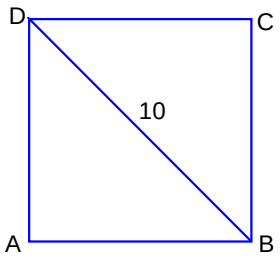
MATEMÁTICAS-FACSÍMIL N° 10

1. Sea $f(x) = \frac{x \cdot z + 3}{4}$, con $z = \frac{8}{-p}$ y $f(-2) = \frac{-1}{4}$. Si p y z son constantes, entonces p = ?

A) -1/8
B) -1/4
C) -1/2
D) -2
E) –4

2. Se tiene ABCD cuadrado de diagonal 10 cm, al disminuir el lado en $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ cm, entonces la diagonal disminuye en:



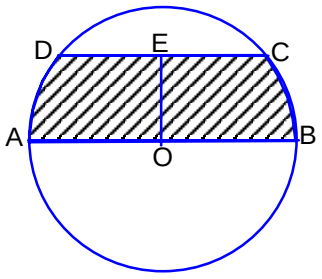
A) 9/3 cm
B) 36/3 cm
C) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm
D) 26/3 cm
E) 4/3 cm

3. $\frac{(x-2)(x-16)(x^2-16)(x^2-64)}{(x-4)(x-8)(8x-128)} = ?$

A) 1
B) $\frac{(x-2)(x^2+12x+32)}{8}$
C) $\frac{(x-2)(x-8)(x-4)}{8}$
D) $-x-2$
E) -1

4. En la circunferencia adjunta se tiene que $\overline{AB}$ = diámetro ; $\overline{DC} = 12$; $\overline{OE} = 6$. Calcular el área sombreada.

A) $72 + \pi$
B) $36 + \pi$
C) $12 + 18\pi$
D) $72 + 18\pi$
E) $36 + 18\pi$



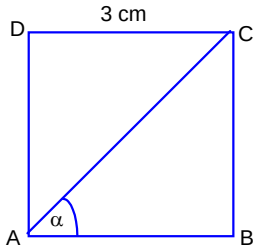
$\overline{DC} // \overline{AB}$
$\overline{DE} = \overline{EC}$

5. Un padre tiene la edad equivalente al 120% de la suma de las edades de sus dos hijas. si las edades de las niñas están en la razón 2 : 3 y la diferencia entre éstas es 9 años. ¿Qué edad tiene el padre?

A) 27 años
B) 36 años
C) 45 años
D) 54 años
E) 60 años

6. En la figura ABCD cuadrado de lado 3 cm, entonces : $2\ (\text{sen}^2\ \alpha\ (2(\cos^2\ \alpha - \text{sen}^2\ \alpha)))$ = ?

A) 0
B) 1
C) 2
D) 4
E) 16



7. $0,\overline{9}$ pertenece a los:

A) Naturales
B) Cardinales
C) Enteros
D) Racionales
E) Todos los anteriores.

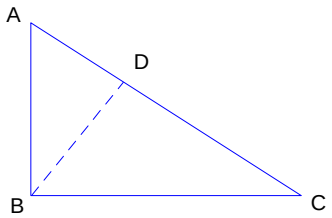
8. Algunas de las soluciones de $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2-5\left(x-\frac{1}{x}\right)-6=0$ es(son):

I. $3+\sqrt{10}$
II. $-3+\sqrt{10}$
III. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) I y II
E) I y III

9. Sea ΔABC recto en B, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$, $\overline{AD} = 4$, $\overline{AD} : \overline{DC} = 8 : 10$. Entonces $\overline{AB}$ =?

