SUMA Y SIGUE
MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE
CMM Centro de Modelamiento Matemático
Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 4:
ÁREA DE FIGURAS PLANAS

INTRODUCCIÓN

En este taller se analizaron algunos procedimientos para obtener el área de figuras como el triángulo, el paralelogramo y el trapecio. Luego se abordaron algunas relaciones entre el área y el perímetro de cuadrados y rectángulos. Finalmente, se estudió el concepto de área superficial de un cuerpo. Las fichas que conforman este apartado contemplan los siguientes contenidos:

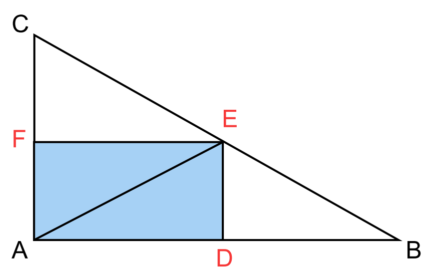
- Área de triángulos, paralelogramos y trapecios.
- Relaciones entre área y perímetro de cuadrados y rectángulos.
- Área superficial de un cuerpo.

TALLER 4: ÁREA DE FIGURAS PLANAS.

1. Posibles maneras de obtener el área de un triangulo rectángulo

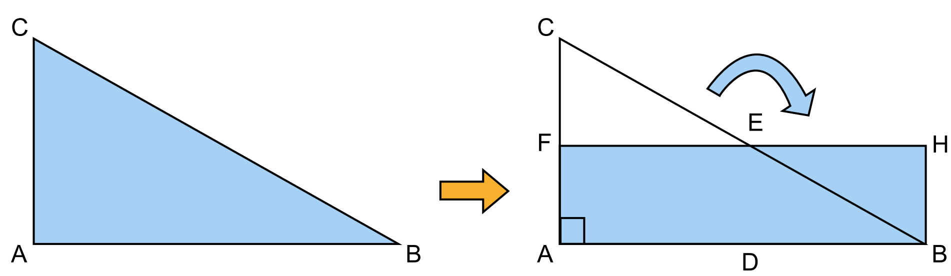
En el taller se analizaron dos procedimientos para calcular el área de un triángulo rectángulo.

- Doblar cada cateto en su punto medio (D y F), formando el rectángulo ADEF, cuya área es igual a la mitad del área del triángulo ABC, puesto que el área del triángulo CFE es igual a la del triángulo AEF y el área del triángulo ADE es igual a la del triángulo DBE. Así, para obtener el área del triángulo ABC, basta multiplicar por 2 el área del rectángulo ADEF.



Área ∆ABC= 2 Área ADEF

- Marcar los puntos medios F y E de los lados AC y CB, respectivamente, y hacer un corte recto que pase por ellos. Girar el triángulo CFE en 180° en torno al punto E para formar el rectángulo ABHF, cuya área es igual a la del triángulo ABC.



Comentarios

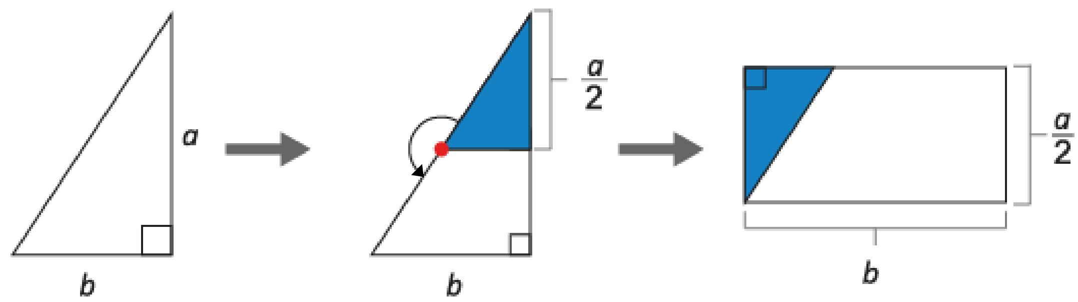
- En ambos procedimientos siempre se debe cortar o doblar en la mitad de los lados del triángulo.

Ubicación: Módulo 2

Taller: Área de figuras planas.
Actividad: Diseñando la casa.

