frac{3}{10}$ ___ $-\frac{5}{10}$ f) $\frac{3}{4}$ ___ $\frac{5}{6}$

3. Ordena los siguientes números racionales en forma creciente:

a) $-\frac{6}{7}, -\frac{5}{8}, \frac{-10}{13}, \frac{2}{3}, 1$ b) $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{6}$

4. Encuentra un número racional entre los dos números dados:

a) -3/4 y -5/7 b) -3/5 y -2/5 c) 3/4 y 4/5

5. Si a es un número entero mayor que 2, entonces ordena crecientemente:

a) - a, 1/a, a^2, | a |, a/5 b) - a, a, 1/(- a), - a/2, 0

6. Si a/b es una fracción tal que a > b > 0, entonces indica si es verdadera o falsa cada una de las proposiciones siguientes:

a) $\frac{b}{a} < \frac{a}{b}$ b) $\frac{a}{b} < \frac{a}{b+1}$ c) $\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b}$

7. Un padre deja una herencia a sus tres hijos, repartida de modo que al hijo mayor le corresponden 2/7 de la herencia, al del medio 8/21 de la misma y al menor el 1/3 restante. ¿Quién recibió la mayor parte de la herencia y quién recibió la menor parte?

8. Cuatro empleados recibieron su sueldo semanal de acuerdo a la parte que hicieron en la obra. Si cada uno recibió respectivamente L 800, L 700, L 500 y L 400 ¿qué parte de la obra hizo el que recibió el mayor salario y cuánto hizo el que sólo recibió L 500?

9. Si un peatón recorre los 3/4 de un camino en 2 horas. ¿En cuánto tiempo hace el recorrido completo?

10. Se compró un libro por L 60 con una rebaja de 1/5 de su precio original ¿ cuál era el precio anterior del libro?

Lámina 3.3	La Suma y la Resta en el conjunto Q

NOMBRE____FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Definir la suma y la resta de números racionales.
2. Identificar las propiedades de la suma y resta de números racionales.
3. Efectuar cualquier operación de suma o resta de números racionales.
4. Aplicar las operaciones de suma o resta para resolver problemas.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

    * Las reglas para sumar fracciones con el mismo denominador y con distinto denominador.
    * Las propiedades de la suma de números racionales.
    * La definición de la resta y sus propiedades.
    * La resolución de problemas.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Efectúa las operaciones indicadas:

a) $\frac{2}{5}-\frac{7}{5}+\frac{6}{10}$ b) $5-\frac{7}{3}-\frac{5}{3}$

2. Encuentra el signo de operación que sustituye a * en:

a) $\frac{5}{4}*\frac{5}{12}=\frac{5}{6}$ b) $\frac{7}{2}*-\frac{1}{6}=\frac{10}{3}$

3. Halla el valor de x que cumple la condición de opuesto:

a) $-\frac{3}{7}+x=0$ b) $\frac{5}{9}+x=0$ c) $x-\frac{12}{5}=0$

4. Calcula los resultados de

a) $3+\left[\frac{4}{5}-\frac{1}{6}\right]-\frac{7}{2}-\frac{3}{4}$ b) $\frac{2}{3}-\left[\frac{3}{5}-\frac{2}{3}\right]-2$

5. Indica la propiedad empleada en cada ejercicio:

a) $\frac{6}{5}+\left[\frac{4}{5}-\frac{1}{6}\right]=2-\frac{1}{6}$ b) $-\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{3}{5}$

6. Identifica la propiedad empleada en cada caso:

a) Si x + 4/9 = 3/5, entonces x = 3/5 - 4/9

b) Si x - 7/3 > - 3/4, entonces x > -3/4 + 7/3

7. Si gasto 1/3 de mi sueldo en alimentos, 1/7 en diversiones, y 2/5 en vestuario, ¿qué parte de mi sueldo me queda?

8. El lunes consumo la mitad de un pastel, el martes la mitad del resto, el miércoles la mitad del resto, y así sucesivamente, ¿qué parte del pastel me queda para comer el viernes?.

9. Si un curso de Matemática tiene 72 alumnos inscritos de los que aprobaron 12 y reprobaron 20 alumnos y el resto de los alumnos desertó. ¿Qué parte del curso desertó?

10. Carlos puede hacer un trabajo en media hora, y a Juan el mismo trabajo le lleva 45 minutos. ¿ En cuántos minutos hacen el trabajo, Carlos y Juan juntos?

11. Si $\frac{a}{b}, b \neq 0$ es una fracción irreducible, entonces indica en lenguaje simbólico:

a) Si se suma al numerador el triple del denominador la nueva fracción es igual a 4.

b) Si se resta al denominador el doble del numerador la nueva fracción es igual a -½

Lámina 3.4	**La Multiplicación y la División en el conjunto Q**

NOMBRE____FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Definir la multiplicación y la división de números racionales.
2. Identificar las propiedades de la multiplicación de números racionales.
3. Efectuar cualquier operación de números racionales.
4. Aplicar las operaciones de números racionales para resolver problemas.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

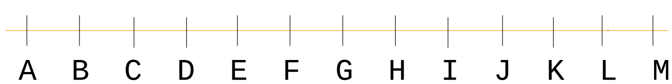
1. Estudia en un Texto lo siguiente:

 * La regla para multiplicar fracciones.
 * Las propiedades de la multiplicación de números racionales.
 * La definición de la división y sus propiedades.
 * La resolución de problemas.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. En la gráfica siguiente



indica que parte es el segmento:

AD de AM AE de AI AF de AH DI de DL FJ de FK

2. ¿A cuántos minutos equivale 2/3 de hora, 3/5 de hora y 7/12 de hora?

3. Completa en el espacio en blanco:

a) Si 2/3 de un capital son L 10 000, entonces los 2/5 equivalen a ______________
b) Si 4/5 de un recorrido son 128 km, entonces los 3/5 equivalen a ______________
c) Si 5/6 del tiempo transcurrido son 40 horas, entonces los 3/2 son _____________

4. Efectúa las siguientes operaciones:

a) $3+\frac{2}{3}\left[\frac{4}{5}-\frac{1}{6}\right]-\frac{7}{2}:\frac{3}{4}=$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2}-\frac{3}{5}:\frac{2}{3}+2=$

c) $\dfrac{1}{1-\dfrac{3}{1-\dfrac{1}{3}}}=$

d) $\dfrac{\frac{2}{5}-\frac{2}{3}}{1-\frac{4}{9}}=$

5. $Si\ \ x=\frac{3}{4}\ \ \wedge\ \ y=-\frac{2}{3},\ \ entonces\ calcula:$

a) $\frac{1}{xy}$

b) $(1 - x^2): y$

c) $\frac{x+y}{xy}=$

6. Indica la propiedad aplicada en cada caso:

a) $\frac{3}{4}\bullet\frac{5}{6}+\frac{3}{4}\bullet\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\bullet\frac{3}{2}$

b) Si $\frac{x}{6}\geq-\frac{2}{3},\ entonces\ \ x\geq-4$

c) Si $-\frac{3}{4}x=\frac{2}{5},\ entonces\ \ x=-\frac{8}{15}$

7. Si a = - 5/3, entonces ordena en forma creciente:

i) a, -a, $(-a)^2$, 0

ii) a^2, a, a^{-1}, $(-a)^{-1}$

8. Si se pierden siete doceavos del peso de un mineral al fundirlo y un tercio del resto al refinarlo ¿Cuántas toneladas del mineral se necesitarán para hacer siete y media toneladas del mineral puro?

9. Si $\frac{a}{b}, b\neq 0$ es una fracción irreducible, entonces escribe en forma simbólica:

a) La suma del doble del opuesto de la fracción con el cuadrado de la fracción dada.

b) La diferencia del cuadrado de la mitad de la fracción con el inverso de la fracción dada.

Lámina 3.5	Potencias de Exponente Entero y Formas Decimales

NOMBRE______________________________________**FECHA**____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Interpretar el significado de una potencia de exponente entero.
2. Aplicar las leyes de los exponentes.
3. Determinar la forma decimal de cualquier número racional dado.
4. Determinar la fracción generatriz de una expresión decimal dada.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* La definición de exponente entero.
* Las propiedades de las potencias de exponentes enteros.
* La lectura y escritura de las formas decimales.
* El algoritmo o procedimiento para la división de enteros expresando el cociente en forma decimal.
* El cociente expresado en forma decimal exacta o periódica.
* Procedimiento para obtener la fracción generatriz.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Escribe los resultados siguientes:

a) $10^{-2} =$ b) $(-5)^{-3} =$ c) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-4} =$ d) $\frac{3}{10^{-4}} =$

2. Aplica las leyes de los exponentes y escribe el resultado con exponente positivo:

a) $a^{-4} \cdot a^{7} =$ b) $a^{-3} \cdot b^{-3} =$ c) $(a^{-5})^2 \div a^3 =$ d) $a^4\, b^{-4} =$

3. Efectúa las operaciones indicadas: $10^{-3}\left[10^2 + 10^3\right] - 10^5 : 10^{-4} + 10$

4. Lee los siguientes números decimales:

a) -0.008

b) 22.10003

c) 1416.00300045

5. Escribe los siguientes números decimales:

a) una millonésima

b) menos cinco centésimas

c) trescientos cuarentidos mil unidades, dieciocho diez millonésimas.

6. Escribe en forma decimal las siguientes potencias:

a) $10^{-3} =$ b) $10^{-4}\ 10^{3} =$

c) $(10^{-2})^2 =$ d) $10^{-2} \div 10^2 =$

7. Indica la forma decimal de las siguientes fracciones:

a) - 32/15 =

b) 74/18 =

c) 542/786 =

8. Determina la fracción generatriz y el representante canónico que corresponda a la forma decimal siguiente:

a) - 1.022 =

b) $3.\overline{116}$ =

c) $2.03\overline{35}$ =

Lámina 3.6	Operaciones con Formas Decimales y Aproximaciones

NOMBRE_______________________________________FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Realizar las operaciones con formas decimales exactas.
2. Encontrar la aproximación decimal exacta mas apropiada para una expresión decimal periódica.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

    * Las reglas para multiplicar y dividir por la unidad seguida de ceros.
    * Las reglas para operar con expresiones decimales exactas.
    * Procedimiento para operar con formas decimales periódicas.
    * La aproximación de una forma decimal periódica por una forma decimal exacta.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Ordena y representa gráficamente en la recta numérica:

   -3.04 2.2 -5/2 -1.01 1.1 0.3

2. Encuentra cuantas milésimas hay en cada uno de los números:

   a) 3.2 b) -10.17 c) 0.00026 d) 2.03

3. Calcula el resultado de:

   a) $| 3 - 4.02^2 | + 3(- 0.42 + 3.1) + 5.02 \div 3.6$

   b) $10^2 - 0.13 [(5 - | 1.3 | \cdot 4) \div 2.01] + 5$

4. El plomo es 11.4 veces más pesado que el agua y el corcho es 0.24 veces más pesado que el agua. ¿Cuántas veces es el plomo mas pesado que el corcho?

5. Si a = - 0.42 entonces ordena en forma decreciente:

i) $a, a^{-1}, a^2, {}^3a^3$

ii) $-a, a, (-a)^2, (-a)^{-1}$

6. El número π tiene actualmente un valor aproximado de π = 3.141 592 653 589...
En la historia de la cultura este número ha tenido las siguientes aproximaciones:

$$\left(\frac{16}{9}\right)^2, \quad 3+\frac{7}{60}+\frac{1}{120}, \quad 3+\frac{1}{7}, \quad \frac{377}{120}, \quad \frac{355}{113}$$

exprésalos en decimales redondeados hasta el orden de las cien milésimas y ordénalos en forma creciente incluyendo π.

7. ¿Cuántas baldosas cuadradas de 30 cm × 30 cm se necesitan para cubrir un patio de forma de un triángulo rectángulo de catetos iguales a 5.6 m y 8.4 m?

8. El supermercado, por lo general, ofrece un menor precio por unidad cuando se compra más cantidad. El comprador se pregunta si realmente es ventajoso comprar más cantidad, corriendo el riesgo de que no se consuma todo el artículo, o que a la familia no le agrade, o que se dañe al dejarlo para otro día, o que la calidad no era la esperada, etc.