A) 36
B) 9
C) 6
D) $2\sqrt{5}$
E) 4

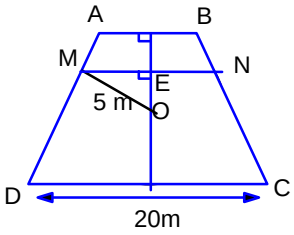


10. Al resolver la ecuación $\sqrt{x+\sqrt{2x+1}} = 2$, x = ?

A) $-5+\sqrt{10}$ y $-5-\sqrt{10}$
B) $-5+2\sqrt{10}$ y $5-2\sqrt{10}$
C) $5+\sqrt{10}$ y $5-\sqrt{10}$
D) $-5-\sqrt{10}$ y $5+\sqrt{10}$
E) $-5-2\sqrt{10}$ y $5+2\sqrt{10}$

11. En un trapecio isósceles ABCD se encuentra inscrito un círculo de radio igual a 5 m. Si la base mayor mide 20 m. Calcular la distancia entre los puntos de tangencia de los lados no paralelos.

A) 4 m
B) 8 m
C) 12 m
D) 15 m
E) Otro valor

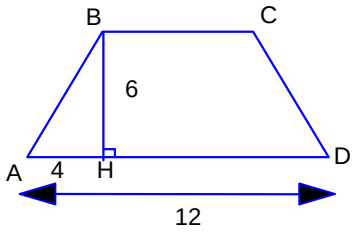


12. $\dfrac{1}{\sqrt{a^{-x}}}$ es equivalente a:

A) $\dfrac{-1}{\sqrt{a^{x}}}$
B) $\sqrt{a^{2x}}$
C) $\sqrt{a^{2+x}}$
D) $\dfrac{\sqrt{a^{2+x}}}{2a}$
E) $\sqrt{a^{x}}$

13. Las bases de un trapecio isósceles midan 4 m y 12 m y su altura es 6 m. Determinar el área de otro trapecio de 5 m de diagonal y semejante al anterior.

A) $3\ m^2$
B) $6\ m^2$
C) $9\ m^2$
D) $12\ m^2$
E) $15\ m^2$



14. Una llave llena una piscina en 6 horas y un conducto la desocupa en 4 horas. Estando llena la piscina se abren simultáneamente la llave y el conducto de desagüe. El nivel de la piscina al cabo de 2 horas:

A) aumenta 1/6
B) disminuye 1/6
C) queda igual
D) aumenta 1/12
E) disminuye 1/12

15. Si cos α = 0,6 y α es ángulo agudo, entonces tg α =?

A) $\frac{3}{5}$
B) $\frac{4}{5}$
C) $\frac{5}{4}$
D) $\frac{4}{3}$
E) $\frac{5}{3}$

16. Para el siguiente sistema, $\left.\begin{array}{r} x^2 + y^2 + xy = 244 \\ x^2 + y^2 = 164 \end{array}\right\}$ calcular $(x + y)$:

A) ± 12
B) ± 14
C) ± 16
D) ± 18
E) $\pm\sqrt{408}$

17. En el triángulo ABC rectángulo en C, el lado $\overline{AB} = \sqrt{3}$. ¿Cuál es el área del triángulo?

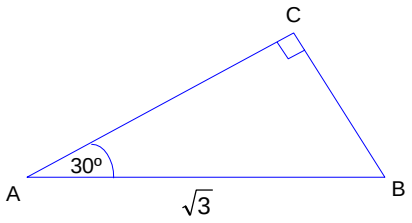
A) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

B) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

C) $\frac{7\sqrt{3}}{8}$

D) $\frac{9\sqrt{3}}{8}$

E) No se puede calcular

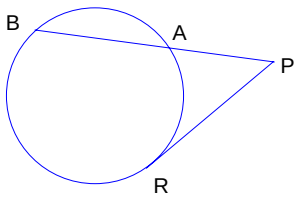


18. $2^x + 2^{-1+x} + 2^{-2+x} + 2^{x-3} + 2^{-4+x} = \frac{744}{3}$. Calcular el valor de x.

