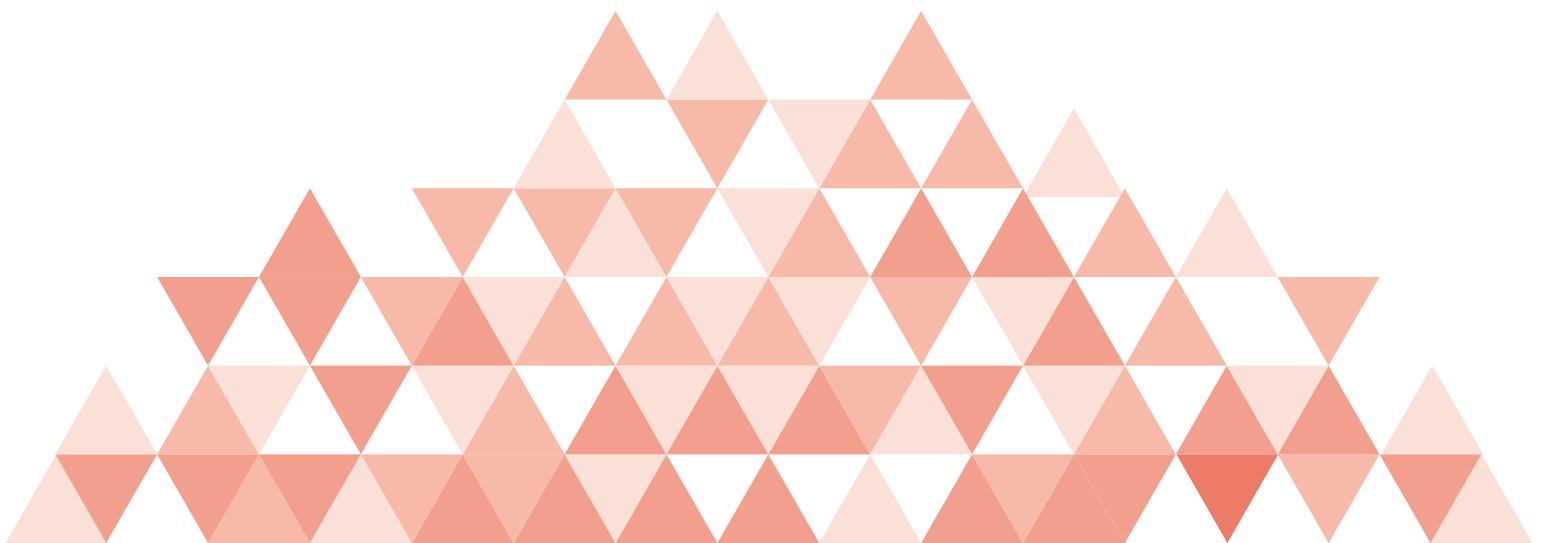


SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

FICHAS TALLER 4: PLANTEAMIENTO Y
RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON DIVERSAS
REPRESENTACIONES.

