

# SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

## MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

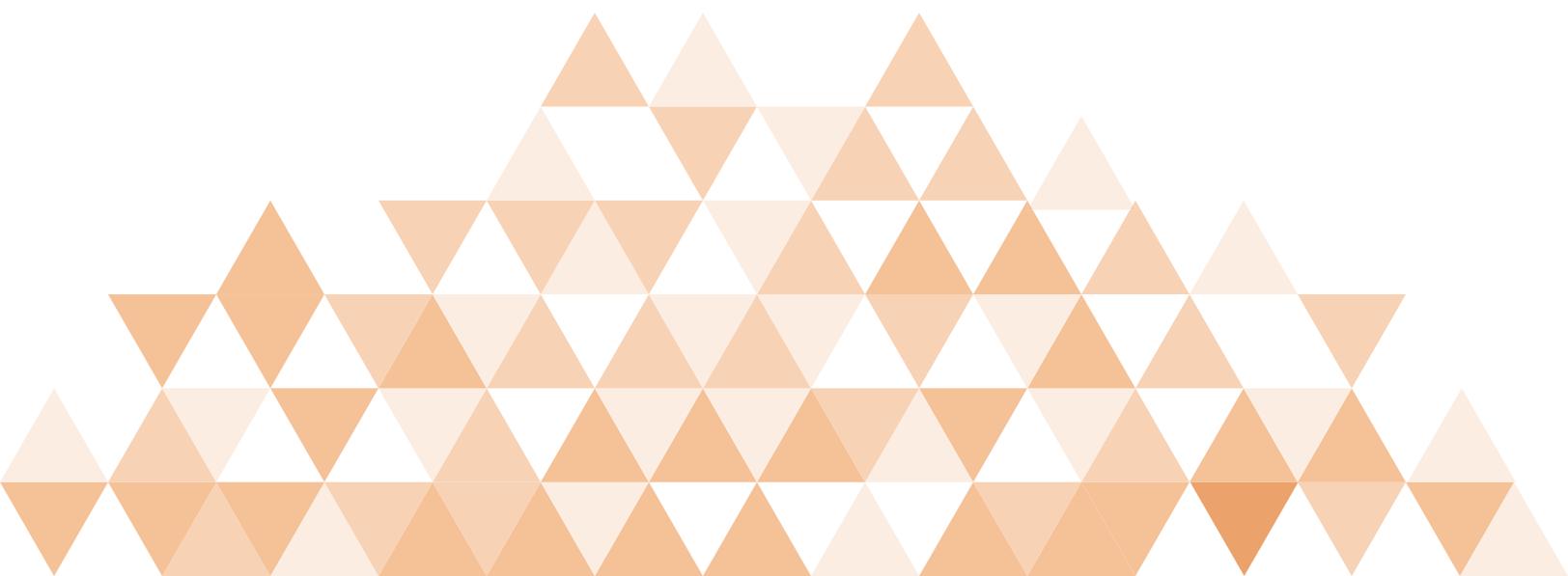
---

---

# MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

---

FICHAS TALLER 5:  
MEDICIÓN DE VOLUMEN



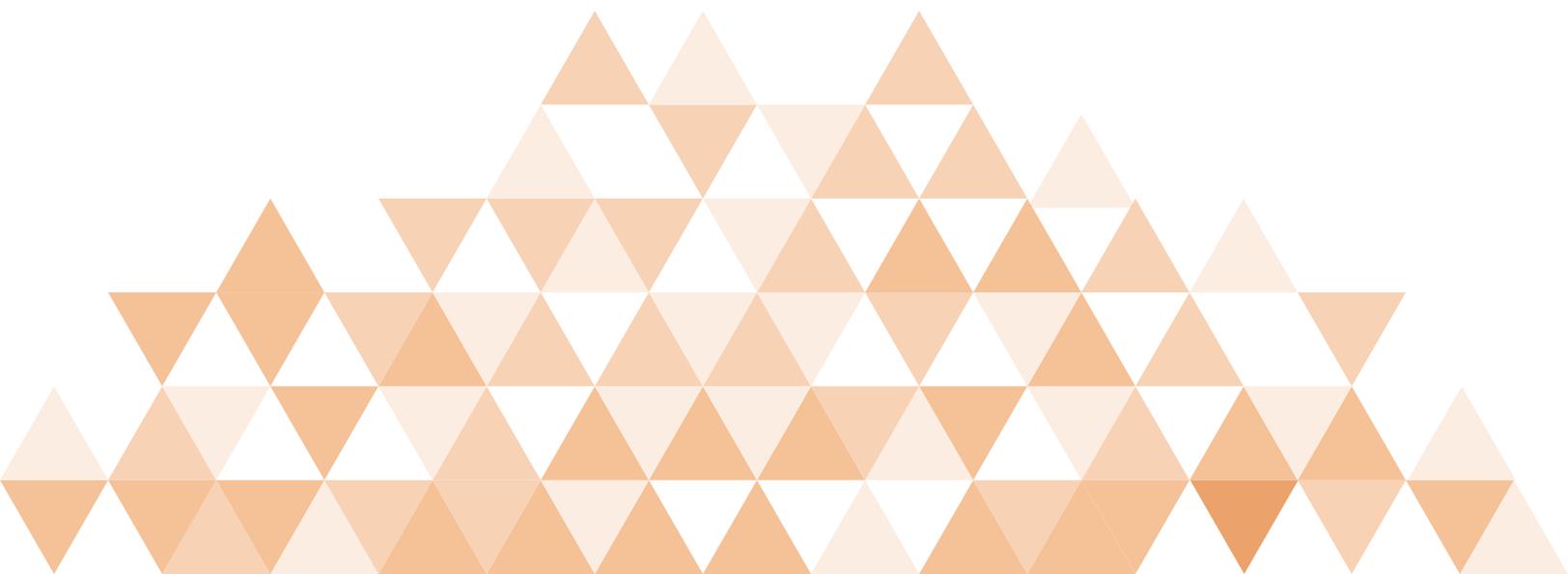
# INTRODUCCIÓN

---

Este taller se inició con el estudio del volumen, en el que se midieron y compararon volúmenes utilizando unidades de medida no estandarizadas y estándar, y se reconoció la diferencia entre capacidad y volumen. A continuación, se calculó el volumen de un cuerpo a través de distintos procedimientos, los que se justifican por propiedades geométricas. También se trabajó la transformación entre unidades de medida de volumen.

Las fichas que conforman este apartado contemplan los siguientes contenidos:

- Unidades no estandarizadas de volumen.
- Unidades estandarizadas de volumen.
- Comparación de volúmenes.
- Medición de volumen.
- Volumen versus capacidad.
- Principio de Cavalieri.
- Principio de Arquímedes.
- Transformación de unidades de volumen.



## TALLER 5: MEDICIÓN DE VOLUMEN.



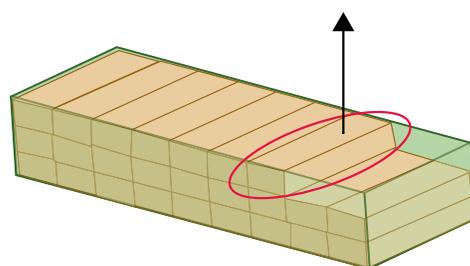
### 1. Volumen

El volumen de un objeto tridimensional corresponde a cuántas unidades de volumen son necesarias para llenarlo sin sobreponer ni dejar espacios entre ellas. Estas unidades de volumen corresponden a cuerpos tridimensionales, de manera similar al área, en que las unidades de medida corresponden a figuras bidimensionales.

Unidad de Área

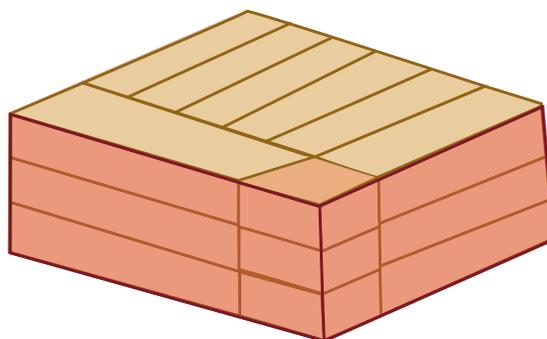


Unidad de Volumen



De la definición se desprende que el volumen de un objeto geométrico es siempre mayor o igual que 0.

