SUMA Y SIGUE

MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FCFM
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

CMM
Centro de Modelamiento Matemático

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER:
OPERATORIA CON NÚMEROS DECIMALES

INTRODUCCIÓN

En este taller se abordaron las cuatro operaciones básicas en el contexto de los números decimales, justificando los algoritmos clásicos mediante operaciones con fracciones y el sistema posicional decimal, dando sentido a expresiones como *correr la coma* y analizando errores frecuentes. Además, se trabajaron las propiedades de conmutatividad, asociatividad y existencia de neutro aditivo, para justificar la validez de los procedimientos de cálculo escrito y de las estrategias de cálculo mental presentadas.

Las fichas que conforman este apartado contemplan los siguientes contenidos:

- Algoritmos de la adición y sustracción de números racionales.
- Algoritmos de multiplicación y división de números racionales.
- Estrategias para resolver operaciones con números en su expresión decimal.

8- Adición y sustracción de fracciones

Hemos considerado tres posibles casos en la adición y sustracción de fracciones:

- Fracciones con denominadores iguales: en este caso basta sumar o restar los numeradores.

$$\frac{3}{8}+\frac{7}{8}=\frac{10}{8}$$

- Fracciones cuyos denominadores tienen un divisor común: en este caso se puede amplificar o simplificar una o ambas fracciones para obtener un denominador común.

$$\frac{11}{4}-\frac{3}{6}=\frac{11\cdot 3}{4\cdot 3}-\frac{3\cdot 2}{6\cdot 2}=\frac{33}{12}-\frac{6}{12}=\frac{27}{12}$$

- Fracciones cuyos denominadores no tienen un divisor común: en este caso se puede amplificar cada fracción por el denominador de la otra para obtener un denominador común.

$$\frac{4}{7}+\frac{2}{5}=\frac{4\cdot 5}{7\cdot 5}+\frac{2\cdot 7}{5\cdot 7}=\frac{20}{35}+\frac{14}{35}=\frac{34}{35}$$

Comentarios

La razón por la que se presentan estos casos es porque ellos permiten justificar posteriormente los algoritmos de la adición y sustracción de números decimales que se pueden expresar como fracción.

Ubicación

Taller: Operatoria con números decimales.
Actividad: Estimando el costo de la bencina.

9- Propiedades de la adición de números decimales

Las propiedades de la adición de números decimales son heredadas de las propiedades de esta operación tanto para los números naturales como para las fracciones:

- La adición es conmutativa: si m y n son dos números, entonces se cumple que:
$$m + n = n + m$$

- La adición es asociativa: si m, n y p son tres números, entonces se cumple que
$$(m + n) + p = m + (n + p)$$

- La adición tiene un elemento neutro, el 0, ya que para cualquier número n se cumple que:
$$n + 0 = n$$

Comentarios

Las propiedades de esta operación permiten desarrollar y justificar distintas estrategias de cálculo. Por ejemplo, si a un número le sumamos 15,7 y luego restamos 15,7, obtenemos el mismo resultado que si le sumamos 0.

Ubicación

Taller: Operatoria con números decimales.
Actividad: Estimando el costo de la bencina.

10- Algoritmos de adición y sustracción de números decimales finitos

Para sumar y restar decimales finitos se procede de la siguiente forma:

- Escribimos los números que se quieren sumar o restar uno debajo de otro, alineando las unidades.

$$\begin{array}{r} 12{,}782 \\ +\ 35{,}151 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{l} \ \ 48{,}702 \\ -\ 21{,}9 \\ \hline \end{array}$$

- Si los números tienen distinta cantidad de cifras decimales, podemos agregar suficientes ceros hasta igualar la cantidad de cifras decimales.

$$\begin{array}{r} 12{,}782 \\ +\ 35{,}151 \\ \hline 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 48{,}702 \\ -\ 21{,}900 \\ \hline 2 \end{array}$$

- Luego, se resuelven las operaciones siguiendo las mismas reglas del algoritmo usual para sumar y restar números naturales.

$$\begin{array}{r} 12{,}\overset{1}{7}82 \\ +\ 35{,}151 \\ \hline 47{,}933 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\overset{7}{\cancel{8}}{,}\overset{17}{\cancel{7}}02 \\ -\ 21{,}900 \\ \hline 26{,}802 \end{array}$$

Comentarios

Este algoritmo puede no ser aplicable para sumas o restas con determinados números decimales infinitos, como $0{,}\overline{6}$ y $\sqrt{2}$. En el primero de estos casos es más conveniente expresar dicho número como fracción y resolver las operaciones.

El trabajo con estos algoritmos deben estar precedidos por el uso de tablas de valor posicional que permitan visualizar la operación que se debe efectuar en cada valor posicional.

El significado de la adición y sustracción con fracciones y decimales es el mismo que abordamos cuando caracterizamos estas operaciones en los números naturales, es decir, sumar se puede asociar a acciones como agregar y juntar, mientras que restar a acciones como quitar y separar.

Ubicación

Taller: Operatoria con números decimales.
Actividad: Estimando el costo de la bencina.

11- Propiedades de la multiplicación de números decimales.

Algunas de las propiedades de la multiplicación para números decimales son:

- la conmutatividad, la que afirma que para a y b se tiene:

$$a \bullet b = b \bullet a$$

la propiedad distributiva respecto a la adición y sustracción, la que afirma que para *a* y *b* se obtiene:

$$a \bullet (b + c) = a \bullet b + a \bullet c$$

Comentarios

De manera análoga a lo que ocurre con las propiedades de la adición de números decimales, estas propiedades de la multiplicación son válidas tanto para *a* y *b* números naturales como para fracciones expresadas como tal o en su notación decimal.