Calcule el ahorro que se tiene al comprar la mayor cantidad con el precio de la menor:

a) Una lata de frijoles de 5.5 onzas vale L 3.99 y la lata de 10.5 onzas vale L 7.19.

b) Un bote de aceite de 32 onzas vale L 44.99 y el bote de 48 onzas vale L 57.49.

c) Un paquete de harina de 2 libras vale L 6.19 y el de 4 libras vale L 12.19.

LABORATORIO: CUESTIONARIO No. 4		UNIDAD 3 Examen de Fichas sobre Láminas 3.1 a 3.6
CONJUNTO Q	Conferencia No. 4	CALIFICACIÓN

DESARROLLO	CORRECCION
I En cada proposición responde con V o F, si es verdadera o falsa. (5% c/u) 1. Si m < 0 y n > 0, entonces $-\frac{m}{n}$ es negativa ( ) 2. Si $x = -\frac{2}{3}$ entonces $x^{-1} < x$ ( ) 3. En 31.416 hay 3141.6 centésimas ( ) 4. Si a 100 se le aumenta 1/5 de su valor y el resultado se disminuye en 1/5, se obtiene de nuevo 100 ( ) 5. La mitad de 3/4 es 3/2 ( ) **II** Selecciona la respuesta correcta (5% c/u) 1. Entre los números $-\frac{5}{7}$ y $-\frac{3}{5}$ se encuentra el racional: a) $-\frac{3}{4}$ b) $-\frac{7}{10}$ c) $-\frac{4}{7}$ d) $-\frac{18}{25}$ 2. El resultado de operar $2 - \frac{3}{4}\left(3 - \frac{5}{3} \bullet 2\right) 6 - \frac{2}{3}$ es: a) 2 b) $-\frac{20}{9}$ c) $\frac{17}{6}$ d) $\frac{10}{3}$	

3. El resultado de $1-\dfrac{1}{2-\dfrac{5}{4+\dfrac{1}{2}}}=$ a:

a) $-\dfrac{1}{8}$ b) $-\dfrac{1}{4}$

c) $\dfrac{1}{8}$ d) $\dfrac{5}{2}$

4. La forma decimal 4.373333... tiene como fracción generatriz:

a) $\dfrac{328}{75}$ b) $\dfrac{656}{165}$

c) $\dfrac{4373}{1000}$ d) $\dfrac{3936}{990}$

5. El inverso de $\left(-\dfrac{3}{2}\right)^{3}-\left|-\dfrac{2}{3}\right|$ es:

a) $-\dfrac{8}{15}$ b) $-\dfrac{24}{97}$

c) $-\dfrac{24}{65}$ d) $-\dfrac{54}{97}$

Problemas (25% c/u)

1. Un padre hereda a sus tres hijos: al mayor le deja 1/3 de la herencia, al segundo 1/3 del resto y L 200000 sobrantes le quedan al menor. Entonces calcule la herencia.

2. Un grifo (llave) puede llenar una pila en 3 horas, otro lo hace en 4 horas y un tercero en 6. En cuanto tiempo la llenan los 3 juntos.

RESPUESTAS

FICHAS No. 3 DE LA UNIDAD 3: NÚMEROS RACIONALES

Lámina 3.1

1. 4/7 $\in$ Q. 8/(- 2) = - 4 $\in$ Z, Q. – 3/5 $\in$ Q. 0/12 = 0 $\in$ N, Z, Q. 8 $\in$ N, Z, Q. 4/0 no es ningún número. **2**. a) F b) F c) V d) V. **3**. a) 6/7 b) – 7/10. **4**. a) – 97/7 b) 7/30 c) – 6/ 13. **6**. i) V ii) F iii) V. **7**. – a/ - b, - (- a/b), - (a / -b). **8**. a y b tienen el mismo signo, a y b tienen signos contrarios, a es múltiplo de b. **9**. a/b, a/(- b), (- a)/b, (- a)/(- b).

Lámina 3.2

1. a) 35/30, - 30/30, - 16/30 b) 9/21, 16/21, - 252/21. **2**. a) < b) > c) < d) < e) > f) >. **3**. a) – 6/7, - 10/13, - 5/8, 2/3, 1 b) 3/6, 3/5, 4/5 **4**. a) – 18/25 b) – 1/2 c) 31/40. **5**. a) – a, 1/a, a/5, | a |, a^2 b) – a, - a/2, - 1/a, 0, a. **6**. a) V b) F c) V. **7**. la mayor parte el hijo del medio y la menor parte el hijo mayor 6/21. **8**. 800/2400 = 1/3 de la obra y 500/2400 = 5/24 de la obra. **9**. 1/4 del recorrido lo hizo en 2/3 de hora o sea en 40 minutos, el camino completo lo hace en (2/3)4 o sean 8/3 horas que equivale a 2 horas 40 minutos.

10. Compró el libro por 4/5 de su costo equivalente a L 60, entonces 1/5 son L 15 o sea que el precio anterior era de L 75.

Lámina 3.3

1. a) 3/10 b) 1 **2**. a) resta b) suma. **3**. a) 3/7 b) – 5/9 c) 12/5 **4**. a) – 37/60 b) – 19/15 **5**. a) asociativa b) opuesto **6**. a) uniforme b) monótona **7**. 13/105

8. 1/32 **9**. 5/9 **10**. Carlos hace 1/30 de la obra en un minuto y Juan 1/45, entonces la suma de ambos es 1/18, por consiguiente los dos hacen el trabajo en 18 minutos.

11. a) $\frac{a+3b}{b} = 4$ b) $\frac{a}{b-2a} = -\frac{1}{2}$.

Lámina 3.4

1. 1/4, 4/8, 5/7, 5/8, 4/5. **2**. 40, 36, 35 **3**. a) L 6000 b) 96 km c) 72 horas.

4. a) – 56/45 b) 139/90 c) – 2/7 d) – 12/25 **5**. a) – 2 b) – 21/32 c) – 1/6.

6. a) distributiva b) monótona c) uniforme. **7**. i) a, 0, - a, $(-a)^2$ ii) a, a^{-1}, $(-a)^{-1}$, a^2.

8. Se conservan 5/18 de mineral puro, entonces 15/2 toneladas se obtienen de 27 toneladas.

9. a) $2\left(-\frac{a}{b}\right)+\left(\frac{a}{b}\right)^2$ b) $\left(\frac{a}{2b}\right)^2 - \frac{b}{a}$.

Lámina 3.5

1. a) 1/100 b) – 1/125 c) 625/81 d) 30000. **2**. a) a^3 b) $1/(ab)^3$ c) $1/a^{13}$ d) $\left(\frac{a}{b}\right)^4$.

3. 11.1 - 10^9 **4**. a) Menos ocho milésimas b) veintidós unidades, diez mil tres cien milésimas c) mil cuatrocientas dieciséis unidades, trescientos mil cuarenta y cinco cien millonésimas.

5. a) 0.000001 b) – 0.05 c) 342000.0000018 **6**. a) 0.001 b) 0.1 c) 0.0001 = d).

7. a) $-2.1\overline{3}$ b) $4.\overline{1}$ c) 0.68956743 **8**. a) $-\frac{511}{500}$ b) $\frac{3113}{999}$ c) $\frac{5033}{2475}$.

Lámina 3.6

2. a) 3200 b) – 10170 c) 0.26 d) 2030 **3**. a) 22.5948 b) 105.0129 **4**. 47.5 **5**. a) | a |, a^2, a, a^{-1} b) $(-a)^{-1}$, - a, $(-a)^2$, a **6**. $3+\frac{7}{60}+\frac{1}{120}$, π, $\frac{355}{113}$, $\frac{377}{120}$, $3+\frac{1}{7}$, $\left(\frac{16}{9}\right)^2$. **7**. 261.333

8. a) 0.05 b) 0.21 c) 0.05

Cuestionario No. 4

I. 1) F. 2) V. 3) V. 4) F. 5) F. **II.** 1) b 2) c 3) a) 4) a 5) b.

Problemas: **1**. L 450000 **2**. Las tres llaves juntas en una hora hacen 3/4 de la pila, entonces llenan la pila en 4/3 de hora.

CURSO DE MATEMÁTICA BÁSICA:

ARITMÉTICA

UNIDAD 4: LOS NUMEROS IRRACIONALES

"Cuando se puede medir aquello de que se habla se conoce algo acerca de ello".
Lord Kelvin

GUION DE CONFERENCIA No. 5

CONJUNTO Q^c. IRRACIONALES CUADRÁTICOS
Contenidos y Láminas No. 4.1 a 4.4

GUION DE CONFERENCIA No. 6

FORMA DECIMAL. MEDIDA. PROPORCIONALIDAD
Contenidos y Láminas No. 4.5 a 4.8

FICHAS DE ESTUDIO DE LOS NUMEROS RACIONALES

I OBJETIVOS

II ACTIVIDADES DE PREPARACIÓN

III ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

LABORATORIO

CUESTIONARIO No. 5
CUESTIONARIO No. 6

RESPUESTAS

UNIDAD 4:	GUION DE CONFERENCIA No. 5 LOS NUMEROS IRRACIONALES (I)
TEMA: CONJUNTO Q^c IRRACIONALES CUADRATICOS	**CONTENIDO:** * Definición del conjunto **Q^c** de números irracionales. * Raíz de un racional. * Potencia de base y exponente racional. * Irracionales cuadráticos.

DESARROLLO.	RECURSO
1. Definición de **Q^c** * Motivar la creación de los números irracionales. + Forma decimal no exacta ni periódica. + Números que no se pueden expresar como fracciones. * Conjunto de los números Irracionales **Q^c** * Representación gráfica.	**Lámina 4.1**
2. Raíz de un número racional. * Definición raíz de un número racional. * Notación y términos de una raíz. * Condiciones para la existencia de una raíz.	**Lámina 4.2**
3. Potencia de base y Exponente racionales. * Interpretación del exponente racional. * Leyes de los exponentes. * Raíz n-sima de un número.	**Lámina 4.3**
4. Irracionales de raíz cuadrada o cuadrática. * Definición de irracional cuadrático. * Notación y términos. Simplificación. * Términos cuadráticos semejantes. Reducción * Expresiones cuadráticas. Suma y multiplicación. * División: Racionalización.	**Lámina 4.4**

LÁMINA DE PRESENTACIÓN

CONFERENCIA No. 5

UNIDAD 4: LOS NUMEROS IRRACIONALES

CONTENIDO:

* Definición del conjunto $\mathbf{Q}^c$ de números irracionales.

* Raíz de un racional.

* Potencia de base y exponente racionales.

* Irracionales cuadráticos.

LÁMINA 4.1

1. DEFINICIÓN DE NÚMERO IRRACIONAL.

Un número irracional es un número que:
* tiene forma decimal no exacta ni periódica: 8.327425...
* no se puede expresar como fracción: $\sqrt{2}$.

2. Demostrar que $\sqrt{2}$ no es una fracción a/b.

Se supone lo contrario, o sea que $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, fracción irreducible.

Pero $2 = \frac{a^2}{b^2}, \therefore a^2 = 2b^2$, entonces a es par, sea a = 2k.

Entonces, $a^2 = 4k^2 = b^2$, y también b es par.

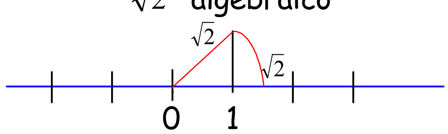
Luego, a y b tienen factor común 2, contradiciendo que a/b es una fracción irreducible. Se concluye que $\sqrt{2}$ no es racional.

3. Irracionales algebraicos: números generados por raíces inexactas.

como: $\sqrt{2}, \sqrt[3]{7}, \sqrt[5]{\frac{12}{23}}$

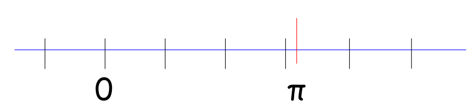
4. Irracionales trascendentes: números generados mediante ciertos procesos de mediciones.