A) 12
B) 6
C) $\sqrt{7}$
D) 7
E) 128

19. En la figura, la tangente $\overline{PR}$ mide 6 cm y la secante $\overline{PB} = 18$ cm, entonces $\overline{BA}$ mide:

A) 16 cm
B) 9 cm
C) 6 cm
D) 4 cm
E) 2 cm



20. $\sqrt[4]{14 + \sqrt[3]{5 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}}} = ?$

A) $\sqrt[10]{14 + 5 + 7 + 4}$

B) $\sqrt[12]{20}$

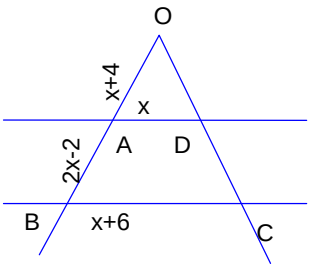
C) $\sqrt[11]{30}$

D) 1

E) 2

21. En la figura, se tiene que ABCD es un trapecio. Entonces, el valor de x es;

A) –2
B) 4
C) 6
D) 12
E) Otro valor



22. Sea $x \in Z$. Para que la expresión $\frac{x+1}{x}$ pertenezca a Z, x posee:

A) un sólo valor
B) dos valores
C) tres valores
D) cuatro valores
E) más de 4 valores

23. En un curso de 25 alumnos hay que elegir una comitiva de 3 personas para hablar un problema con el director. ¿De cuántas maneras distintas se puede formar este grupo?

A) 92
B) 460
C) 1.150
D) 2.300
E) 12.800

24. Si f(x) = 4x + 1 y g(x) = x - 3, ¿cuál es el valor de $(f \circ g)^{-1}$ para x = -23?

A) -103
B) -81
C) -26
D) -17/2
E) -3

25. Si $\log_4(a + 16) + \log_4(a - 16) = \log_8 64^{x^2} - \log_8 8^x$, entonces $a^2 = ?$

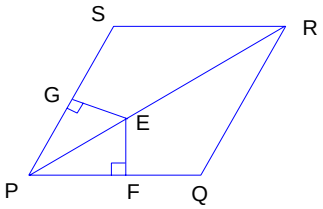
A) $4^{2x^2-x} + 4^4$
B) 4^{2x^2-x+4}
C) 4^{2x^2-x-4}
D) $\frac{4^{2x^2-x}}{4}$
E) $\frac{4^{x-2x^2}}{4}$

26. Si log (x + 3) - log x =2, entonces x = ?

A) -1/3
B) 1/33
C) 1/11
D) 1/3
E) 1

27. Al trazar la diagonal $\overline{PR}$ en el rombo PQRS, se cumple que:

I. $\overline{EG} = \overline{EF}$
II. $\overline{ES} = \overline{EQ}$
III. $\angle SPR = \angle QPR$

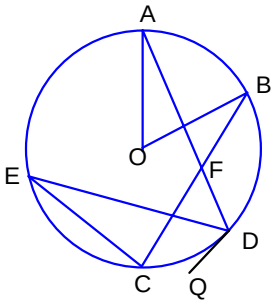


A) sólo I
B) II y II
C) I y III
D) I, II y III
E) Falta información

28. $\dfrac{\left(\sqrt{a}-b\right)\left(a-b^2\right)}{\left(\sqrt{a}-b\right)^2} = ?$

A) $\sqrt{a}-b$
B) $\sqrt{a}+b$
C) $\sqrt{a}+b^2$
D) $a + b$
E) $a + b^2$

29. En la figura, O centro de la circunferencia y $\overline{DQ}$ tangente. Si Arco(BA) = 60° y $\angle CFD = 50°$, entonces $\angle CDQ$ =?