Al igual que en las fracciones:

- Al multiplicar un número decimal por un entero, la multiplicación se puede interpretar como “operador que actúa sobre un número”.

- Al multiplicar un número entero y un decimal se puede interpretar como “suma iterada”.

Ubicación

Taller: Operatoria con números decimales.
Actividad: Entrenando con la multiplicación de números decimales.

TALLER: OPERATORIA CON NÚMEROS DECIMALES.

12- Algoritmo de multiplicación de números decimales finitos.

Para multiplicar dos números decimales finitos se puede utilizar el siguiente algoritmo:

- multiplicar ambos números sin considerar la coma, es decir, como si fueran números naturales,
- y luego, al resultado colocarle la coma, de manera que tenga tantas cifras decimales como la suma de las cifras decimales de los factores.

Por ejemplo:

3 cifras decimales

1 cifras decimal

5,**326** • 21,**9**

5.326 • 219 = 1.166.394

→ 5,326 • 21,9 = 116,6394

3 +1 = **4** cifras decimales

Comentarios

Si al multiplicar las cifras decimales de menor orden se obtienen múltiplos de 10, el/los último/s dígito/s del producto será/n cero/s y en algunos casos estos se pueden omitir, por ejemplo:

1 cifra decimal
2 cifras decimales
0,5 • 0,72 = 0,360
= 0,36
2 cifras decimales

2 cifras decimales
1 cifra decimal
1,75 • 1,6 = 2,800
= 2,8
1 cifra decimal

El algoritmo para multiplicar números decimales se justifica en las propiedades de la multiplicación de números naturales y en las características del sistema posicional decimal.

Para multiplicaciones que involucren números decimales infinitos periódicos es conveniente expresarlos como fracción y luego resolver la operación. Por ejemplo,

$0,\overline{3} \cdot 1,1\overline{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{6} = \frac{7}{18} = 0,3\overline{8}$.

Ubicación

Taller: Operatoria con números decimales.
Actividad: Entrenando con la multiplicación de números decimales.

15- Algoritmo de división de números decimales finitos.

Describiremos el algoritmo convencional para dividir números decimales finitos apoyándonos en el ejemplo de la división de 34,25 : 21,8.

$$\begin{array}{l} 34\cancel{,}25 : 21\cancel{,}8 \\ 342{,}5 : 218 \end{array}$$

1° paso: Se multiplica el dividendo y divisor por una potencia adecuada de 10 para que el divisor sea un número natural.

$$\begin{array}{rl} & 342{,}5 : 218 = 1 \\ - & \underline{218} \\ & 124 \end{array}$$

2° paso: La parte entera del dividendo se divide por el divisor y se obtiene cociente *q* y resto *r*. El resultado de la operación es *q*.

$$\begin{array}{rl} & 342{,}5 : 218 = 1{,}5 \\ - & \underline{218\downarrow} \\ & 124\ 5 \\ - & \underline{109\ 0} \\ & \ \ 15\ 5 \end{array}$$

3° paso: Al resto se le agrega a la derecha la siguiente cifra decimal no usada aún, la que a partir de un punto será 0, y se divide por el dividendo.

$$\begin{array}{rl} & 342{,}5 : 218 = 1{,}57 \\ - & \underline{218\downarrow} \\ & 124\ 5 \\ - & \underline{109\ 0} \\ & \ \ 15\ 50 \\ - & \underline{\ \ 15\ 26} \\ & \qquad 24 \end{array}$$

4° paso: Se repite el paso anterior tantas veces sea necesario.

$$\begin{array}{rl} & 342{,}5 : 218 = 1{,}571 \\ - & \underline{218\downarrow} \\ & 124\ 5 \\ - & \underline{109\ 0} \\ & \ \ 15\ 50 \\ - & \underline{\ \ 15\ 26} \\ & \qquad 240 \\ - & \underline{\qquad 218} \\ & \qquad\ \ 22 \end{array}$$

Comentarios

Para resolver divisiones que involucran números decimales infinitos periódicos es conveniente expresarlos como fracción y luego resolver la operación. Por ejemplo,
$0{,}\overline{3} : 1{,}1\overline{6} = \frac{1}{3} : \frac{7}{6} = \frac{1}{3} \bullet \frac{6}{7} = \frac{2}{7}$.

Para dividir decimales finitos es posible multiplicar el dividendo y el divisor por una potencia adecuada de 10 para que tanto el divisor como el dividendo sean números naturales y luego aplicar el algoritmo para dividir números naturales.

Ubicación

Taller: Operatoria con números decimales.
Actividad: Dividiendo para ser más veloz.

14- Interpretación del resto en la división.

En la división *a : b = c* con resto *r*, se cumple que:

$$a = c \cdot b + r \qquad (b \neq 0)$$

Al usar el algoritmo de división se puede elegir el número de cifras decimales que tendrá el cociente. Esto determina un resto *r* que debe ser interpretado y expresado adecuadamente según su valor posicional.

Por ejemplo, si queremos obtener un cociente con tres cifras decimales al resolver 0,5 : 12, se tiene:

$$0{,}5 = 12 \cdot 0{,}041 + \frac{8}{1000}$$

Comentarios

En la división de números decimales se pueden obtener tantas cifras decimales como se quiera, sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones prácticas no tiene sentido calcular una gran cantidad de cifras decimales, puesto que estas carecen de significado concreto.

Ubicación

Taller: Operatoria con números decimales.
Actividad: Dividiendo para ser más veloz.