$\sqrt{2}$ algebraico



T. de Pitágoras: $(\sqrt{2})^2 = 1^2 + 1^2$

π trascendente



π: de medir la circunferencia con su diámetro.

5. El conjunto de números irracionales se representa por $\mathbf{Q}^c$ que significa el conjunto complementario del conjunto de los números racionales (no racional).

$\sqrt{2}$, π, -4.845603... ε $\mathbf{Q}^c$.

LÁMINA 4.2

1. RAÍZ DE UN NÚMERO RACIONAL.

Dados un número natural n > 1, y un racional x, se llama **raíz n-sima de x**, si existe, a otro número y, representada por

$\sqrt[n]{x} = y$ si y sólo si $x = y^n$.

2. Notación: En la expresión $\sqrt[n]{x} = y$, n es el índice de la raíz, $\sqrt{\ }$ es el signo de raíz llamado radical, x es el número bajo el radical, llamado radicando. Y y es la raíz n-sima exacta si $y^n = x$.

Ejemplos:

$\sqrt[4]{81} = 3$ porque $3^4 = 81$

$\sqrt[5]{-32} = -2$ porque $(-2)^5 = -32$

$\sqrt{-25}$ no existe porque $(-5)^2 = 5^2 = 25 \neq -25$

3. Condiciones: Sólo es posible calcular raíces de **índice par** cuando el radicando es **positivo**.

$$\sqrt{25} = 5, \quad -\sqrt{36} = -6, \quad \sqrt[4]{-16} \text{ no existe}$$

Si $x^2 = 49$, entonces la x puede ser 7 ó -7 y tener $\sqrt{49} = \pm 7$. Pero se conviene en que el resultado sea la raíz positiva y se dice que es la raíz principal.

4. Importante: $\sqrt{x^2} = |x|$

5. Conclusión: Cuando la raíz n-sima de un número racional existe, entonces:

* si es exacta, el número es **racional**: $-\sqrt[3]{-8} = -(-2) = 2 \in \mathbb{Q}$

* si es inexacta, el número es **irracional**: $\sqrt[3]{-18} \in \mathbb{Q}^c$

LÁMINA 4.3

3. INTERPRETACION DEL EXPONENTE FRACCIONARIO

Si $3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}} = 3$ y también $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3 \quad \therefore 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

Todo número x > 0, elevado a la fracción 1/n representa la raíz n-sima de x.

Así, $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$

Además: 1) $x^{-\frac{1}{n}} = x^{(-1)\frac{1}{n}} = (x^{-1})^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{1}{x}}$

2) $x^{\frac{m}{n}} = x^{m \cdot (\frac{1}{n})} = (x^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

3) $x^{\frac{m}{n}} = x^{(\frac{1}{n}) \cdot m} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$

* **Nota:** Si **x < 0**, entonces **n** debe ser impar.

Ejemplos:

* $-8^{\frac{2}{3}} = -\sqrt[3]{8^2} = -\sqrt[3]{64} = -4$ ó bien $-8^{\frac{2}{3}} = -\left(\sqrt[3]{8}\right)^2 = -2^2 = -4$
* $(-8)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(-8)^2} = \sqrt[3]{64} = 4$ ó bien $(-8)^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{-8}\right)^2 = (-2)^2 = 4$

* **Leyes de los exponentes.** Las leyes de los exponentes se cumplen también cuando los exponentes son fraccionarios.

$$x^{\alpha} \bullet x^{\beta} = x^{\alpha + \beta}, \quad (xy)^{\alpha} = x^{\alpha} y^{\alpha}, \quad (x^{\alpha})^{\beta} = x^{\alpha\beta}$$

* **Conclusión:** Cuando exista, la raíz n-sima de un número racional es

1. Exacta, si los exponentes de los factores primos del radicando son múltiplos de n.

2. Inexacta, en caso contrario, y además **irracional**.

La raíz exacta o inexacta es un número real: $\mathbf{Q} \cup \mathbf{Q}^c = \mathbb{R}$

LÁMINA 4.4

4. IRRACIONALES DE RAIZ CUADRADA O IRRACIONALES CUADRÁTICOS.

1. Definición: Se llama término cuadrático a toda expresión de la forma a$\sqrt{b}$, donde a ε Q, b ε Z^+.

2. Notación y términos: En el término cuadrático a$\sqrt{b}$, **a** es el coeficiente y $\sqrt{b}$ es la parte radical cuadrática. En 3$\sqrt{5}$ /2, 3/2 es el coeficiente, y $\sqrt{5}$ es la parte radical.

3. Simplificación: Consiste en extraer la raíz cuadrada de los factores del radicando que sean cuadrados perfectos. Así $\sqrt{18} = \sqrt{9\times 2} = 3\sqrt{2}$.

4. Términos cuadráticos semejantes, son los términos que tienen la misma parte radical cuadrática.

Así, $\sqrt{20}$ y $\sqrt{45}$ son semejantes porque al simplificarse se convierten en 2$\sqrt{5}$ y 3$\sqrt{5}$ respectivamente, y tienen la misma parte radical $\sqrt{5}$.

5. Reducción de términos semejantes: Aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma, varios términos semejantes se reducen a uno solo. Así $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = (2 + 7 - 3)\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$.

6. Expresión cuadrática: es una suma de términos cuadráticos.

$5\sqrt{7} + 2\sqrt{5} - ½\sqrt{3}$ es una expresión cuadrática y además ordenada en forma decreciente de acuerdo a los valores de los radicandos.

7. Operaciones con Expresiones cuadráticas:

* Sumas y resta: reduciendo términos cuadráticos semejantes.
* Multiplicación: aplicando la ley $\sqrt{a}\ \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

$(\sqrt{18} + 2\sqrt{12})(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) = 3\sqrt{36} - \sqrt{54} + 6\sqrt{24} - 2\sqrt{36} = 6 + 9\sqrt{6}$

*División: lo que se puede hacer es convertir en un racional el divisor o denominador: o sea racionalizar.

8. Racionalización. Tratamos dos casos:

1. Cuando el divisor es un solo término cuadrático: se multiplican, ambos términos de la fracción o división, por la raíz de un número que haga cuadrado perfecto al radicando

Ejemplo: $\dfrac{5}{2\sqrt{12}} = \dfrac{5}{2\sqrt{12}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{36}} = \dfrac{5\sqrt{3}}{12}$

2. Cuando el divisor es un binomio (dos) de términos cuadráticos se multiplican, ambos términos de la fracción o división, por el conjugado del divisor o denominador para "eliminar las raíces".

$$\frac{5}{2\sqrt{3} + \sqrt{5}} = \frac{5}{2\sqrt{3} + \sqrt{5}} \times \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}{2\sqrt{3} - \sqrt{5}} = \frac{5(2\sqrt{3} - \sqrt{5})}{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{10\sqrt{3} - 5\sqrt{5}}{7}$$

UNIDAD 4:	GUION DE CONFERENCIA No. 6 LOS NUMEROS IRRACIONALES (II)
TEMA: FORMA DECIMAL MEDIDA PROPORCIONA - LIDAD	**CONTENIDO:** * Forma decimal de un Irracional. * Notación Científica. * Magnitud, Unidad y Medida. * Proporcionalidad. Regla de tres.

DESARROLLO.	RECURSO
1. Forma decimal de un irracional: * Método de acotación. * Cifras significativas. Notación científica. * Operaciones con decimales.	**Lámina 4.5**
2. Magnitud, unidad y medida. * Conceptos de medida, magnitud y unidad de medida. * Notación y términos de una raíz. * Magnitudes conmensurables y magnitudes inconmensurables. * Sistema Internacional de Unidades. * Unidades básicas. Múltiplos y submúltiplos. * Otros sistemas de unidades y conversiones.	**Lámina 4.6**
3. Proporcionalidad. Regla de tres. * Razón y proporción. Términos de una proporción y sus propiedades. * Cuarta proporcional y media proporcional. Regla de tres. * Magnitudes directamente Proporcionales y magnitudes inversamente Proporcionales. * Aplicaciones.	**Lámina 4.7** **Lámina 4.8**

LÁMINA DE PRESENTACIÓN

CONFERENCIA No. 6

UNIDAD 4: 2A. PARTE LOS NUMEROS IRRACIONALES

CONTENIDO:

* Forma decimal de un Irracional.

* Notación Científica.

* Magnitud, Unidad y Medida.

* Proporcionalidad. Regla de tres.

LÁMINA 4.5

1. Forma decimal de un número irracional.

Todo número irracional tiene una forma decimal que no es exacta ni periódica. Su expresión será siempre aproximada por una forma decimal exacta.

Ejemplo: 8.325805... ≈ 8.325805 ≈ 8.32581

* **Método de acotación:** El valor aproximado se obtiene acotándolo por defecto y por exceso.

Aplicado a $\sqrt{2}$, se tiene $1 < \sqrt{2} < 2$

x	x²
1.1	1.21
1.2	1.44
1.3	1.69
1.4	1.96
1.5	2.25

x	x²
1.41	1.988
1.42	2.016
1.43	2.044
1.44	2.074
1.45	2.103

x	x²
1.411	1.991
1.412	1.994
1.413	1.997
1.414	1.999
1.415	2.002

$1.4 < \sqrt{2} < 1.5$
$1.41 < \sqrt{2} < 1.42$
$1.414 < \sqrt{2} < 1.415$
$1.4142 < \sqrt{2} < 1.4143$
...

$\sqrt{2} \approx 1.4142$ con 5 cifras significativas, o sea que hay certeza de esas cifras.

* **Notación científica:** se usa para números muy grandes o muy pequeños.

Se escribe como $\mathbf{a} \times \mathbf{10^n}$, donde $1 < a < 10$, $n \in Z$.

Ejemplos: 4.075×10^{24}, 3.12×10^{-18}

* La notación científica facilita el cálculo de operaciones:

$$(3.12 \times 10^{-5}) \cdot (7.05 \times 10^{7}) = 2.1996 \times 10^{3}$$

$$(3.12 \times 10^{-5}) \div (7.05 \times 10^{7}) = 4.426 \times 10^{-13}$$

LÁMINA 4.6

2. Magnitud, unidad y medida.

***Conceptos de:**

Medida: Valor asignado a una magnitud como resultado de su comparación con una unidad de medida.
Ejemplo 150 millones de km. es la distancia de la tierra al sol.

Magnitud: propiedad (tamaño, dimensión, etc.) de un objeto que se pueda medir, como la longitud, el peso, la edad, la temperatura, etc.

Unidad de medida: magnitud elegida como patrón para medir otra magnitud de la misma especie.
El metro (m) para medir longitudes. El gramo (g) para medir pesos.

*** Las magnitudes son conmensurables:** cuando existe una unidad de medida (o bien una de las magnitudes sirve como unidad de medida) que está contenida un número exacto de veces en ellas, en este caso, la medida es un número racional
En otro caso, las magnitudes son inconmensurables y su medida es un irracional

La medida de la circunferencia tomando su diámetro como unidad de medida es el irracional π.
La medida de la diagonal del cuadrado tomando su lado como unidad de medida es el irracional $\sqrt{2}$.

*** Para operar** con medidas es necesario que estén expresadas en la misma unidad de medida. Ejemplos: $3\ m^2 + 5\ m^2$, $5m \times 7m \times 4\ m$. Pero no 7 kg + 4 libras.

***Sistema Internacional de Unidades.** Honduras es país signatario. Se han decido las unidades básicas, y se indican algunas:

Magnitudes	Unidades	
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Temperatura	Kelvin	K
Corriente eléctrica	Amperio	A

Múltiplos	submúltiplos
Deca, da 10	deci, d 10^{-1}
Hecto, h 10^2	centi, c 10^{-2}
Kilo, k 10^3	mili, m 10^{-3}
Mega, M 10^6	micro, μ 10^{-6}
Giga, G 10^9	nano, η 10^{-9}
Tera, T 10^{12}	pico, p 10^{-12}

*** Existencia de otros sistemas:** Colonial (vara, caballería) e Inglés (yarda).

***Conversiones** de un sistema de unidades a otros. ¿Cuántas varas hay en 14 m?

varas	metros
1	0.83
x	14

$x = 14 \div 0.83 = 16.87$ varas.