Las unidades de volumen se pueden descomponer en fracciones. Por ejemplo, el volumen de un cuerpo puede ser 19,5 unidades, como se muestra a continuación:



### Comentarios

- El uso de diversos ejemplos con apoyo de distintas representaciones (concretas o gráficas) puede contribuir a comprender de mejor forma la noción de volumen.



### Ubicación: Módulo 2

Taller: Medición de volumen.  
Actividad: ¡A ordenar se ha dicho!

## TALLER 5: MEDICIÓN DE VOLUMEN.

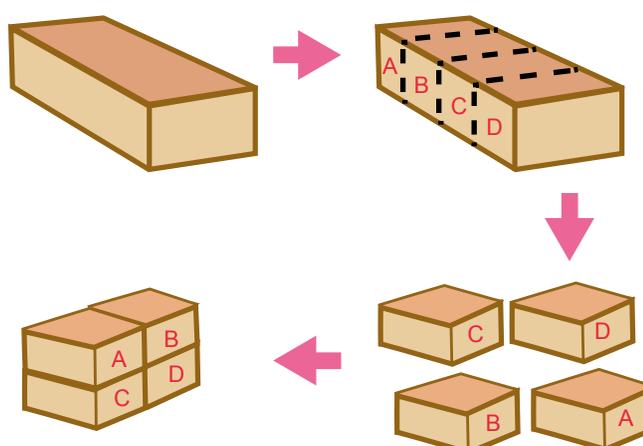


### 2. Propiedad de conservación del volumen

En el volumen, de manera similar al área, se cumple que:

*Cuando se descompone un cuerpo geométrico en dos o más partes, el volumen del cuerpo inicial es igual a la suma de los volúmenes de cada una de las partes.*

Entonces, al cortar un cuerpo en partes, desplazar dichas partes y juntarlas nuevamente en otro cuerpo, se mantiene el volumen del cuerpo inicial. Del mismo modo, al unir varias partes para formar un nuevo cuerpo, el volumen del cuerpo formado es igual a la suma de los volúmenes de las partes iniciales.



$$\text{Volumen (Cuerpo)} = \text{Volumen (A)} + \text{Volumen (B)} + \text{Volumen (C)} + \text{Volumen (D)}$$

Esta propiedad corresponde a la *conservación del volumen*.



### Comentarios

- En el caso anterior se conserva el atributo que estamos analizando: el volumen. Pero no necesariamente pasa lo mismo con el resto de los atributos, por ejemplo: el área superficial.



### Ubicación: Módulo 1

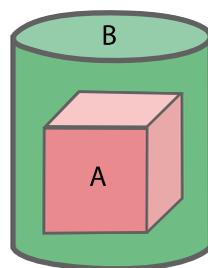
Taller: Medición de volumen.  
Actividad: ¡A ordenar se ha dicho!

## TALLER 5: MEDICIÓN DE VOLUMEN.



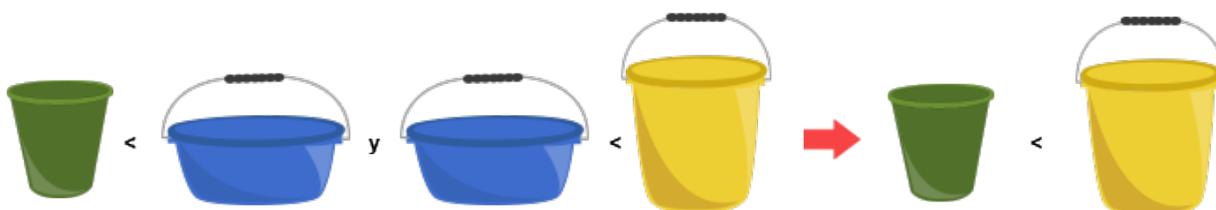
### 3. Otras propiedades del volumen

- Si un cuerpo A está contenido completamente en otro cuerpo B, entonces el volumen de A es menor que el de B.



$$V(A) < V(B)$$

- Si sabemos que el recipiente verde contiene un volumen menor que el azul y, además, que el balde azul contiene menos volumen que el amarillo, entonces podemos decir que el recipiente verde contiene menos volumen que el amarillo.