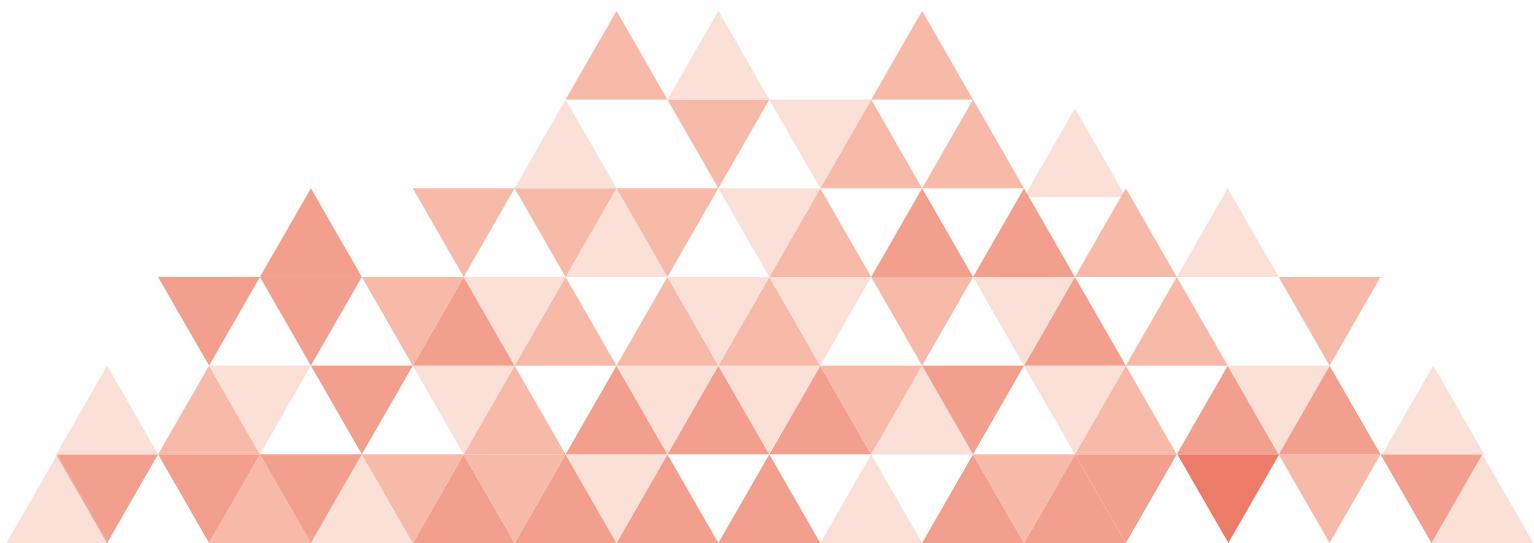


INTRODUCCIÓN

En este taller se realizó un análisis detallado de las ecuaciones, que se basó en el estudio de la igualdad y sus propiedades. También, se modelaron situaciones reales a través de representaciones de ecuaciones fundadas en diagramas y en modelos que permiten plantearlas y resolverlas. Se dio énfasis al desarrollo de múltiples estrategias que fueran pertinentes al problema que se desea resolver, a conectar dichas estrategias y a mantener presente el sentido de los procedimientos utilizados. Además, se analizaron algunas limitaciones de las representaciones para resolver problemas.

Las fichas que conforman este apartado contemplan los siguientes contenidos:

- La igualdad.
- Propiedades de la igualdad.
- Representaciones para resolver (diagramas de barra, balanza).
- Ecuaciones.
- Limitaciones de los diagramas de barra.



TALLER 4: PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON DIVERSAS REPRESENTACIONES.



29- La igualdad en la balanza

Una *igualdad* es una relación entre dos expresiones numéricas o algebraicas que indica que ambas expresiones representan el mismo número.

Una manera útil de representar una igualdad es utilizar una balanza equilibrada, ya que ella se encuentra equilibrada si y solamente si el peso sobre cada uno de los platillos es el mismo.

Es intuitivo notar que si a una balanza en equilibrio le agregamos el mismo peso en ambos lados, esta se mantendrá en equilibrio, y si le quitamos el mismo peso a ambos lados, también conservará el equilibrio, por lo que es un buen recurso para representar la igualdad y algunas de sus propiedades.



Comentarios

Una limitación de la balanza es que en la mayoría de los casos solo se puede trabajar con números positivos, sin embargo, su uso es un modelo útil para visualizar la igualdad y sus propiedades.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Planteamiento y resolución de ecuaciones con diversas representaciones.
Actividad 1: Igualdad en la balanza.

TALLER 4: : PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON DIVERSAS REPRESENTACIONES.



30- Propiedades de la igualdad

La igualdad satisface las siguientes propiedades:

Para todos los números a , b , c y d se tiene que

- Si $a = b$, entonces $b = a$. Esta propiedad se conoce como *simetría*, y nos muestra que ambos lados de la igualdad son intercambiables entre sí.
- Si $a = b$, entonces $a \cdot c = b \cdot c$ cualquiera sea c . También se cumple que si $a \cdot c = b \cdot c$ y $c \neq 0$, entonces $a = b$.
- Si $a = b$, entonces $a + c = b + c$, para todo número c . También se tiene que si $a + c = b + c$, entonces $a = b$.
- Si $a = b$ y $b = c$, entonces $a = c$. Esta propiedad se conoce como *transitividad*.
- Si $a = b$ y $c = d$, entonces $a + c = b + d$.
- Si $a = b$ y $c = d$, entonces $a \cdot c = b \cdot d$. Esta propiedad es difícil de visualizar en la balanza.