A) 20°
B) 30°
C) 40°
D) 50°
E) 60°

30. Tres obreros hacen un hoyo en 2 días. ¿En cuánto tiempo harán 50 hoyos una cuadrilla de 10 obreros?

A) 33 días
B) 30 días
C) 28 días
D) 25 días
E) 20 días

31. Sea a, b $\in$ X y $\frac{a}{b} \in$ X con $a \neq b$ y $b \neq 0$. Luego, X puede ser el conjunto de los números:

I. Enteros
II. Racionales
III. Irracionales
IV. Reales

A) I y III
B) II y IV
C) I, II y III
D) II, III y IV
E) I, III y IV

32. De los siguientes datos: a - 2, a + 4, a- 3, la media y la mediana son respectivamente

A) a - 2; 3a –1
B) $\frac{3a-1}{3}; a-2$
C) $\frac{3a-1}{3}; a+4$
D) $a+4;\ 3a-1$
E) 3a - 1; a + 4

33. ¿Cuál de las siguientes alternativas es falsa?

A) $\log_e e = 1$
B) $\log_n 1 = 0$; $n \in$ IN y $n \neq 1$
C) $\ln e = 1$
D) $\log_n 10 = 1$; $n \in$ IN y $n \neq 1$
E) $\log_e x = \ln x$

34. Si el número total de diagonales de un polígono es 14. ¿Cuántos lados posee el polígono?

A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8

35. Dadas las siguientes afirmaciones es(son) falsa(s):

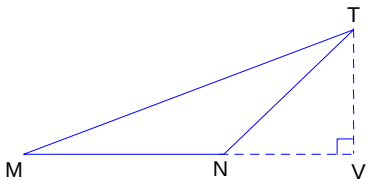
I. $\frac{a}{\sqrt[3]{b}} = \frac{a\sqrt[3]{b}}{b}$

II. $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a^3} = a^{14/15}$

III. $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{-1} = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$

A) sólo I
B) sólo III
C) I y III
D) II y III
E) I, II y III

36. En el triángulo isósceles MNT, se traza $\overline{TV}$, de modo que $\overline{TV} = \overline{NV}$, entonces si M, N y V son colineales, el ángulo MTN = ?



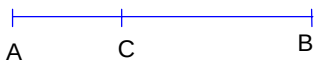
A) 30°
B) 45°
C) $30{,}5^\circ$
D) $32{,}5^\circ$
E) $22{,}5^\circ$

37. $\left(\sqrt[5]{u^7} : \sqrt{u}\right) \cdot \frac{1}{u^{-1/10}} = ?$

A) $u^{4/5}$
B) $\sqrt[10]{u}$
C) u
D) 1
E) -1

38. Si C divide a $\overline{AB}$ en sección áurea ($\overline{AC} < \overline{CB}$) ,entonces $x^2 + y^2 - 3xy = ?$
Obs: un punto divide a un trazo en sección áurea si el segmento mayor es media proporcional geométrica entre el segmento menor y todo el trazo.

A) $-2\,\overline{AB} \cdot \overline{AC}$
B) $2\,\overline{AB} \cdot \overline{AC}$
C) $\overline{AC}$
D) 0
E) Falta información



$\overline{AB} = x$; $\overline{AC} = y$

39. El conjunto numérico en que todos sus elementos poseen inverso multiplicativo corresponde a:

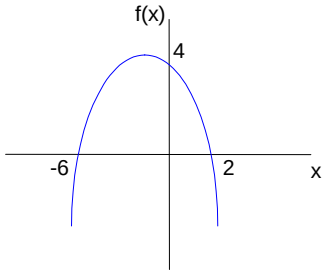
A) Enteros
B) Racionales
C) Reales
D) Complejos
E) Todos los anteriores

40. José fue al hipódromo. En una de las carreras le gustan dos caballos; el primero tiene probabilidad de perder igual a 5/8 y la del segundo es de 2/3. ¿Qué probabilidad tiene de ganar si apuesta a los dos caballos?