LÁMINA 4.7

3. PROPORCIÓN. REGLA DE TRES.

* **Razón:** Cociente de dos números positivos no necesariamente enteros (generalización de las fracciones).

Ejemplo, 3.1 ÷ 4.08, 3.1/4.08, 3.1 : 4.08

* **Proporción:** Igualdad de dos razones. $\frac{3}{4}=\frac{15}{20}=0.75$

* **Términos de una proporción:** En $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, a y d son los extremos, y b y c son los medios de una proporción, y el valor común de ambas razones se le llama **constante de proporcionalidad.**

* **Propiedades:**

1. Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ entonces ad = bc

*A partir de esta propiedad, en toda proporción se pueden invertir ambas razones, intercambiar extremos y también medios:

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ — $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ — $\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$ — $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

2. La media proporcional x es $\frac{a}{x}=\frac{x}{d}$ $entonces\ x=\sqrt{ad}$

3. La cuarta proporcional x es $\frac{a}{b}=\frac{c}{x}$ $entonces\ x=\frac{bc}{a}$

El problema de determinar la cuarta proporcional recibe el nombre de regla de tres simple.

LÁMINA 4.8

*** Dos magnitudes son directamente proporcionales:** si el cociente de sus medidas permanece constante.

Las medidas M_0 y M_1 de la magnitud M y las medidas m_0 y m_1 de la magnitud m son directamente proporcionales. Entonces $\frac{M_0}{m_0} = \frac{M_1}{m_1}$

Un trabajador recibe L 150 por 3 días de trabajo. ¿Cuánto recibe por 8 dias?

días	salario
3	L 150
8	x

Los días de trabajo y el salario son magnitudes directamente proporcionales.

Entonces la "regla de tres" da

$$\frac{3}{150} = \frac{8}{x} \ o\ bien\ \frac{3}{8} = \frac{150}{x}$$

$$\therefore x = \frac{8 \bullet 150}{3} = 400$$

***Dos magnitudes son inversamente proporcionales:** Si el producto de sus medidas permanece constante.

Las medidas M_0 y M_1 de la magnitud M y las medidas m_0 y m_1 de la magnitud m son inversamente proporcionales. Entonces $\mathbf{M_0 m_0 = M_1 m_1} \Leftrightarrow \frac{M_0}{M_1} = \frac{m_1}{m_0}$

Si 6 hombres hacen un trabajo en 4 días, ¿cuántos hombres son necesarios para terminarlo en 3 días?

días	hombres
4	6
3	x

Los días de trabajo y el número de trabajadores son magnitudes inversamente proporcionales.

Entonces la "regla de tres" da

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{6} \ o\ bien\ 3x = 4 \bullet 6$$

$$\therefore x = \frac{4 \bullet 6}{3} = 8$$ hombres

* Una cantidad es directamente proporcional a otra, si su cociente es constante.
*Una cantidad es inversamente proporcional a otra, si su producto es constante

FICHAS DE ESTUDIO No.4
UNIDAD 4: NUMEROS IRRACIONALES

Lámina 4.1	Existencia de los Números Irracionales

NOMBRE____FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Identificar los números irracionales.
2. Definir el conjunto de los Números Reales.
3. Completar la recta numérica con los números reales.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* La justificación para la creación de los números irracionales: la existencia de formas decimales infinitas y no periódicas y la existencia de "otros" puntos en la recta sin que les correspondiera números.
* Teorema de Pitágoras.
* Los números irracionales algebraicos: procedentes de la radicación inexacta.
* Los números irracionales trascendentes: obtenidos de ciertos procesos de medida.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Por medio de un triángulo rectángulo de catetos 1 y 2 unidades, con la hipotenusa correspondiente, grafica sobre la recta numérica el número $\sqrt{5}$.

2. Indica cuales de las siguientes expresiones son racionales y cuales irracionales:

a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$ b) $-3+\sqrt{7}$ c) p

d) $3.\overline{02}$ e) - 2.163057... f) $\sqrt{p}$, p es primo

g) -15 h) 0 i) $\sqrt[3]{\frac{4}{27}}$

j) 7.4343343334... k) 2.0101101110...

l) la suma del número de j) con el de k)

n) la diferencia del número de j) con el de k)

3. ¿Cómo se obtiene el número π (pi)?

4. Los números irracionales se clasifican según como se generan en:

5. El conjunto de los números irracionales se denota por _____ y al conjunto $\Re = Q \cup Q^{c}$ se llama

6. Cuando se grafican los conjuntos numéricos: **N, Z y Q** en la recta numérica, se tiene que a todo número le corresponde___________________________; y para $\Re$ se tiene, además, que a todo punto le corresponde___________________________.

De esto se deduce la propiedad que dice que el conjunto **Q** es _______________________

y el conjunto $\Re$ es__________________________________.

7. Escribe el signo < ó > entre los dos números dados:

a) $\sqrt{0.04}$ $\sqrt{0.01}$ b) $\sqrt{\frac{1}{16}}$ $\sqrt{\frac{1}{4}}$

c) $\sqrt{a+b}$ $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ d) π $\frac{22}{7}$

8. Si es necesario, usa calculadora para hallar

a) $\sqrt{9}$ = b) $-\sqrt{25}$ = c) $\sqrt[3]{125}$ =

d) $\sqrt{7}$ = e) $\sqrt{-9}$ = f) $\sqrt[5]{-32}$ =

9. a)¿Qué sucede con $\sqrt{-9}$? b) Calcula $\sqrt[3]{-9}$ = c) $\sqrt[4]{-9}$ = d) $\sqrt[5]{-9}$ =

Lámina 4.2	La Radicación en el Conjunto Q.

NOMBRE____FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Determinar cuando existe la raíz n-sima de un número racional.
2. Determinar cuando la raíz n-sima de un número racional es un número irracional algebraico.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* La definición de raíz n-sima de un número racional y sus propiedades.
* La inexistencia de la raíz de índice par de un número negativo.
* La clasificación de los irracionales algebraicos según el índice de la raíz.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Expresa cada número como la raíz cuadrada y como la raíz cúbica de otros números.

Ejemplo: -2 = $-\sqrt{4} = \sqrt[3]{-8}$

a) 7 = b) 3/4= c) - 2/5 =

2. Se sabe que $\sqrt{a^2} = |a|$, entonces sustituye en la expresión la **a** por los valores:

a) 5, b) - 2, c) - 3/5, d) - 0.1

3. ¿Qué condición es necesario que cumplan $\sqrt{a^2}$ y $\sqrt{a}$ para que el resultado sea siempre un número real? Pon ejemplos.

4. Indica el nombre de cada uno de los siguientes irracionales algebraicos de acuerdo al índice de su raíz:

$a)\sqrt{35}$ $b)\sqrt[3]{72}$ $c)\ \sqrt[4]{43}$ $d)\ \sqrt[5]{-62}$

5. Escribe cada expresión en la forma $a\ \sqrt[n]{b}$

a) $\sqrt{8}$ b) $\sqrt{72}$ c) $\sqrt{108}$

d) $\sqrt{500}$ e) $\sqrt[3]{8}$ f) $\sqrt[3]{72}$

g) $\sqrt[3]{108}$ h) $\sqrt[3]{500}$ i) $\sqrt[5]{128}$

6. Halla $\sqrt[n]{-81}$, para n = 1, 2, 3, 4, 5. Completa el siguiente cuadro:

n	1	2	3	4	5
$\sqrt[n]{-81}$					

Observa para qué valores de n existe raíz y para cuales no.

7. Usa calculadora y escribe el signo de relación que corresponda (> o <).

a) $\sqrt{7}$ _____ $\sqrt{4} + \sqrt{3}$ b) $\sqrt{32}$ _____ $\sqrt{36} - \sqrt{4}$

c) $\sqrt{8}$ _____ $\sqrt{4} + \sqrt{4}$ d) $\sqrt{25}$ _____ $\sqrt{16} + \sqrt{9}$

8. Observa que $\sqrt{a+b}......\sqrt{a}+\sqrt{b}\ \ y\ que\ \ \sqrt{a-b}......\sqrt{a}-\sqrt{b}$ en ambos casos el signo de relación no es _______.

9. Explica cuando un irracional es irracional algebraico.

10. Si a, b > 0, entonces escribe en forma simbólica las proposiciones siguientes:

i) La suma de las raíces cúbicas de a y de b.

ii) La raíz cúbica de la suma de a y b.

iii) La raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de a y de b

iv) a por la raíz quinta de b.

Lámina 4.3	Potencia de Base y Exponente Racional

NOMBRE______________________________________FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Interpretar el exponente racional.
2. Calcular potencias de exponente racional.
3. Aplicar las leyes de los exponentes en las operaciones.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* La interpretación de un exponente racional como radical.
* Las reglas para operar con potencias de la misma base o del mismo exponente.
* La obtención de la raíz n-sima de un número racional.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Escribe con un solo número bajo un solo radical.

a) $-3\sqrt{5}$ b) $-\dfrac{3}{\sqrt[3]{5}}$ c) $\sqrt{3\sqrt[3]{5}}$ d) $\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[4]{3}$

2. Simplifica el índice de la raíz, si a > 0

a) $\sqrt[4]{49}$ *b)* $\sqrt[3]{-8\,a^6}$ *c)* $\sqrt[6]{36\,a^4}$ *d)* $\sqrt[8]{16\,a^4}$

3. Escribe con un solo signo de radical, las siguientes expresiones:

a) $\sqrt[3]{2}\,\sqrt{3}$ *b)* $\sqrt{8}\,\sqrt[4]{3}$ *c)* $\sqrt{2}\,a\,\sqrt[3]{a}$

4. Escribe los radicales como exponentes fraccionarios:

a) $\sqrt[4]{a^2}$ b) $\sqrt[4]{a^5}$ c) $\sqrt[5]{10}$ d) $\sqrt[3]{40}$

e) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{9}}$ f) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ g) $\dfrac{12}{4\sqrt[3]{5^2}}$ h) $\dfrac{\sqrt[3]{5}}{5^2}$

5. Escribe con radicales las siguientes potencias:

a) $2\,a^{\frac{1}{3}}$ b) $-3 \bullet 5^{-\frac{1}{2}}$ c) $4 \bullet 3^{-\frac{2}{3}}$ d) $-6\,a^{-\frac{3}{2}}$

6. Dado $\sqrt[n]{8}$ calcula su valor cuando n = 1, 2, 3, 4 y ordena en forma creciente.

Haz lo mismo para $-\sqrt[n]{8}$.

7. ¿Para qué valores de n puedes calcular $\sqrt[n]{-8}$?

8. ¿Es ordenado el conjunto de los números irracionales?

9. Ordena crecientemente: $\sqrt[5]{-5},\ \sqrt[7]{-7},\ \sqrt[9]{-9}$

10. Calcula: a) $\sqrt{3} - \sqrt{3}$ b) $\sqrt{18} \bullet \sqrt{2}$ c) $\sqrt{2}\left(\sqrt{8} - \sqrt{50}\right)$

d) ¿Son cerradas las operaciones en el conjunto de los irracionales?

11. Emplea calculadora para dar los resultados siguientes:

a) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$ b) $3\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-\frac{3}{2}}$ c) $4\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-\frac{3}{5}}$ d) $-8\left(\dfrac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}}$

12. Clasifica los siguientes números como racionales o irracionales:

a) $\sqrt[3]{2+\sqrt{4}}$ b) $\sqrt{1+\sqrt{9}}$ c) $\sqrt{4+9}$ d) $\sqrt[3]{1+8}$

13. ¿Cuándo la raíz de un número es un irracional algebraico?