Esta propiedad que cumple el volumen se denomina transitividad.

- El volumen puede ser una fracción de la unidad de volumen tan grande o tan pequeña como se quiera, incluso puede ser cero, pero nunca será un número negativo. Es decir, para cualquier cuerpo geométrico A, siempre se cumple que

$$\text{Volumen}(A) \geq 0.$$



### Comentarios

- Es importante tener en cuenta que si el volumen de un cuerpo es menor que el volumen de otro cuerpo, no necesariamente el primero cabe en el segundo, ya que esto depende de la forma de los cuerpos.
- Las figuras planas tienen volumen igual a cero.



### Ubicación: Módulo 2

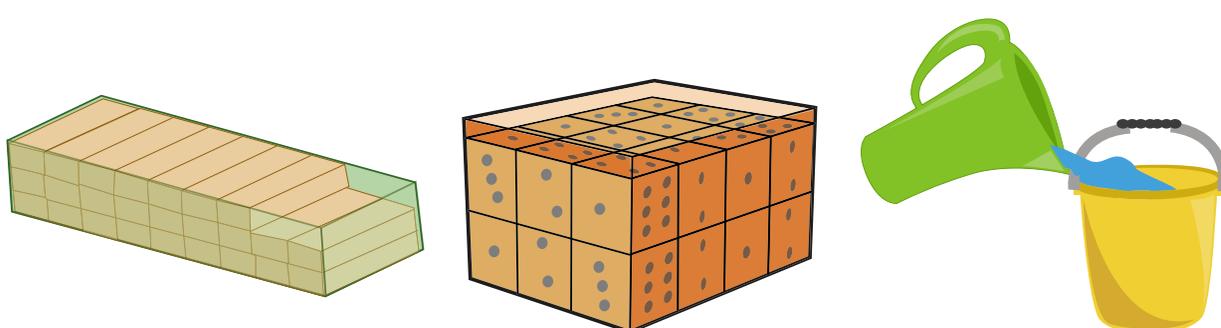
Taller: Medición de volumen.  
Actividad: ¡A ordenar se ha dicho!

## TALLER 5: MEDICIÓN DE VOLUMEN.



### 4. Procedimientos para medir volumen

Una manera de medir volumen corresponde a empaquetar o completar un espacio iterando una unidad de medida sólida. Otra forma es llenar el espacio tridimensional iterando una unidad de fluido que va tomando por sí sola la forma del contenedor, sin dejar espacios vacíos. De esta manera, para medir volumen a través de llenado, basta contar el número de unidades utilizadas. En cambio, para el caso del empaquetamiento se debe resguardar que no queden espacios vacíos entre las unidades.



### Comentarios

- Al empaquetar o rellenar cuerpos con forma de paralelepípedo, típicamente se aprovecha mejor el espacio disponible al hacerlo con objetos que también son paralelepípedos.
- Hay casos de otros cuerpos geométricos, por ejemplo las esferas, para los que siempre quedarán espacios entre ellos al intentar rellenar un cuerpo y, en consecuencia, solo lograremos estimar el volumen del cuerpo.