A) 17/24
B) 1/8
C) 31/24
D) 5/12
E) No se puede determinar

41. La función graficada corresponde a:

A) $f(x) = x^2 + 4x - 12$
B) $f(x) = -x^2 - 4x + 12$
C) $f(x) = \frac{-x^2}{3} - \frac{4x}{3} + 4$
D) $f(x) = \frac{x^2}{3} + \frac{4x}{3} - 4$
E) $f(x) = x^2 - 4x + 12$

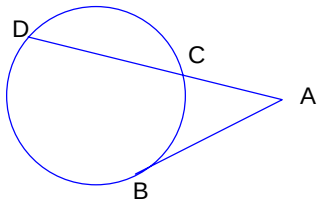


42. En un triángulo equilátero de lado “a”, la razón entre la altura, el radio de la circunferencia circunscrita y el radio de la circunferencia inscrita es:

A) $3 : 2 : 1$
B) $3 : 2 : \sqrt{3}$
C) $3 : 2\sqrt{3} : 1$
D) $3\sqrt{3} : 2 : 1$
E) $3\sqrt{3} : 2\sqrt{3} : 1$

43. En la figura, se tiene que $\overline{AB}$ es tangente a la circunferencia, $\overline{AD}$ es secante y Arco (DB) es $\frac{5}{12}$ de la circunferencia y Arco(BC) es 1/5 de la circunferencia. Determinar medida de $\angle$ BAD.

A) 90°
B) 82°
C) 78°
D) 72°
E) 39°



44. Para la siguiente ecuación $3^{4+x} = 5^{x-1}$, ¿cuál es el valor de x si log 3 = 0,477 y log 5=0,7?

A) $\frac{0,477}{0,7}$
B) $\frac{1,908}{0,223}$
C) $\frac{2,608}{0,223}$
D) $0,477 \cdot 0,7$
E) $\frac{(0,477)^3 + 0,7}{0,223}$

45. Un artículo que cuesta \$x se vende con 20% de descuento; otro que cuesta el doble, se vende con un descuento del 35%. Si a una persona, por la compra de los dos artículos se le hace un descuento de \$810, ¿cuál es el valor de x?

A) 850
B) 900
C) 950
D) 1000
E) 1050

46. La tabla siguiente muestra la distribución de frecuencia de los sueldos de 45 operarios de una empresa. ¿Cuál es la moda en la muestra?

A) 70 mil
B) 75 mil
C) 80 mil
D) 85 mil
E) 90 mil

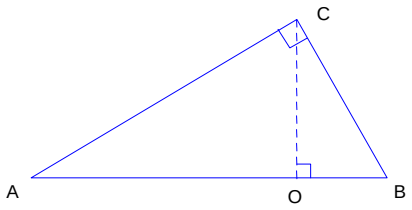
sueldo($)	f
70-80 mil	16
80-90 mil	14
90-100 mil	10
100-110mil	5

47. La ecuación $kx^2 + kx + k^3=0$ posee raíces iguales si:

A) $k = \pm\frac{1}{2}$
B) $\frac{-1}{2} < k < \frac{1}{2}$
C) $k > \frac{-1}{2}$
D) $k < \frac{1}{2}$
E) $k \in \left(IR - \left[\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right]\right)$

48. En la figura, ΔABC es triángulo rectángulo en C. Si $\overline{AB} = 15$ cm, $\overline{AO} = 3$ cm, entonces $\overline{CB}$ =?

A) $3\sqrt{5}$ cm
B) $6\sqrt{3}$ cm
C) $6\sqrt{5}$ cm
D) $8\sqrt{3}$ cm
E) $12\sqrt{2}$ cm



49. Se tiene un trazo de 8 cm. si se prolonga de tal forma que el trazo dado sea al trazo prolongado como 5 : 7, entonces la prolongación mide:

A) 11,2 cm
B) 10 cm
C) 5,7 cm
D) 3,2 cm
E) 2 cm

50. $\sqrt{2} \cdot 8^{3x} + \sqrt{2} \cdot 8^{3x} = ?$

A) $2^{9x-\frac{1}{2}}$

B) $2^{9x+\frac{1}{2}}$

C) 2^{9x+1}

D) $2^{9x+\frac{3}{2}}$

E) 2^{9x+2}

51. Un grifo A tarda 3 horas en llenar un depósito, otro grifo B tarda 2 horas en llenar el mismo depósito. Hallar el tiempo que tardan los dos grifos juntos en llevar el depósito.