Lámina 4.4	Irracional Cuadrático

NOMBRE____FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Identificar y simplificar irracionales de radicales cuadráticos.
2. Operar con expresiones irracionales cuadráticas.
3. Racionalizar.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* La definición de término irracional cuadrático.
* La simplificación de un irracional cuadrático.
* La semejanza de términos cuadráticos y su reducción.
* La multiplicación y división de términos cuadráticos.
* La racionalización de cocientes de expresiones cuadráticas.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Indica cuales de las siguientes expresiones son irracionales de radical cuadráticos (o irracionales cuadráticos):

a) $\sqrt{36}$ b) $\sqrt{12}$ c) $\sqrt{(a+2)^2}$ d) $\sqrt[3]{10}$

¿Qué se entiende por un irracional de radical cuadrático?

2. La propiedad $\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$ se emplea para simplificar términos cuadráticos.
Simplifica los siguientes términos:

a) $\sqrt{20} =$ b) $\sqrt{50} =$ c) $\sqrt{45} =$

d) $\sqrt{72} =$ e) $\sqrt{80} =$ f) $\sqrt{108} =$

¿Cuándo se dice que un término cuadrático está simplificado?

3. Primero simplifica y luego indica las parejas de términos semejantes:

a) $-\sqrt{27}$, $\sqrt{75}$

b) $\sqrt[3]{24}$, $\sqrt{27}$

c) $3\sqrt{98}$, $½\sqrt{18}$

d) $\sqrt{75}$, $\sqrt{125}$

4. Reduce los términos radicales cuadráticos semejantes en las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{20} - 3\sqrt{125} - \sqrt{45}$

b) $2\sqrt{75} + \sqrt{27} - \sqrt{18}$

5. Efectúa las operaciones indicadas y reduce términos semejantes:

a) $\sqrt{3}\,(2\sqrt{6} - 5\sqrt{54})$

b) $(\sqrt{5} + 2\sqrt{3})(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})$

c) $(1 + 5\sqrt{2})^2$

d) $(\sqrt{2} - 3\sqrt{5})^2$

6. La propiedad $\sqrt{a}\,\sqrt{b} = \sqrt{a\ b}$ también es cierta para $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$.

PERO, ATENCION, CUIDADO $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$. Ahora, reduce:

a) $\sqrt{6}\,\sqrt{150}$

b) $\sqrt{5}\,\sqrt{45}$

c) $\sqrt{3}\,(\sqrt{12} - 5\sqrt{75})$

d) $(3\sqrt{63} - 2\sqrt{28})\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$

7. Indica si es verdadera o falsa cada una de las siguientes expresiones y justifica tu respuesta:

i) $\sqrt{a+1} = \sqrt{a} + 1,\ si\ a > 0$

ii) $\sqrt{a^2} = |\ a\ |\ ,\ para\ todo\ a \in \Re$

iii) $\sqrt[n]{a^n} = a,\ si\ n\ es\ un\ numero\ impar$

8. Comprueba, aplicando propiedades de las operaciones, que

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

9. Aplicando las fórmulas anteriores, calcula:

a) $(2\sqrt{2} - \sqrt{5})^2$

b) $(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3)$

c) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

d) $(2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})$

10. Comprueba que la pareja de expresiones dadas son inversas:

a) $\sqrt{5} - 2,\ \sqrt{5} + 2$

b) $\sqrt{13} - 2\sqrt{3},\ \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

11. Busca el factor necesario para obtener el número dado

a) $3\sqrt[3]{2} \qquad = 6$

b) $2\sqrt[3]{a^2} \qquad = 2a$

c) $\sqrt[5]{a^3} \qquad = a$

d) $(\sqrt{3} - 2\sqrt{5}) \qquad = -17$

12. Racionaliza los denominadores de:

a) $-\dfrac{3}{2\sqrt{5}} =$

b) $-\dfrac{15}{4\sqrt{27}} =$

c) $-\dfrac{4}{3\sqrt{48}} =$

13. Racionaliza:

a) $\dfrac{4}{3 - 2\sqrt{5}} =$

b) $-\dfrac{14}{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}} =$

c) $\dfrac{6}{1 - 5\sqrt{3}} =$

14. Otras propiedades de los exponentes son las siguientes:

$a^n \bullet a^m = a^{n+m}$, $\quad a^n : a^m = a^{n-m}$ $\quad y \quad (a^n)^m = a^{nm}$

Ilustra con ejemplos estas leyes de los exponentes.

15. Aplica las leyes de los exponentes y simplifica si es posible: (Sean a, b > 0)

i) $\left(a^{\frac{1}{2}} b\right)\left(a\ b^{\frac{3}{2}}\right)$

ii) $\left(3 a^{\frac{3}{2}} \div a\, b^{\frac{3}{2}}\right)^3$

iii) $\dfrac{4\sqrt{a}}{\sqrt[3]{8a}}$

iv) $\left(\dfrac{2}{3\sqrt{3}}\right)^{-\frac{2}{3}}$

16. Expresa con un solo radical y halla su valor:

a) $\sqrt{3}\ \sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt{5}\ :\ \sqrt[3]{5}$

c) $\sqrt{\sqrt{7}}$

d) $\sqrt{\sqrt[3]{8}}$

e) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{4}}}$

f) $\left(\sqrt{\sqrt{4}}\right)^{\frac{2}{3}}$

Lámina 4.5	Forma Decimal y Notación Científica

NOMBRE______________________________________FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Expresar números en notación científica.
2. Operar con datos expresados en notación científica.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* La expresión aproximada de un número irracional.
* La interpretación de cifras significativas de una expresión.
* La notación científica de un número.
* Aplicaciones de la notación científica en la simplificación de operaciones.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Redondea con 4, 3, 2 y 1 cifras significativas los resultados de:

	4 cifras	3 cifras	2 cifras	1 cifra
- 4/7 - $\sqrt{20}$ π				

2. Escribe los resultados redondeados hasta las centésimas, para:

a) $\frac{\sqrt[3]{27}}{0.3} =$ b) $\frac{\sqrt{0.36}}{\sqrt{16}} =$ c) $\frac{\sqrt[3]{125}}{0.05} =$

3. Escribe el resultado con todas sus cifras:

a) 32.072×10^{-4} b) $3.008 \div 10^{-5}$

4. Escribe en notación científica con 4 cifras significativas los siguientes números:

a) 325.6004583 b) 0.000518462

c) - 0.000508 d) 4316270.15

5. Escribe en notación científica con 3 cifras significativas antes de efectuar las operaciones:

a) $\dfrac{42.76 \times 0.0346}{0.00546 \times 124.789}$ b) $\dfrac{458.723^3 - 1000.593}{0.0378^2}$

6. ¿Cuándo se dice que un número está en notación científica?

7. Indica cuales números están escritos en notación científica:

a) 3.27×10^8 b) 0.0589×10^8 c) 32.12×10^{-8}

8. Escribe en notación científica los números del ejercicio anterior.

9. La estrella, distinta del sol, más cercana a nuestro planeta está a 4300 años luz. ¿En cuánto tiempo llegaría un cohete lanzado desde la tierra si viaja a una velocidad de 8200km/h?

10. Sobre los quarks? (Infórmate).

Lámina 4.6	Magnitud, Unidad y Medida

NOMBRE_______________________________________FECHA___________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Explicar el proceso de medida.
2. Determinar cuando las medidas de una magnitud son conmensurables o inconmensurables.
3. Conocer las unidades fundamentales del Sistema Internacional de Unidades.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* El concepto de medición, magnitud y unidad de medida.
* Magnitudes conmensurables y magnitudes inconmensurables y sus consecuencias: números racionales y números irracionales, respectivamente.
* El Sistema Internacional de Unidades: unidades básicas, múltiplos y submúltiplos.
* Conversiones a otros sistemas de medidas mediante sus equivalencias.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. ¿Qué se entiende por "medición" y qué por "magnitud"?

2. ¿Qué es "unidad de medida" y qué es "medir una magnitud"?

3. ¿Cuándo dos medidas de una magnitud son conmensurables y cuándo son inconmensurables? Da ejemplos.

4. Explica como se obtienen los números racionales e irracionales del proceso de medir magnitudes? Da ejemplos.

5. Indica las magnitudes y unidades de medidas básicas establecidas por el Sistema Internacional de Unidades.

6. Escribe los múltiplos y submúltiplos con sus respectivas abreviaturas internacionales y sus equivalencias escritas en potencias de 10.

7. Exprese 152.34 m en Gm, Tm, hm, Mm., µm, pm, usando notación científica.

8. Si una vara hondureña equivale a 0.835 m, entonces a) ¿a cuántos metros equivalen 32.5 varas? b)¿a cuántas varas equivalen 23.4 m?

9. a) ¿Cuántos centímetros hay en 5.732 m?
   b) ¿Cuántos kilómetros hay en 32.52 m?
   c) ¿Cuántos metros cuadrados hay en 1342 cm^2?
   d) ¿Cuántos Giga metros hay en 32 km?
   e) ¿Cuántos micrómetros hay en 4.32 km?
   f) ¿Cuántos dólares te dan por L 5000. ?

Láminas 4.7, 4.8	Proporcionalidad: Regla de tres.

NOMBRE____FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Definir razón y proporción.
2. Determinar la cuarta proporcional y la media proporcional.
3. Determinar cuando dos magnitudes son directa o inversamente proporcionales.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* La definición de razón y proporción.
* El concepto de constante de proporcionalidad y sus propiedades.
* La cuarta y la media proporcional: Regla de tres.
* Condiciones de las magnitudes directamente proporcionales
  y de las magnitudes inversamente proporcionales.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Indica la operación por la que han sido comparados los siguientes números en los incisos:

a) 4 - 7 b) $3 \div 4.8$ c) $-15 \div 4$ d) 0.3/1.42

2. Indica cuáles de los ejercicios anteriores son razones. Define una "razón" de **a** a **b**.

3. Forma todas las proporciones posibles con las siguientes razones:

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{8}{5}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3.2}{2}$ e) $\frac{1.5}{2.5}$ f) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}}$

4.a) Indica la constante k de proporcionalidad de cada una de las proporciones anteriores. b) Invierta las proporciones y calcula k^{-1}. Verifica que en toda proporción, el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

5. Halla la cuarta proporcional y construye la proporción para los números:

a) 6, 5, 8 b) 2, 4, 9 c) 5, 20, 3

6. Halla la media proporcional y construye la proporción para los números:

a) 3, 12 b) 8, 2 c) 24, 5

7. Halla el valor de x y la constante k de proporcionalidad en las proporciones:

a) $\frac{3}{x} = \frac{5}{8}$ b) $\frac{x}{1.5} = \frac{4}{11}$ c) $\frac{4}{18} = \frac{x}{2.1}$

8. Si dos triángulos son semejantes, entonces sus lados homólogos son proporcionales.

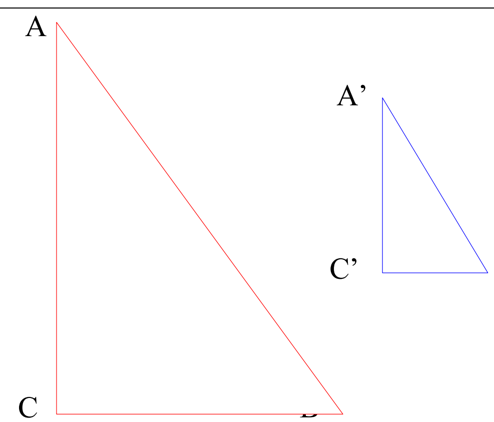
Dados los triángulos ABC y A'B'C' semejantes y rectángulos en C y C' respectivamente.
Con lados: CA = 4, CB = 3, AB = 5, C'A'= x, C'B'= 1, A'B'= y

a) Halla x, y.

b) Halla la constante k de proporcionalidad entre ambos perímetros.

c) Halla la constante de proporcionalidad entre ambas áreas y comprueba que es k^2.

d) Dado otro triángulo semejante a ABC, con perímetro 6, halla su área.



9. Indica si las magnitudes siguientes son directa o inversamente proporcionales. Plantea la proporción a que da lugar.

a) Si un auto recorre 80 km en 2 horas, entonces recorre 120 km en 3 horas. b) Si un auto hace un recorrido en 3 h. a una velocidad de 60 km/h, entonces a 90 km/h hace el mismo recorrido en 2 h. c) Si una pared la hacen 5 hombres en 4 días, entonces 8 hombres la hacen en 2 días y medio. d) Si L 4000 se reparten proporcionalmente a los números 7 y 13 (a su suma) entonces a 7 le corresponde L 1400.	