### Ubicación: Módulo 2

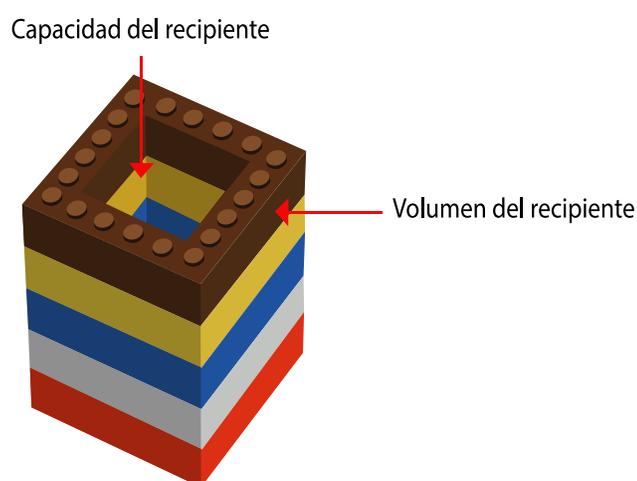
Taller: Medición de volumen.  
Actividad: ¡A ordenar se ha dicho!

## TALLER 5: MEDICIÓN DE VOLUMEN.



### 5. Capacidad

La capacidad de un cuerpo se refiere al volumen que puede ser contenido en él; en cambio, el volumen de dicho cuerpo corresponde al volumen del material con que fue construido.



Otro ejemplo que muestra la diferencia entre estos conceptos es el caso de los cuerpos sólidos sin huecos, puesto que estos sí tienen volumen, pero no capacidad.



### Comentarios

- En la vida cotidiana es común que se utilice la palabra volumen como sinónimo de capacidad. Por ejemplo, se dice que “el volumen de un vaso es 0,5 L”, queriendo señalar que su volumen interior puede ser llenado (su capacidad) con 0,5 L.



### Ubicación: Módulo 2

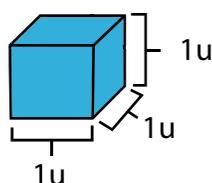
Taller: Medición de volumen.  
Actividad: ¡A ordenar se ha dicho!

## TALLER 5: MEDICIÓN DE VOLUMEN.



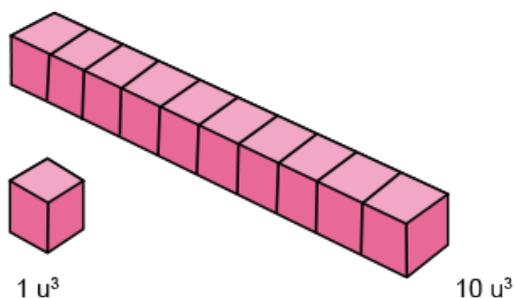
### 6. Unidades cúbicas

Para medir el volumen de un cuerpo, debemos elegir una unidad de volumen y luego ver cuántas veces cabe esta unidad en dicho cuerpo. La unidad que usualmente se elige es un cubo con aristas de medida 1 unidad. Diremos que estos cubos tienen volumen igual a 1 unidad cúbica.



### Comentarios

- Cuando el volumen de un cuerpo corresponde al volumen de 10 cubos y además el lado de cada cubo es 1 unidad, el volumen del cuerpo es igual a 10 unidades cúbicas, y se anota como  $10 u^3$ .



### Ubicación: Módulo 2

Taller: Medición de volumen.  
Actividad: ¡A ordenar se ha dicho!

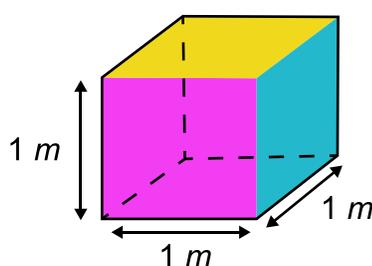
## TALLER 5: MEDICIÓN DE VOLUMEN.



### 7. Unidades de medida estandarizadas de volumen

La unidad de medida de volumen usada por el Sistema Internacional de Unidades es el metro cúbico, que se denota como  $m^3$ . Un metro cúbico corresponde al volumen contenido en un cubo de lado 1 m.

1 METRO CÚBICO =  $1 m^3$



El uso de unidades de medida estandarizadas responde a la necesidad de medir utilizando una misma unidad conocida para comparar volúmenes de objetos y comunicar información referida a mediciones.