2. Dos formas de deducir la fórmula para calcular el área de un triángulo rectángulo

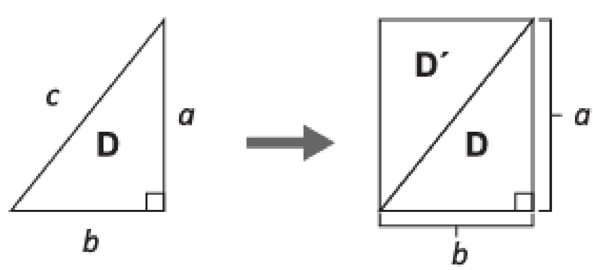
- Para obtener el área de un triángulo rectángulo se puede realizar el siguiente procedimiento:



Rotar el triángulo azul en torno al punto rojo en 180°. Con esto, se obtiene un rectángulo de lados **b** y $\frac{a}{2}$. Luego:

Área del triángulo rectángulo = $\frac{a}{2} \cdot b$ **unidades cuadradas**

- Otra forma de hacerlo es dibujando el rectángulo que queda determinado por los catetos del triángulo, luego calcular el área de este rectángulo y dividirla en dos.



Área del triángulo rectángulo D = $\frac{(a \cdot b)}{2}$ **unidades cuadradas**

Comentarios

- Todo triángulo se puede descomponer en distintas figuras y formar un paralelogramo. Este procedimiento permite deducir la fórmula para calcular su área y se justifica por las propiedades del área.

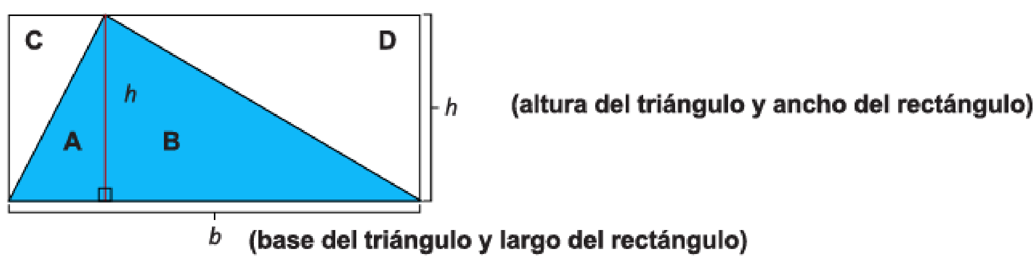
Ubicación: Módulo 1

Taller: Área de figuras planas.
Actividad: Cuidado con los puntos ciegos.

TALLER 4: ÁREA DE FIGURAS PLANAS.

3. Área de un triángulo inscrito en un rectángulo

El área de un triángulo inscrito en un rectángulo en el que uno de sus lados coincide con un lado del rectángulo, es igual a la mitad del área del rectángulo.



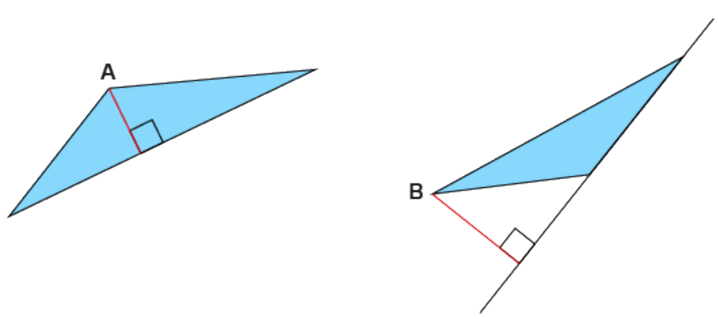
$$\textbf{Área del triángulo azul} = \frac{b \cdot h}{2}$$

De lo anterior se obtiene que el área de un triángulo es el producto entre su altura interior y su base dividido por dos.

Llamaremos altura de un triángulo a un segmento que une un vértice con un punto del lado opuesto o la prolongación de este y que es perpendicular a dicho lado.

Comentarios

- En los siguientes triángulos las alturas trazadas desde los vértices A y B están destacadas con rojo.