10. Resuelva los siguientes problemas por "regla de tres":

Problema	Regla de Tres
a) Si un auto recorre 120 km en una hora y media, ¿cuántos kilómetros recorrerá en 5 horas? b) Si un auto sale de A a una velocidad de 80 km/h y llega a B en 2 horas y cuarto. ¿A qué velocidad hará el mismo recorrido si tarda solo 1 hora y media? c) Si una pared la hacen 3 hombres en 10 días. ¿Cuántos hombres se necesitarán para hacerla en 6 días? d) Si L 4000 se reparten proporcionalmente a los números 7 y 13 (o sea a 20) entonces, ¿cuánto le corresponderá a 13?	

11. Reparte proporcionalmente una utilidad de L 82000 entre 3 socios, si el primero posee un tercio de la empresa, el segundo la cuarta de lo que queda y el tercero el resto.

LABORATORIO: CUESTIONARIO No. 5		UNIDAD 4 (I) Examen de Fichas sobre Láminas 4.1 a 4.4
CONJUNTO Q^c	Conferencia No. 5	CALIFICACIÓN

DESARROLLO	CORRECCION
I En cada proposición responde con V o F, si es verdadera o falsa. (5% c/u) 1. La raíz cuadrada de todo número racional es irracional algebraico. ( ) 2. Los términos $\sqrt{20}$ y $-3\sqrt{45}$ son semejantes. ( ) 3. $\sqrt{4a^2+1} = 2a+1$ ( ) 4. $\sqrt[3]{\sqrt{a}} = \sqrt{\sqrt[3]{a}}$ para todo $a \geq 0$ racional ( ) 5. Para todo $a \in$ Q , se cumple que $\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$ ( ) **II** Selecciona la respuesta correcta (5% c/u) 1. Entre los números $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$ se encuentra el racional: a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{7}{4}$ 2. El resultado de $\left(\frac{81}{16}\right)^{=\frac{3}{4}}$ es: a) $\frac{8}{27}$ b) $\frac{27}{8}$ c) $-\frac{8}{27}$ d) $-\frac{27}{8}$	

3. La expresión $-3a\sqrt{2a}$ bajo un solo radical es:

a) $\sqrt{-18a^3}$ b) $-\sqrt{18a^3}$

c) $\sqrt{-12a^3}$ d) $-\sqrt{12a^3}$

4. El resultado de reducir

$5\sqrt{75} - 4\sqrt{27} - \frac{3}{4}\sqrt{12}$ es:

a) $-\frac{1}{4}\sqrt{26}$ b) $10\sqrt{3}$

c) $\frac{23}{2}\sqrt{3}$ d) $\frac{1}{2}\sqrt{69}$

5. Al racionalizar $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}+3}$ es igual a:

a) $\dfrac{10}{3}$ b) $\dfrac{9-5\sqrt{3}}{3}$

c) $-\dfrac{1}{5}$ d) $3-5\sqrt{3}$

Problemas (25% c/u)

1. Halle el área que queda al recortar un exágono regular inscrito en un círculo de radio 10 cm.

2. Halle la diagonal de un rectángulo que tiene de largo el doble del ancho y un área de 1800 m².

LABORATORIO: CUESTIONARIO No. 6		**UNIDAD 4 (II)** Examen de Fichas sobre Láminas 4.5 a 4.8
CONJUNTO Q^c	**Conferencia No. 6**	**CALIFICACIÓN**

DESARROLLO	CORRECCION
I En cada proposición responde con V o F, si es verdadera o falsa. (5% c/u) 1. El número 0.000316 en notación científica es 3.16×10^{-3} ( ) 2. 32.4 m equivalen a 3.24×10^4 mm ( ) 3. Si 4 es inversamente proporcional a 5, la constante de proporcionalidad es 0.8 ( ) 4. Si dos magnitudes son inconmensurables, su medida es un irracional trascendente ( ) 5. Dos magnitudes directamente proporcionales tienen el mismo sentido de crecimiento ( ) **II** Selecciona la respuesta correcta (5% c/u) 1. El resultado de $\frac{8.2\times10^5}{0.00513}$ es igual a: a) 1.6×10^8 b) 1.6×10^{-8} c) 4.21×10^8 d) 4.21×10^{-8} 2. El resultado de 0.3m + 2.64cm + 0.0814km es: a) 8 172.64 cm b) 84.34 m c) 3.0214 km d) 3.0214 cm 3. L 1216.30 al cambio de L 9.60 el dólar equivalen a a) $ 11 676.48 b) $ 126.70 c) $ 121.63 d) $ 12 163.00	

4. La proporción $\frac{x}{y}=\frac{u}{v}$ equivale a:

a) $\frac{y}{x}=\frac{u}{v}$ b) $\frac{x}{v}=\frac{u}{y}$

c) $\frac{x}{u}=\frac{y}{v}$ d) $\frac{x}{y}=\frac{v}{u}$

5. Si m y n son inversamente proporcionales, con constante de proporcionalidad k, entonces es cierto que:

a) $m=\frac{n}{k}$ b) $n=m\,k$

c) $\frac{m}{n}=k$ d) $m=\frac{k}{n}$

Problemas (25% c/u)

1. Reparte 18 000 en partes directamente proporcionales a los números: 6, 5 y 4.

2. Diez hombres hacen una obra en 30 días. ¿En cuánto tiempo la hacen 25 hombres?

RESPUESTAS

FICHAS No. 4 DE LA UNIDAD 4: NÚMEROS IRRACIONALES

Lámina 4.1

2. Racionales: a), d), g), h), l), n). Irracionales: b), c), e), f) i), j), k). **3**. El número π es el cociente de la longitud de la circunferencia dividida por la longitud de su diámetro.
4. Algebraicos (raíces inexactas) y trascendentes (medidas inconmensurables).
5. Irracionales por Q^c y los reales por $\Re$. **6**. a) un punto de la recta b) un número real c) denso d) completo (continuo). **7**. a) > b) < c) < d) <. **8**. a) 3 b) – 5 c) 5 d) 2.64575 e) no es número real f) – 2 **9**. a) no es real, porque $(\pm 3)^2 = 9 \neq -9$ b) – 2.080083 c) – 1.55185.

Lámina 4.2

1. a) $\sqrt{49} = \sqrt[3]{343}$ b) $\sqrt{\frac{9}{15}} = \sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ c) $-\sqrt{\frac{4}{25}} = \sqrt[3]{-\frac{8}{125}}$ **2**. a) $\sqrt{25} = |5| = 5$ b) $\sqrt{4} = |-2| = 2$ c) $\sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \left|-\frac{3}{5}\right| = \frac{3}{5}$
d) $\sqrt{(-0.1)^2} = \sqrt{0.01} = |-0.1| = 0.1$.
3. a^2 es positiva siempre y a deberá serlo también. **4**. a) cuadrático b) cúbico c) cuártico d) radical de índice 5 o quíntico. **5**. a) $2\sqrt{2}$ b) $6\sqrt{2}$ c) $6\sqrt{3}$ d) $10\sqrt{5}$ e) 2
f) $2\sqrt[3]{9}$ g) $3\sqrt[3]{4}$ h) $5\sqrt[3]{4}$ i) $2\sqrt[5]{4}$ **6**. – 81, no es real, - $3\sqrt[3]{3}$, no es real, - 2.408224
7. a) < b) > c) < d) < **8**. <, >, =. **9**. cuando es una raíz inexacta.
10. i) $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$ ii) $\sqrt[3]{a+b}$ iii) $\sqrt{a^2 + b^2}$ iv) $a\sqrt[5]{b}$.

Lámina 4.3

1. a) - $\sqrt{45}$ b) $\sqrt[3]{-\frac{27}{5}}$ c) $\sqrt[6]{135}$ d) $\sqrt[4]{48}$ **2**. a) $\sqrt{7}$ b) – $2a^2$ c) $\sqrt[3]{6a^2}$
d) $\sqrt{2a}$ **3**. a) $\sqrt[6]{108}$ b) $\sqrt[4]{192}$ c) $\sqrt[6]{8a^8}$ **4**. a) $a^{\frac{1}{2}}$ b) $a^{\frac{5}{4}}$ c) $10^{\frac{1}{5}}$ d) $40^{\frac{1}{3}}$
e) $9^{-\frac{1}{5}}$ f) $3\times 2^{-\frac{1}{2}}$ g) $3\times 5^{-\frac{2}{3}}$ h) $5^{-\frac{5}{3}}$ **5**. a) $2\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{8a}$ b) $-\frac{3}{\sqrt{5}} = -\sqrt{\frac{9}{5}}$
c) $\frac{4}{\sqrt[3]{3^2}} = \sqrt[3]{\frac{64}{9}}$ d) $-\frac{6}{\sqrt{a^3}} = -\sqrt{\frac{36}{a^3}}$. **6.** a) $\sqrt[4]{8}, \sqrt[3]{8}, \sqrt[2]{8}, \sqrt[1]{8}$
b) $-\sqrt[1]{8}, -\sqrt[2]{8}, -\sqrt[3]{8}, -\sqrt[4]{8}$.
7. si n es impar. **8**. si **9**. $\sqrt[9]{-9}, \sqrt[7]{-7}, \sqrt[5]{-5}$ **10**. a) 0 b) 6 c) – 6 d) no.
11. a) 0.711379 b) 1.948557 c) 3.136211 d) – 27 **12**. sólo b) es racional.
13. cuando no es exacta.

Lámina 4.4

1. sólo b) es irracional cuadrático. **2**. a) $2\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{5}$ d) $6\sqrt{2}$ e) $4\sqrt{5}$ f) $6\sqrt{3}$. Cuando el radicando no es cuadrado perfecto. **3.** a) - $3\sqrt{3}$, $5\sqrt{3}$ son semejantes. b) $2\sqrt[3]{3}$, $3\sqrt{3}$ no son semejantes c) $21\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$/2 son semejantes d) $5\sqrt{3}$, $5\sqrt{5}$ no son semejantes. **4**. a) - $16\sqrt{5}$ b) $13\sqrt{3}$ - $3\sqrt{2}$ **5**. a) - $39\sqrt{2}$ b) – 7 c) 51 + $10\sqrt{2}$

d) $47 - 6\sqrt{10}$ **6**. a) 30 b) 15 c) - 69 d) $35 - 3\sqrt{7}$ **7.** a) F b) V c) V.
9. a) $13 - 4\sqrt{10}$ b) -7 c) 1 d) 2. **10**. a) 1 b) 1 **11.** a) $\sqrt[3]{4}$ b) $\sqrt[3]{a}$
c) $\sqrt[5]{a^2}$ d) $\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$. **12**. a) $-3\sqrt{5}/10$ b) $-5\sqrt{3}/12$ c) $-\sqrt{3}/9$.
13. a) $-\frac{4(3+2\sqrt{5})}{11}$ b) $2(\sqrt{5} + 2\sqrt{3})$ c) $-\frac{3(1+5\sqrt{3})}{37}$. **15.** i) $ab^2\sqrt{ab}$
ii) $\frac{27a}{b^4}\sqrt{\frac{a}{b}}$. iii) $2a^{\frac{1}{6}}$ iv) $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$
16. a) $\sqrt[6]{243}$ b) $\sqrt[6]{5}$ c) $\sqrt[4]{7}$ d) $\sqrt{2}$ e) $\sqrt[4]{2}$ f) $\sqrt[3]{2}$.

Lámina 4.5

1.

	4 cifras	3 cifras	2 cifras	1 cifra
- 4/7	- 0.5714	- 0.571	- 0.57	- 0. 6
$-\sqrt{20}$	- 4.4721	- 4.472	- 4.47	- 4.5
π	3.1416	3.142	3.14	3.1

2. a) 10 b) 0.15 c) 100. **3**. a) 0.0032072 b) 300800 **4**. a) 3.256×10^2
b) 5.184×10^{-4}
c) -5.08×10^{-4} d) 4.316×10^6 **5**. a) 2.19 b) 6.76×10^{10} **6**. Cuando es de la forma: $a\times10^n$ tal que $0 < a < 10$, y a y n son número enteros. **7**. Sólo a). **8**. a) 3.27×10^8
b) 5.89×10^6 c) 3.21×10^{-7}. **9**. Averigüe que es un año luz: el recorrido de la luz en un año.