Las propiedades anteriores se pueden representar en la balanza para a , b , c y d números positivos. Sin embargo, estas propiedades se cumplen independiente del signo de los números.



Comentarios

A pesar de las limitaciones de la balanza, particularmente de solo poder trabajar con números positivos, es un modelo útil para visualizar las propiedades de la igualdad.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Planteamiento y resolución de ecuaciones con diversas representaciones.
Actividad 1: Igualdad en la balanza.

TALLER 4: PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON DIVERSAS REPRESENTACIONES.

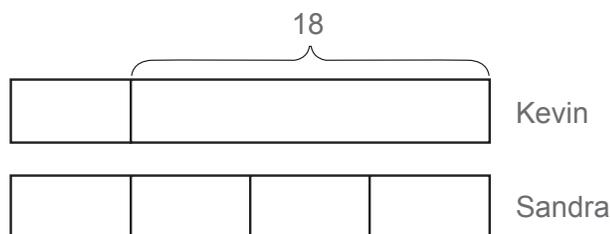


31- Resolviendo con representaciones

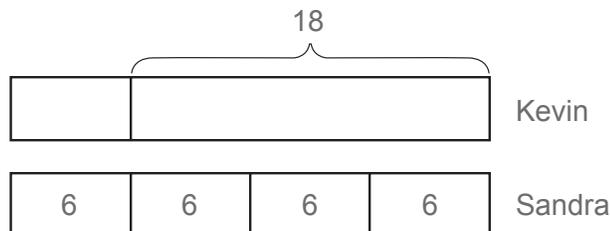
Para comprender y resolver un problema, muchas veces no es necesario recurrir al uso de álgebra. Una manera de operar es utilizar una *representación* adecuada; la que puede ser un diagrama de barra, una representación lineal, entre otras.

En la resolución de un problema las representaciones visuales pueden ser una buena estrategia para comprenderlo, organizar su información y darle respuesta.

Por ejemplo, dada la situación “Kevin y Sandra tenían la misma cantidad de láminas. Después de que Kevin perdió 18 de ellas, Sandra tiene 4 veces la cantidad de láminas que tiene Kevin”. Entonces, podemos dibujar el siguiente diagrama:

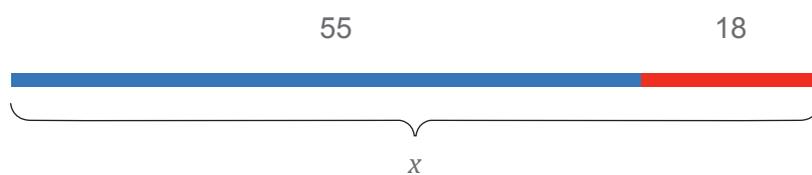


Este diagrama muestra que 18 láminas de Kevin corresponden a 3 de las 4 partes del total de láminas de Sandra. Si dividimos 18 por 3, obtenemos el valor de cada una de las partes del diagrama de Sandra.



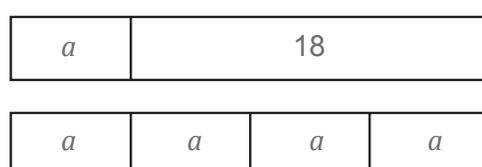
Según esto, Sandra tiene $4 \cdot 6 = 24$ láminas.

Otro ejemplo. Para representar que si a un número cualquiera se le resta 55 se obtiene 18, podemos utilizar el siguiente diagrama lineal:



Además, estas representaciones nos pueden ayudar a traducir a lenguaje algebraico la información del problema.

Por ejemplo, en la primera situación si a representa el número de láminas con que se queda Kevin, y agregamos esta información al diagrama se obtiene:



Del dibujo anterior se desprende la relación $a + 18 = 4a$, que nos permite resolver el problema.