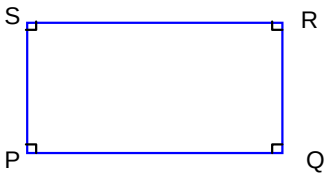
A) 2,5 horas
B) 2 horas 30 minutos
C) 1 hora 12 minutos
D) 1 hora 18 minutos
E) 1 hora 15 minutos

52. Si $27^{2x+1} = 78 + 3^{6x}$, entonces x = ?

A) 1/6
B) 1/3
C) 1/2
D) 2/3
E) 3/2

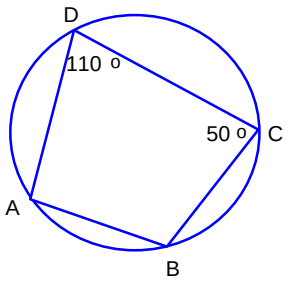
53. $\overline{PQ} = 4$; $\overline{SP} = 3$. Sean A y B puntos cualesquiera de $\overline{SR}$ y $\overline{PQ}$ respectivamente, entonces ¿cuál es la razón entre el menor valor de $\overline{AB}$ y el mayor valor de $\overline{AB}$?

A) 12/2
B) 3/5
C) $4\sqrt{2}/3$
D) 7/12
E) Otro valor



54. En la circunferencia, determine Arco(BD) y Arco(CA), respectivamente

A) 25° y 55°
B) 65° y 35°
C) 110° y 70°
D) 130° y 70°
E) 260° y 140°



55. $\dfrac{x^3+27}{(x+3)(a-b)} \div \dfrac{x^2-3x+9}{b-a} = ?$

A) $\dfrac{(x^2-3x+9)^2}{a^2-b^2}$

B) $\dfrac{(x^2-3x+9)^2}{b^2-a^2}$

C) $\dfrac{(x^2-3x+9)^2}{-(a-b)^2}$

D) –1

E) 1

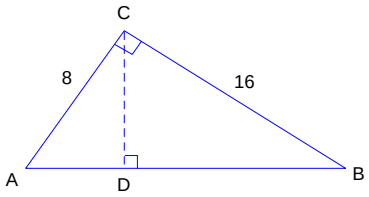
56. $3^{124} - 3^{120}$ es divisible por:

I. 15
II. 24
III. 54
IV. 60

A) I, II, III
B) I, II, IV
C) I, III, IV
D) II, III, IV
E) I, II, III, IV

57. La razón entre las áreas de los triángulos ABC y CBD es:

A) 5 : 4
B) 2 : 1
C) 4 : 1
D) 5 : 1
E) 3 : 2



58. ¿De cuántas maneras puede formarse un comité compuesto por 3 hombres y 3 mujeres a partir de 7 hombres y 6 mujeres?

A) $\binom{13}{3}\binom{13}{3}$

B) $\binom{13}{6}$

C) $\binom{7}{3}\binom{6}{3}$

D) $\binom{13}{3}$

E) $2 \cdot \binom{13}{3}$

59. El menor conjunto numérico que posee inverso multiplicativo para todos sus elementos con excepción del cero es:

A) Cardinales
B) Enteros
C) Racionales
D) Reales
E) Complejos

60. Si $f(x) = 2x - 3 + \frac{1}{x}$ y $g(x) = 3x - 4 + \frac{1}{x}$. Si $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, entonces h(x)=?