Lámina 4.6

1.a) “medición” es el proceso de asignar un número a ciertas propiedades de los objetos.
b) “magnitud” es la propiedad que se pretende medir: longitud, peso, temperatura, tiempo,...
2. a) “unidad de medida” es una cantidad convencional utilizada para medir magnitudes de la misma naturaleza: metro para longitudes, gramo para peso. b) “medir una magnitud” es aplicar la unidad de medida a la magnitud para conocer el número de veces que la contiene.
3. a) una magnitud es conmensurable cuando contiene a su unidad un número exacto de veces. b) una magnitud es inconmensurable cuando no se puede medir con exactitud y se da un resultado aproximado.
4. a) Los números racionales: cuando la magnitud es conmensurable (es medible aún con números aproximados). Los números irracionales: cuando la magnitud es inconmensurable: no se puede medir con exactitud, por ejemplo el número π es el resultado de medir la longitud de la circunferencia tomando por unidad de medida la longitud de su diámetro.
5. Ver lámina 4.6. **6.** Ver lámina 4.6. **7.** 1.52×10^{-7} Gm. 1.52×10^{-10} Tm. 1.52 hm. 1.52×10^{-4} Mm. $1.52\times10^8\ \mu m$. 1.52×10^{14} pm. **8**. a) 27.138 m b) 28.024 varas.
9. a) 573.2 cm b) 3.25×10^{-2} km c) 1.342×10^{-1} m^2 d) 3.2×10^{-5} Gm
e) $4.32\times10^9\ \mu m$.

Lámina 4.7, 4.8

1. Sólo a) por resta y los demás por división. **2**. Son razones los cocientes positivos: b) y d).
3. a) = e) b) = d) c) = f) **4**. a) k = 0.6, 1.5, 0.667 b) k^{-1} = 1.667, 0.625, 1.5.
5. a) 6:5::8:6.667 b) 2/4 = 9/18 c) $5 \div 20 = 3 \div 12$. **6**. a) 3:6::6:12 b) 8/4 = 4/2
c) $24 : \sqrt{120} :: \sqrt{120} : 5$ **7.** a) x = 4.8, k = 0.625 b) 0.55, 0.36 c) 0.47, 0.22

8. a) $x = 4/3$, $y = 5/3$ b) $k = 3$ c) $k^2 = 9$ d) 2, área es 1.5.
9. a) directa: 80:2::120:3 b) inversa: $3 \times 60 = 90 \times 2$, o bien $3/2 = 90/60$ c) inversa: $5 \times 4 = 8 \times 2.5$, o bien $5/8 = 2.5/4$ d) directa: $4000 \div 20 = 1400 \div 7$. **10**. a) 400 km b) 120 km/h c) 5 hombres d) 2600 **11**. L 27333.33, L 13666.67, L 41000.00.

Cuestionario No. 5

I. F, V, F, V, V. **II** 1) c 2) a 3) b 4) c 5) b. **Problemas**: 1) $110\pi - 150\sqrt{3} = 54.4$ 2) $30\sqrt{5}$.

Cuestionario No. 6

I. F, V, F, V, V. **II** 1) a 2) a 3) b 4) c 5) d. **Problemas**: 1) L 72000, L 60000, L 48000. 2) 12 días.

CURSO DE MATEMÁTICA BÁSICA:

ARITMÉTICA

UNIDAD 5: LOS NUMEROS REALES

"Todas las cosas son números"
Pitágoras.

GUION DE CONFERENCIA No. 7

CONJUNTO $\Re$ DE LOS NÚMEROS REALES
ORDEN
OPERACIONES

FICHAS DE ESTUDIO DE LOS NUMEROS REALES

I OBJETIVOS

II ACTIVIDADES DE PREPARACIÓN

III ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

LABORATORIO

CUESTIONARIO No. 7

RESPUESTAS

UNIDAD 5:	**GUION DE CONFERENCIA No. 7** **LOS NUMEROS REALES**
TEMA: CONJUNTO $\Re$ ORDEN OPERACIONES	**CONTENIDO:** * El conjunto $\Re$ de los números reales. * Orden en los reales. * Operaciones con números reales. * Intervalos en la recta.

DESARROLLO.	RECURSO
1. Definición del conjunto $\Re$ de los números reales. * Unión de los racionales con los irracionales. + Completitud en la recta numérica. + Valor absoluto y su interpretación como distancia. * Representación gráfica.	**Lámina 5.1**
2. Orden en los números reales. * Propiedad de tricotomía. * Propiedades de orden estricto y de orden amplio.	**Lámina 5.2**
3. Operaciones con los reales. * Propiedades de las operaciones. * Limitación de las operaciones.	**Lámina 5.2**
4. Intervalos en la recta numérica. * Subconjuntos de la recta: semirrectas y segmentos. * Intervalos no acotados: intervalos abiertos, intervalos semiabiertos. Notación. * Intervalos acotados: intervalos cerrados. Notación. * Operaciones con intervalos.	**Lámina 5.3**

LÁMINA DE PRESENTACION

CONFERENCIA No. 7

UNIDAD 5: LOS NÚMEROS REALES

CONTENIDO:

* El conjunto $\Re$ de los números reales

* Orden en los reales.

* Operaciones con números reales.

* Intervalos en la recta.

LÁMINA 5.1

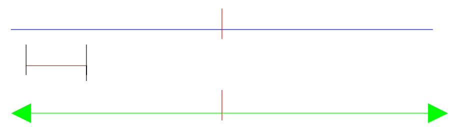
1. El conjunto de los Números Reales.

* El conjunto de los Números Reales como la unión de los racionales con los irracionales.

*** Notación:** $\Re$ = **Q** $\cup$ **Q**^{c} de donde N $\subset$ Z $\subset$ Q $\subset$ $\Re$
Además, $\Re = \Re^+ \cup \Re^-$, donde $\Re^+ = \{x \in \Re, x \geq 0\}$, $\Re^- = \{x \in \Re, x < 0\}$
Si $x \in \Re$, entonces x es un número real. Ejemplos: -0.3, $\sqrt{2}$, $-4/5 \in \Re$.

*** Representación Gráfica.** $\Re$ se representa en la recta mediante un sistema de coordenadas, llamada recta numérica, que requiere de:

1) Un punto u origen: 0
2) Un segmento unidad.
3) Una convención para el signo:



De esta manera se tiene una correspondencia uno a uno (biunívoca) entre los números reales y los puntos de la recta:

a) a cada número real le corresponde un punto en la recta	$\Re \leftrightarrow$ Recta o sea número x $\leftrightarrow$ Punto 
b) a cada punto de la recta le corresponde un número real.	P(x): la coordenada de P es x. A(8.3): la coordenada de A es 8.3

*** Valor absoluto de un número:** 1. informalmente, es prescindir de su signo.

2. Formalmente, $|x| = \begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ -x \text{ si } x < 0 \end{cases}$

3. Gráficamente, el valor absoluto se interpreta como la distancia del origen al punto que representa al número.

*** Propiedades del Valor absoluto:** a) $|x| \geq 0$ b) $|x| = 0$ si $x = 0$
c) $|x| = |-x|$ d) $|x + y| \leq |x| + |y|$ e) $|xy| = |x| \cdot |y|$

*** Distancia** entre dos números reales x, y se define como: $d(x,y) = |y - x|$.
Ejemplo, $d(-7, 4) = |4 -(-7)| = 11$

*** Propiedades de la distancia:** a) $d(x, y) \geq 0$ b) $d(x, x) = 0$
c) $d(x, y) = d(y, x)$ d) $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$, si y está entre <u>x</u> y <u>z</u>

LÁMINA 5.2

2. ORDEN EN R:

Ley de Tricotomía: Para todo par de números, sólo existe una y sólo una de las posibilidades siguientes:

$x = y$ $\quad\quad$ $x < y$ $\quad\quad$ ó $\quad$ $x > y$

El cumplimiento de una sólo de estas relaciones se llama orden estricto

El representante canónico de un número racional, a/b, se especificó que $b > 0$, o sea b debe ser estrictamente positivo.

* **Propiedades:** Para el orden estricto $<$ (ó $>$), se tienen

1. Asimétrica: Si $x < y$, entonces $x \not> y$
2. Transitiva: Si $x < y$, $y < z$, entonces $x < z$

* **Relación de orden amplio:** La relación $x \leq y$ significa que x es menor que y e inclusive $x = y$.

* **Propiedades:** Para el orden amplio $\leq$ (ó $\geq$), se tienen:

1. Reflexiva: Para toda x, $x \leq x$.
2. Antisimétrica: Si $x \leq y$, $y \leq x$, entonces $x = y$.
3. Transitiva: Si $x \leq y$, $y \leq z$, entonces $x \leq z$.

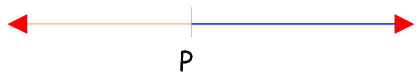
3. Operaciones en R: Con los números reales se pueden efectuar todas las operaciones, excepto extraer raíz de índice par a los números negativos. Para esto último se crea el conjunto de los números Complejos.

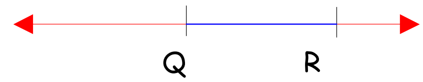
* **Propiedades:** Búsquelas en un Texto.

LÁMINA 5.3

4. INTERVALOS EN LA RECTA NUMERICA.

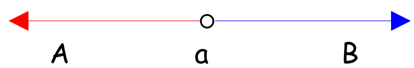
* **Subconjuntos de la recta:** semirrectas y segmentos.





* **Intervalo no acotado:** subconjunto de la recta para el que no existe ningún segmento que lo contenga.

* Gráficas:



$A = \{x \varepsilon R \mid x < a\}$

$B = \{x \varepsilon R \mid x > a\}$

$C = \{x \varepsilon R \mid x \leq a\}$

$D = \{x \varepsilon R \mid x \geq a\}$

Notación:

Intervalos abiertos: $A =]-\infty, a[$ $B =]a, \infty[$

Intervalos semiabiertos: $C =]-\infty, a]$ $D = [a, \infty[$

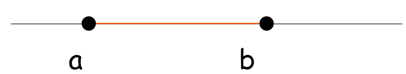
* **Intervalo acotado:** subconjunto de la recta para el que existe algún segmento que lo contiene.

* Gráficas:

Intervalo abierto

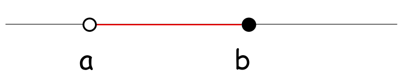
$\{x \varepsilon R \mid a < x < b\} =]a, b[$

Intervalo cerrado



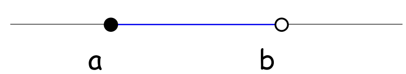
$\{x \varepsilon R \mid a \leq x \leq b\} = [a, b]$

Intervalo semiabierto



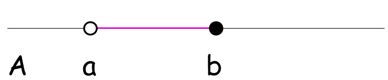
$\{x \varepsilon R \mid a < x \leq b\} =]a, b]$

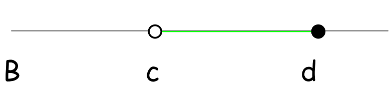
Intervalo semiabierto



$\{x \varepsilon R \mid a \leq x < b\} = [a, b[$

* **Operaciones con Intervalos:**





$A \cup B =]a, d[$

$A \cap B =]c, b]$

$A - B =]a, c]$

FICHAS DE ESTUDIO No.5
UNIDAD 5: NUMEROS REALES

Lámina 5.1	El conjunto $\Re$ y su orden

NOMBRE____FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Definir el conjunto $\Re$ de los Números Reales y representarlos gráficamente.
2. Determinar si dos números reales son iguales o no.
3. Definir el valor absoluto de un número real y la distancia entre dos números reales.
4. Determinar el orden en los números reales.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* La formación de los conjuntos numéricos.
* La elección de un sistema de coordenadas en la recta.
* La igualdad de dos números reales y las propiedades de la igualdad.
* El valor absoluto de un número real y las propiedades del valor absoluto.
* La distancia en $\Re$ y sus propiedades.
* La relación de orden en $\Re$ y sus propiedades.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. ¿Es posible graficar todos los números racionales entre 0 y 1? Explica en que consiste la propiedad de densidad de los racionales y la propiedad de completitud de los reales.