Comentarios

Es importante tener en cuenta como docente que la elaboración de estas representaciones es una herramienta propia de quien resuelve y, por tanto, pueden surgir diversas representaciones igualmente válidas.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Planteamiento y resolución de ecuaciones con diversas representaciones.
Actividad 2: Representaciones para ecuaciones.

TALLER 4: PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON DIVERSAS REPRESENTACIONES.



32- Aparecen las ecuaciones

Una *ecuación* es una igualdad entre expresiones algebraicas en la cual hay una o más variables desconocidas, las que se denominan *incógnitas*.

Por ejemplo, $3v + 4w = 7$ es una ecuación, pero $3 + 4 = 7$ típicamente no es considerada como ecuación, pues no involucra incógnitas.

Resolver una ecuación significa encontrar los valores de la o las incógnitas que hacen cierta la igualdad, considerando que estos valores podrían no existir o la cantidad de estos podría ser finita o infinita. Dichos valores se llaman *soluciones* de la ecuación.

En la ecuación $3 = 2a + 1$, la igualdad se cumple solo si $a = 1$. Por lo tanto, esta ecuación tiene $a = 1$ como única solución.

Las ecuaciones, al ser igualdades, conservan todas las propiedades que estas tienen.



Comentarios

Hemos visto que el uso de representaciones y el planteamiento de ecuaciones son dos posibles estrategias para abordar un problema. Es importante mencionar que estas no son excluyentes entre sí, es más, usadas en conjunto, se pueden potenciar y proveer métodos efectivos de resolución.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Planteamiento y resolución de ecuaciones con diversas representaciones.
Actividad 2: Representaciones para ecuaciones.

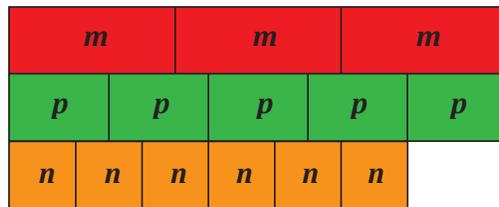
TALLER 4: : PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON DIVERSAS REPRESENTACIONES.



33- Representando con diagramas de barra y balanzas

El uso de *diagramas de barra* puede ser un método bastante útil para resolver problemas cuando todavía no se tiene dominio algebraico. Más aún, nos ayuda en el proceso de traducir el problema a una forma algebraica.

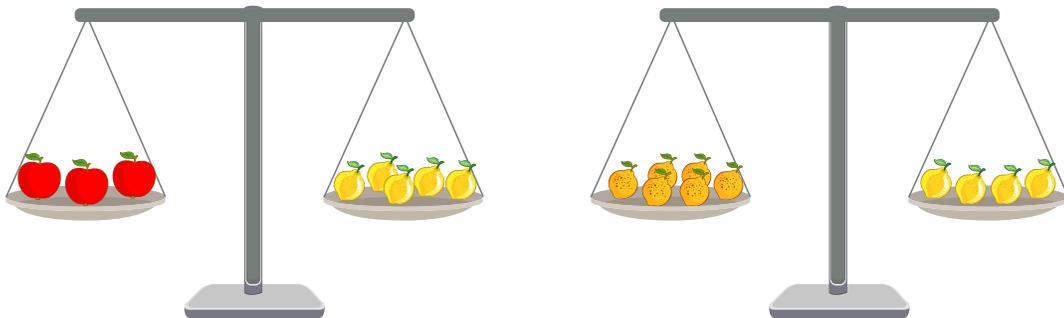
Por ejemplo, en este diagrama de barras cada parte representa el peso de una fruta. Se usan las letras m , n y p para representar el peso de una manzana, naranja y pera, respectivamente.



De este diagrama se pueden traducir las siguientes igualdades algebraicas:

$$3m = 5p \text{ y } 4p = 6n.$$

Las *balanzas* son un modelo bastante utilizado para visualizar problemas que involucran ecuaciones, ya que asocian su significado al concepto de equilibrio. Para encontrar la respuesta se quitan y agregan elementos en cada lado de la balanza, de manera que se mantenga el equilibrio. Las manipulaciones hechas en ella permiten visualizar los procedimientos realizados para resolver el problema.



Sin embargo, como método de resolución, el uso de balanza resulta poco práctico cuando los problemas son más complejos.