### Comentarios

- Al igual que en los casos de la longitud y del área, existen otras unidades que permiten medir el volumen, por ejemplo el centímetro cúbico ( $cm^3$  o  $cc$ ), el decímetro cúbico ( $dm^3$ ), el litro ( $L$ ), entre otras. Estas se relacionan de la siguiente forma:

$$1 L = 1.000 cm^3$$

$$1 L = 1 dm^3$$

$$1 L = 1.000 mL$$

- Para medir y comparar el volumen de un cuerpo también se pueden utilizar unidades de medida no estandarizadas, como dados, vasos de agua, arena, etc. Si bien estas unidades no son estándar y conocidas por todos, uno de sus beneficios es que facilitan que el foco sea el atributo y no la unidad de medida.



### Ubicación: Módulo 2

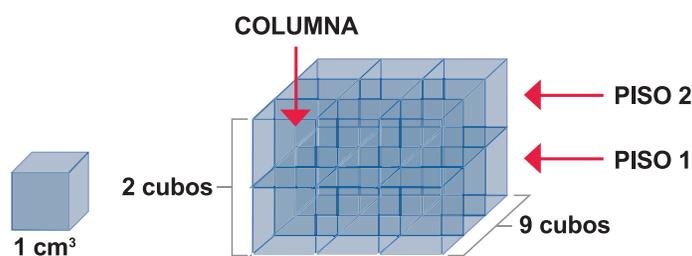
Taller: Medición de volumen.  
Actividad: ¡A ordenar se ha dicho!

## TALLER 5: MEDICIÓN DE VOLUMEN.



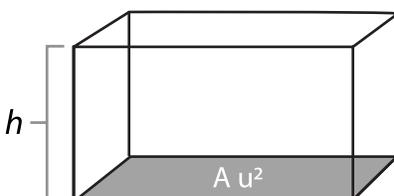
### 8. Volumen de un paralelepípedo recto

El volumen de un paralelepípedo recto corresponde a la cantidad de unidades cúbicas que se contienen en él. Para determinarlo, basta con multiplicar la cantidad de unidades que hay en una columna por las que hay en uno de sus pisos. Por ejemplo:



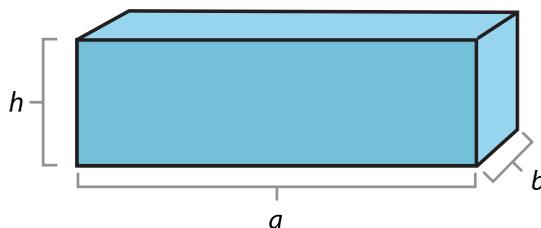
$$\text{Volumen} = (2 \cdot 9) \text{ cm}^3 = 18 \text{ cm}^3$$

El volumen de un paralelepípedo recto se puede calcular multiplicando el área de la base por su altura.



$$\text{Volumen paralelepípedo} = A \cdot h$$

De este modo se tiene que para calcular el volumen de un paralelepípedo recto basta con multiplicar su largo, por su ancho y por su alto. Es decir,



$$\text{Volumen paralelepípedo} = a \cdot b \cdot h$$



### Comentarios

- Antes de comenzar con el estudio de fórmulas para calcular volúmenes, es importante desarrollar en los estudiantes la capacidad de comprender el significado de volumen como la cantidad de unidades cúbicas contenidas, y a partir de ello deducir las fórmulas.
- La base de un paralelepípedo recto es la superficie sobre la cual este se apoya. A su medida la llamaremos área basal. La elección de la base es arbitraria, pues un paralelepípedo se puede apoyar sobre cualquiera de sus caras. La altura del paralelepípedo recto será la longitud de la arista perpendicular a dicha base.