2. Indica si es verdadera o falsa cada una de las siguientes proposiciones. Justifica su respuesta:

a) $Q \cup Q^c = \Re$ b) $Q \cap Q^c = \{0\}$ c) $Z \cap Q = \{0\}$

(Fin de página)
3. Representa en la recta numérica los valores de x tales que

a) $d(x, 3) = 4$ b) $d(-2, x) = 5$ c) $d(x, 1/2) = 2$

4. Entre cada pareja de números dados, escribe dos números: uno racional y otro irracional:

a) $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ b) -1/2, 0 c) 3, π

5. Simplifica las expresiones siguientes:

a) $3|-5| + |7-2|\,|3|$ b) $(|4a| + 3a) \div a$, si $a > 0$

c) $\sqrt{4a^2}\,2 - |5a|$ d) $\sqrt{a^4 + 2a^3 + a^2}$

6. Indica si es verdadera o falsa cada una de las proposiciones siguientes:

a) $d(x, 5) = |x - 5|$ b) $d(y, -3) = |y - 3|$

7. La medida del tercer lado de un triángulo es menor o igual que la suma de las medidas de los otros dos lados del triángulo y mayor que la diferencia. Si las medidas de los lados de un triángulo son a, b y c, entonces esta propiedad triangular se simboliza por

$c \leq a + b$ ó $c \geq a - b$.

Esta propiedad triangular es válida para el valor absoluto donde $|x|$,$|y|$,$|x + y|$ representa la medida de los lados de un triángulo. Escribe el signo de relación para la propiedad del valor absoluto en:

a) $|x + y| \quad |x| + |y|$ b) $|x - y| \quad |x| - |y|$

8. Si $a = -0.04$ entonces ordena en forma creciente los siguientes números reales:

a, a^2, a^{-1}, $|a|$, $|1/a|$, $\sqrt{|a|}$

9. Si a | b, entonces comprueba que propiedades tiene esta relación de "a divide a b". (Trata de probar la reflexiva, la simétrica, la asimétrica, la antisimétrica, la transitiva, etc.) ¿Es esta relación un orden estricto o un orden amplio?

Lámina 5.2	Operaciones en R

NOMBRE_______________________________________FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:

1. Operar con números reales y aplicar las propiedades de las operaciones.
2. Determinar las limitaciones de $\Re$ en cuanto a operaciones se refiere.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* La suma y multiplicación de números reales y sus propiedades.
* La definición de la resta y de la división a partir de las propiedades de las operaciones de suma y multiplicación de números reales.
* La no existencia en $\Re$ de raíces de índice par para números negativos.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Enuncia la o las propiedades aplicadas para facilitar el cálculo de:

a) $\frac{3}{5}+\left(1+\frac{2}{5}\right)$ b) $-\frac{4}{7}-\left(\frac{3}{4}-\frac{4}{7}\right)$

c) $3\sqrt{2}-\frac{5}{2}\sqrt{2}$ d) $\sqrt[3]{9}\ \sqrt{6}\ \sqrt[3]{3}+\sqrt{24}$

2. Haz el coeficiente de la x igual a 1 aplicando las propiedades de monotonía. Enuncia la propiedad usada en cada caso:

a) $-3x \geq 5$ b) $\sqrt{2x} \geq -6$ c) $-\frac{1}{2}x \leq 2$

3. Si inviertes el orden en que se enuncia la operación, indica en que casos se obtiene el mismo resultado:

a) Duplica **x** y luego divide por 3. (Invierte el orden: Divide x por 3 y luego duplica el resultado obtenido).

b) Eleva **x** al cuadrado y después multiplica por 4.

c) Extrae raíz cuadrada a **x** y después súmale 9.

4. Escriba el signo = ó $\neq$ en el espacio entre las dos expresiones dadas:

a) $\dfrac{m+n}{3} \qquad \dfrac{m}{3}+\dfrac{n}{3}$

b) $(m+n)\bullet a^{-1} \qquad \dfrac{m}{a}+\dfrac{n}{a}, si\ a \neq 0$

c) $(mn)^{-\frac{1}{2}} \qquad m^{-\frac{1}{2}}n^{-\frac{1}{2}}$

d) $\dfrac{a+b}{b} \qquad a+1, si\ b \neq 0$

e) $\sqrt{a^2+1} \qquad a+1$

f) $| a - b | \qquad | a | - | b |$

5. Halla el área de las siguientes superficies de sólidos desarrollados:

a) El área de la superficie de un cubo de arista igual a 12.5 m.

b) El área de la superficie de una esfera de radio igual a 15.7 m.

c) El área de la superficie de un cilindro con caras en ambas bases de radio igual a 26.3 dm y de altura igual a 3.3 m.

6. Si desarrollas un cono ¿qué medidas requieres?

Lámina 5.3	Intervalos

NOMBRE____FECHA____________

I OBJETIVOS:

Al concluir esta Guía podrás:
1. Determinar subconjuntos de los números reales.
2. Operar con intervalos.

II ACTIVIDADES DE PREPARACION.

1. Estudia en un Texto lo siguiente:

* Gráfica de subconjuntos de la recta numérica.
* Representación gráfica de intervalos no acotados y acotados.
* Notación para intervalos abiertos, cerrados o abiertos por uno de los extremos.
* Operaciones con intervalos: uniones, intersecciones y diferencias.

2. Desarrolla los ejercicios en tu cuaderno.

III ACTIVIDADES DE EVALUACION

1. Si es posible, grafica y escribe como intervalo, los siguientes subconjuntos:

a) números reales no negativos

b) números reales estrictamente positivos.

c) valor absoluto de números reales menores que cuatro.

d) valor absoluto de números reales mayores que tres.

2. Grafica y escribe como conjunto los siguientes intervalos:
$A =]-2.3, 1.8]$ $B =]0, 1[\cup [3, 10/3]$
$C =]-2, 5] \cap]0, 4]$ $D = [-2.2, 4] -]-1,1] \cap [-0.5,3[$

3. Grafica y escribe como intervalo:
a) $\{x \in R \mid -2 \leq x < 3\} \cup \{x \in R \mid x \geq 0\}$
b) $\{x \in R \mid |x| \leq 2\} \cap \{x \in R \mid x^2 > 0\}$
c) $\{x \in R \mid (1/x) < 0\} - \{x \in R \mid |x| \geq 4\}$

LABORATORIO: CUESTIONARIO No. 7		**UNIDAD 5** Examen de Fichas sobre Láminas 5.1 a 5.3
CONJUNTO $\Re$	**Conferencia No. 7**	**CALIFICACIÓN**

DESARROLLO	CORRECCION
I En cada proposición responde con V o F, si es verdadera o falsa. (5% c/u) 1. Todo número real es un número racional o irracional ( ) 2. Siempre se puede calcular la raíz cuadrada del valor absoluto de un número ( ) 3. Si *a* está alineado entre x y y, entonces $\mid x - a \mid + \mid y - a \mid = \mid y - x \mid$ ( ) 4. Si $x < y < 0$ entonces $x^2 < y^2$ ( ) 5. Todo intervalo abierto es acotado ( ) **II** Selecciona la respuesta correcta (5% c/u) 1. Si $a < 0$, entonces el resultado de $(\mid 4a \mid + 3a) \div a^2$ es igual a: a) 7/a b) - 7/a c) 1/a d) - 1/a 2. Si $a = 0.04$ entonces el conjunto ordenado crecientemente es: a) $a, a^2, a^{-1}, \sqrt{a}$ b) $a^2, a, \sqrt{a}, a^{-1}$ c) $\sqrt{a}, a, a^{-1}, a^2$ d) $a^{-1}, \sqrt{a}, a, a^2$ 3. El resultado de $((0.2^2 + 0.21)^{1/2} - 0.25)^{-1}$ es: a) -1/4 b) 4 c) 5 d) 3/4	

4. Al conjunto { x e R | x ≥ -8 y x < -3} corresponde el intervalo:

a) [-8, -3[b)]-3, -8]

c) [-8, -3]   d) [-8, 0[∪]-3,0[

5. El resultado de [-4, 5] -]3, 6] es:

a) [-4, 3]   b) [-4, 6]

c) [-4, 3[∪]5, 6]   d)]5, 6]

Problemas (10 % c/u)

1. Si A y B tienen como coordenadas -7 y 5 respectivamente, entonces halle d(A, B) y la coordenada del punto medio C.

2. Dé el resultado exacto de:

a) $|\ \pi - 5\ |$ b) $|\sqrt{3} - \sqrt{2}\ |$

3. Si a > b > 1 entonces escriba =, < ó > en el espacio entre las expresiones:

a) $(a^2 + b)/a \qquad a + b$ b) $a^{-1} + b^{-1} \qquad (ab)^{-1}$

4. Calcule $3 - 5[(-3)^2 - 4(-2)] + 4\sqrt{0.25}$

5. Halle el lado del cuadrado cuya área equivalga a la del círculo de radio r = 8.

RESPUESTAS

FICHAS No. 5. UNIDAD 5: LOS NÚMEROS REALES

Lámina 5.1

1. Ese conjunto es infinito, y siempre que se grafican dos racionales, existe por lo menos otro racional entre ellos. Hay puntos en el intervalo que no corresponden a los racionales. Por esto se dice que los racionales son densos y los reales completos. **2**. a) V b) F, $0 \notin Q^c$ c) F, $Z \subset Q$.
3. a) {-1, 7} b) {-7, 3} c) {-3/2, 5/2} **4**. 1.5, 1.532046 b) – 0.25, - 0.345612 c) 3.121212, 3.074329 **5**. a) 30 b) 7 c) – 3| a | d) | a | | a + 1 | **6**. a) V b) F. **7**. a) $\leq$ b) $\geq$. **8.** a^{-1}, a, a^2, | a |, $\sqrt{|a|}$, | a^{-1} |. **9.** reflexiva, antisimétrica, transitiva. Es un orden amplio.

Lámina 5.2

1. a) conmutativa y asociativa b) opuesto, conmutativa y asociativa c) distributiva d) leyes de los exponentes, distributiva (reducción de términos semejantes). **2**. a) multiplicar por el inverso de -3, $x \leq -5/3$ b) Para todo $x > 0$ c) multiplicar por el inverso de (- 1/2), $x \geq -4$.
3. a) $2x \div 3 = (x \div 3)2$ b) $4x^2 \neq (4x)^2 = 16x^2$ c) $\sqrt{x} + 9 \neq \sqrt{x+9}$. **4**. a) = b) = c) = d) ≠ e) ≠ f) ≠ **5**. a) 937.5 m^2 b) 3097.48 m^2 c) 98.01 m^2 d) altura y radio de la base.

Lámina 5.3

1. a) $[0, \infty[$ b) $]0, \infty[$ c) $]-4, 4[$ d) $]-\infty, -3[\cup]3, \infty[= \Re - [-3, 3]$.
2. $A = \{x \in \Re \mid -2.3 < x \leq 1.8\}$ $B = \{x \in \Re \mid 0 < x < 1 \text{ ó } -3 \leq x \leq 10/3\}$
$C = \{x \in \Re \mid 0 < x \leq 4\}$ $D = \{x \in \Re \mid -2.2 \leq x < -0.5 \text{ ó } 1 < x \leq 4\}$.
3. a) $[-2, \infty[$ b) $[-2, 2] - \{0\}$ c) $]-4, 0[$.

CUESTIONARIO No. 7

I. V V V F F. **II.** 1. d) 2. b) 3. b) 4. a) 5. a) **Problemas: 1.** d(A, B) = 12, C (- 1). **2**. a) $5 - \pi$ b) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ **3.** a) < b) > **4.** – 80 **5.** $8\sqrt{\pi} = 14.1796$