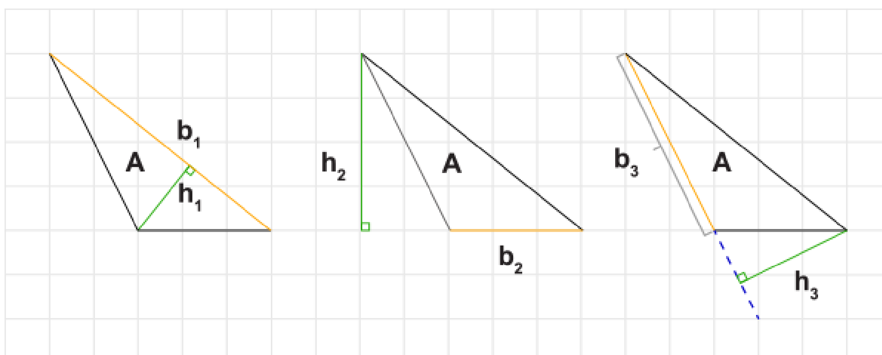


Ubicación: Módulo 1

Taller: Área de figuras planas.
Actividad: Cuidado con los puntos ciegos.

4. Área de un triángulo

El área de un triángulo se calcula multiplicando una de sus bases por su altura asociada y luego dividiendo este producto por dos. Por ejemplo, la altura asociada a b_1 es h_1, la altura asociada a b_2 es h_2 y la altura asociada a b_3 es h_3.



Área del triángulo A = $\frac{(b_1 \cdot h_1)}{2} = \frac{(b_2 \cdot h_2)}{2} = \frac{(b_3 \cdot h_3)}{2}$

Comentarios

- Es importante como docente conocer y comprender distintos procedimientos para obtener el área de un triángulo y las propiedades que los justifican, de manera de evitar la mecanización de fórmulas.

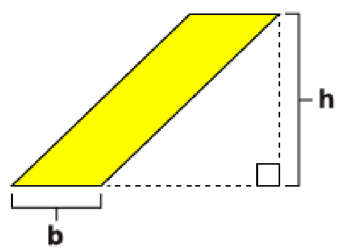
Ubicación: Módulo 2

Taller: Área de figuras planas.
Actividad: Cuidado con los puntos ciegos.

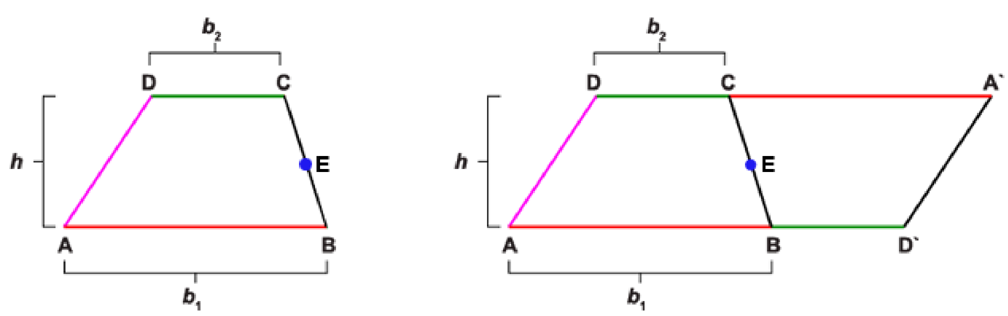
TALLER 4: ÁREA DE FIGURAS PLANAS.

5. Área de un paralelogramo y área de un trapecio

- El área de un paralelogramo en el que la medida de su base es ***b*** y la de su altura ***h***, es ***b · h*** unidades cuadradas.



- Una vez conocida el área de un paralelogramo, podemos obtener el área de un trapecio cualquiera haciendo lo siguiente:



Rotar en 180º el trapecio ABCD respecto al punto E hasta formar el paralelogramo AD'A'D. Entonces, el área del trapecio es la mitad del área del paralelogramo, es decir, el área de un trapecio es $\frac{(b_1+b_2) \cdot h}{2}$, donde b_1 y b_2 son las bases y h es su altura.

Comentarios

- Para desarrollar estrategias que permiten calcular el área de triángulos, cuadriláteros y otros polígonos, hemos utilizado la equidescomposición de figuras y propiedades del área, por lo que es recomendable trabajar implícitamente estas nociones previo al cálculo de áreas.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Área de figuras planas.
Actividad: Cuidado con los puntos ciegos.