### Ubicación: Módulo 2

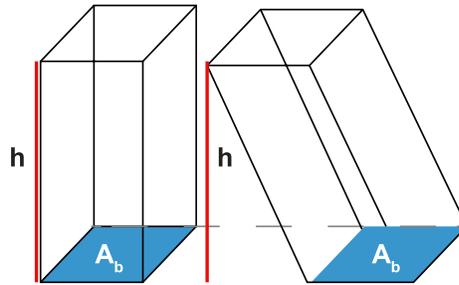
Taller: Medición de volumen.  
Actividad: Volúmenes en la vidriería de Alberto

## TALLER 5: MEDICIÓN DE VOLUMEN.



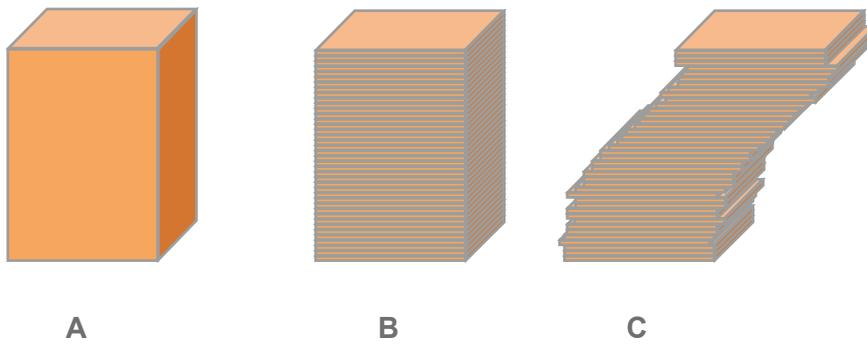
### 9. Principio de Cavalieri

El *Principio de Cavalieri* establece que el volumen de cualquier prisma o cilindro, sin importar que sea recto u oblicuo, es siempre el producto de su área basal por su altura.



$$\text{Volumen} = A_b \times h$$

Para explicar el principio de Cavalieri, podemos considerar dos cuerpos con la misma altura y hacer cortes transversales paralelos a sus bases. Luego, aunque movamos el cuerpo con los cortes y formemos uno distinto al inicial, sigue teniendo el mismo volumen, como se muestra en el siguiente ejemplo.



Los cuerpos A, B y C tienen el mismo volumen. Esto se justifica por la propiedad de conservación del volumen.



### Comentarios

- La explicación anterior permite intuir que el principio de Cavalieri es cierto, pero no corresponde a una demostración rigurosa completa, pues es necesario considerar capas cada vez más delgadas, finalmente idealizándolas como si fuesen áreas.



### Ubicación: Módulo 2

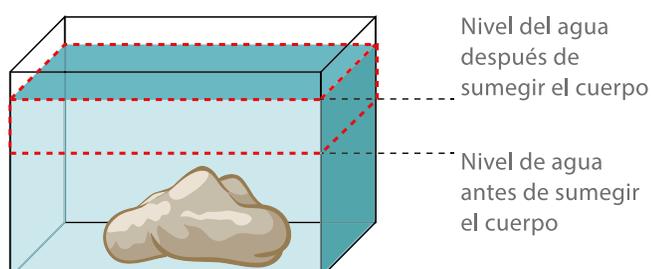
Taller: Medición de volumen.  
Actividad: Volúmenes en la vidriería de Alberto

## TALLER 5: MEDICIÓN DE VOLUMEN.



### 10. Medición de volumen de un cuerpo irregular

El volumen de un cuerpo se puede medir calculando el volumen de agua desplazada al sumergirlo en un recipiente con agua. Esto equivale a calcular el volumen del paralelepípedo marcado con rojo que se muestra en la siguiente imagen:



Para ello se requiere el área de la base y la altura del paralelepípedo marcado con rojo. Esta última corresponde a la diferencia de nivel del agua antes y después de sumergir el cuerpo. Como este método considera la variación del nivel de agua, no es necesario conocer la forma del cuerpo y la altura del recipiente (que es constante).



### Comentarios

- Una posible confusión es creer que el volumen de agua desplazado al sumergir un cuerpo tiene que ver con su masa, sin embargo, el motivo por el cual el nivel de agua sube al sumergirlo es porque el volumen que ocupaba el agua es ahora ocupado por el cuerpo. Por lo tanto, si dos cuerpos tienen un mismo volumen, desplazarán la misma cantidad de agua sin importar sus masas.



### Ubicación: Módulo 2

Taller: Medición de volumen  
Actividad: Volúmenes en laboratorio de rocas