Comentarios

Un mismo problema es posible representarlo y resolverlo mediante diferentes herramientas. En ciertas ocasiones, algunos métodos son más eficientes y pertinentes. Esta habilidad de discernir entre un método y otro es importante desarrollarla en los estudiantes.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Planteamiento y resolución de ecuaciones con diversas representaciones.
Actividad 3: Diagramas y ecuaciones para las naranjas.

TALLER 4: PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON DIVERSAS REPRESENTACIONES.



34- Los diagramas de barra no lo resuelven todo

Muchas veces los diagramas de barra nos ayudan a comprender los problemas, sin embargo, no debemos abusar de ellos, ya que pueden obstaculizar la resolución de estos.

Los diagramas de barra pueden presentar dificultades al tratar de usarlos en la resolución de ciertos tipos de problemas. Esto ocurre, por ejemplo, en aquellos que exigen una representación muy precisa, cuando las razones entre los números involucrados son irracionales, o bien cuando el planteamiento considera números negativos o muy grandes. Es por esto que se requiere contar con otros métodos de resolución, como el uso de ecuaciones.

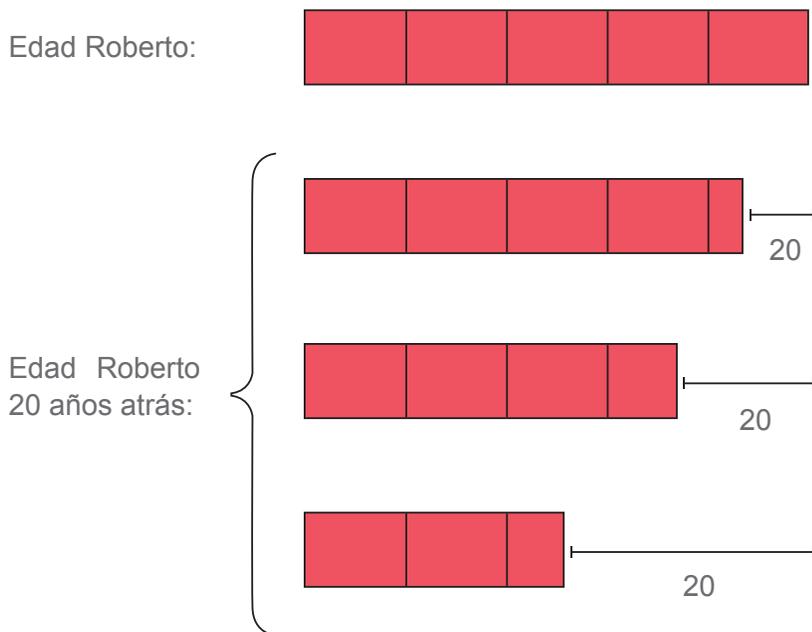
Por ejemplo, consideremos el problema “Peter desconoce las edades de sus tíos Jaime y Roberto, por lo que se las pregunta. Como a ellos les gusta mucho la matemática y quieren incentivar este gusto en su sobrino, le dan la siguiente información:

Jaime: Mi edad es tres quintos la de tu tío Roberto.

Roberto: Hace veinte años la edad que yo tenía era cinco veces la que tenía tu tío Jaime.

¿Qué edad tiene cada tío ahora?”

En el siguiente diagrama no conocemos la edad de Roberto, por lo tanto, no sabemos qué edad representa cada una de las partes. Sin esta información, al quitar 20 años, podríamos haber dibujado varios diagramas como los siguientes:



Al no saber cuál es correcto, hacer alguna suposición puede llevar a una resolución errada.

Otro caso, es aquel de los problemas en los que se desprende de manera directa del enunciado alguna operación que lo resuelve eficientemente. Si bien se puede utilizar un diagrama de barra para resolverlo, podría resultar innecesario y generar confusión.



Comentarios

A pesar de sus limitaciones, los diagramas de barra son una forma de resolución que resulta intuitiva para los estudiantes, por lo que constituyen una herramienta útil en la enseñanza de la matemática.



Ubicación: Módulo 2

Taller: Planteamiento y resolución de ecuaciones con diversas representaciones.
Actividad 4: Limitaciones de los diagramas.