



UNIVERSIDAD DE CHILE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
DOCENTES: BENJAMÍN MORAGA Y ANITA ROJAS
AYUDANTE: CAMILA GUAJARDO VÁSQUEZ

Álgebra y Geometría II

Ayudantías 13 y 14 (22 y 23 de enero de 2025)

Posición relativa

1. Considere la recta L y el plano Π dados por

$$L: \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix},$$
$$\Pi: 3x - y + 2z + 1 = 0.$$

Describa al conjunto $L \cap \Pi$. ¿Cuál es la posición relativa de L con Π ?

2. Considere los planos Π_1, Π_2 dados a continuación. En este problema va a determinar su posición relativa.

$$\Pi_1: \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$
$$\Pi_2: \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

- a) Identifique los subespacios generadores de ambos planos.
- b) Encuentre sus puntos de intersección.
- c) Halle las ecuaciones implícitas de ambos planos.
- d) Determine el rango de la matriz (ampliada) asociada al sistema.
- e) ¿Qué puede concluir de la posición relativa?

3. Considere las rectas L_1, L_2 en $\mathbb{R}^3$ dadas a continuación. El objetivo de este problema es determinar su posición relativa.

$$L_1 = \begin{cases} 2x + 12y + z + 4 = 0 \\ x + 9y + z + 3 = 0. \end{cases}$$

$$L_2 = \begin{cases} x = s \\ y = -1 - 5s \\ z = 8 + 2s. \end{cases}$$

- Determine la(s) intersección(es) de L_1 con L_2 .
 - Expresé L_1 en ecuaciones paramétricas.
 - Compare los subespacios directores de L_1 y L_2 . ¿Qué puede decir de su posición relativa?
4. Considere los siguientes tres planos parametrizados por $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1: x - y + 3z - 1 &= 0, \\ \mathcal{P}_2: 3x - 5y + 7z - \alpha &= 0, \\ \mathcal{P}_3: x - y + \beta z - 2 &= 0. \end{aligned}$$

Determine los valores de α y β para los cuales:

- Hay dos planos paralelos.
 - Los tres planos se cortan en una recta.
 - La intersección de los tres planos es un punto.
5. Determine la posición relativa de la recta $\mathcal{L}$ y el plano $\mathcal{P}$ dados a continuación.

$$\mathcal{L} = \begin{cases} 3x + 2y - 7z - 4 = 0 \\ x + y - 2z - 1 = 0. \end{cases}$$

$$\mathcal{P} = \begin{cases} x = -4 + 2r - 5s \\ y = 1 + 7r - 6s \\ z = 3 - 3r + 2s. \end{cases}$$