6. Relaciones entre áreas, perímetros de cuadrados y rectángulos.

- **Área y perímetros en cuadrados:** Si el perímetro de un cuadrado es L unidades, entonces cada lado medirá $\frac{L}{4}$ unidades y, por lo tanto, su área será $\left(\frac{L}{4}\right)^2$ unidades cuadradas. Lo anterior muestra una relación entre el área y el perímetro. Debido a esa relación, *en el caso de los cuadrados* un aumento de perímetro siempre significará un aumento de área. No obstante, esto no necesariamente ocurre en otras figuras.

- **Perímetro fijo en un rectángulo:** Si queremos que el perímetro de un rectángulo se mantenga fijo al cambiar la longitud de sus lados, debemos tener en cuenta que si aumentamos la longitud de dos de sus lados paralelos, entonces debemos restar esa misma cantidad a la longitud del otro par de lados.
Dado un perímetro fijo, el cuadrado es el rectángulo de mayor superficie que se puede construir.

- **Área fija en rectángulos:** Dada un área fija, el cuadrado es el rectángulo de menor perímetro que se puede construir.

Comentarios

- Al trabajar con área y perímetro es relevante utilizar recursos interactivos para explorar y elaborar ciertas conjeturas. Si bien el trabajo con recursos interactivos no constituye una demostración formal, es una buena herramienta indagatoria para trabajar con los estudiantes.

Ubicación: Módulo 1

Taller: Área de figuras planas.
Actividad: Cercando los huertos.

TALLER 4: ÁREA DE FIGURAS PLANAS.

7. Área superficial de un cuerpo.

El área superficial de un cuerpo es la suma de las áreas de las superficies que lo delimitan. Esto se justifica por la propiedad de conservación del área.

Al calcular el área superficial de la unión de cuerpos, debemos descontar las áreas que se intersectan (áreas comunes), es decir, dados dos cuerpos A y B, se verifica lo siguiente:

Área Superficial(A U B) = Área Superficial(A) + Área Superficial(B) - 2 · Área Superficial(A ∩ B)

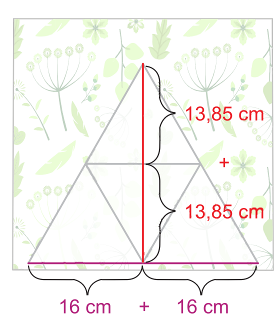
El área de la intersección se resta dos veces porque está presente una vez en cada cuerpo.

Existen distintas formas para calcular el área superficial de un cuerpo, por ejemplo si queremos calcular el área superficial de la siguiente pirámide:

Podemos remarcar sus caras con papel de las siguientes maneras y luego calcular el área superficial.

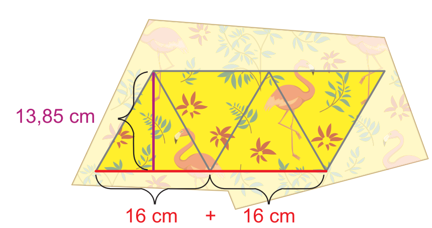
$$\frac{16 \cdot 13{,}85}{2} + \frac{16 \cdot 13{,}85}{2} + \frac{16 \cdot 13{,}85}{2} + \frac{16 \cdot 13{,}85}{2}$$

Calcular la suma de las áreas de cada triángulo.



$$\frac{(16 + 16) \cdot (13{,}85 + 13{,}85)}{2}$$

Calcular el área del triángulo mayor.



$$(16 + 16) \cdot 13{,}85$$

Calcular el área del paralelogramo.

TALLER 4: ÁREA DE FIGURAS PLANAS.

Comentarios

- Existen diferentes maneras de calcular el área superficial de un cuerpo, por lo que es importante que los niños puedan discutir acerca de ellas y reconozcan la validez de cada una.
- El área superficial de un cuerpo es la medida de una magnitud bidimensional que posee un objeto que tiene 3 dimensiones. Es relevante que los estudiantes hagan esta distinción y para esto es recomendable utilizar distintos materiales, estrategias y recursos.

Ubicación: Módulo 2

Taller: Área de figuras planas.
Actividad: Que no falte papel.