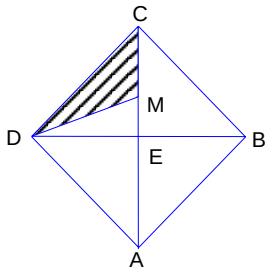
A) $5x^2 - 7x + 2$
B) $\frac{x-1}{x-2}$
C) 1
D) $\frac{2x-3}{3x-4}$
E) $\frac{2x-1}{3x-1}$

61. Calcule x, si $x = 4^{\log_4 8}$

A) -8
B) -4
C) 4
D) 8
E) Otro valor

62. En la figura, ABCD es un rombo, $\overline{AC}$ y $\overline{DB}$ diagonales. Si $\overline{DE}$ = 3 cm y $\overline{AD}$ =5 cm, si M punto medio de $\overline{EC}$, entonces ¿cuánto mide el área achurada?

A) 3 cm^2
B) 6 cm^2
C) 8 cm^2
D) 9 cm^2
E) 12 cm^2



63. Hallar la longitud de una circunferencia circunscrita a un triángulo equilátero de 36 cm de perímetro.

A) $2\sqrt{3}\pi$ cm
B) $4\sqrt{3}\pi$ cm
C) $8\sqrt{3}\pi$ cm
D) $16\sqrt{3}\pi$ cm
E) $32\sqrt{3}\pi$ cm

64. Al resolver $\left.\begin{array}{l} 4^{x+y} = 8^{x} \\ 18^{2x-y} = 3^{2}\cdot 2 \end{array}\right\}$, se tienen:

A) x = 2/3 ; y = -1/3
B) x = 2/3 ; y = 1/3
C) x = 1/3 ; y = 2/3
D) x = -2/3 ; y = 1/3
E) x = -1/3 ; y = 2/3

65. Reduzca $\sqrt[4]{5\sqrt{17}+13}\cdot\sqrt[4]{5\sqrt{17}-13}+\sqrt[3]{40-4\sqrt{46}}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{46}+10}$

A) $\sqrt[7]{472}$
B) $\sqrt[12]{4^{12}+6^{12}}$
C) $\sqrt{5\sqrt{7}+13}+\sqrt[3]{4(10+\sqrt{46})^{2}}$
D) 10
E) Otro valor

66. Si la probabilidad que llueva en Santiago en verano es 1/30 y la probabilidad que caigan 100 cc es 1/40, ¿cuál es la probabilidad que no llueva en Santiago y que no caigan 100 cc?

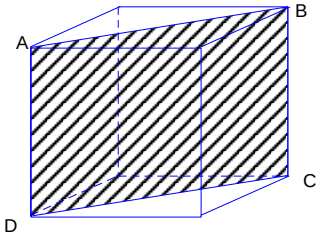
A) 1/1200
B) 1/70
C) 29·39/1200
D) 69/70
E) 1199/1200

67. Si $f(g(x)) = x^2 + 5x + 6$ y $f(x) = \frac{3x+6}{2}$, entonces g(1) = ?

A) 8/3
B) 4
C) 9/2
D) 6
E) 12

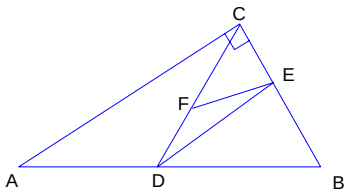
68. Para un hexaedro regular de la figura de lado 5, ¿cuánto mide el área achurada ABCD?

A) 25
B) $25\sqrt{2}$
C) 50
D) $50\sqrt{2}$
E) 75



69. En el segmento $\overline{CD}$, F es centro de gravedad o baricentro, $\overline{DE}$ es simetral del ΔDBC.
Si $\overline{AB}=4$ y $\overline{BC}=2$, el área del ΔDBC es:

A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$
B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\sqrt{3}$
E) Otro valor



70. Si X es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de Y, y si X vale 1 cuando Y vale 625, entonces si X vale 1/3, entonces Y debe valer:

A) 25/3
B) 75
C) 125
D) 5625
E) 15625