

ALGEBRA II.

Tarea 7

Entrega: 4/12/2024

1. Calcule la tabla de caracteres de S_3 , D_4 y el grupo cuaternión Q_8 .
2. Probar que toda representación irreducible compleja del grupo dihedral D_n tiene dimensión 1 o 2. Sugerencia: Encuentre la cantidad correcta de representaciones bidimensionales.
3. Sean $\phi, \psi : D_5 \rightarrow \mathbb{M}_2(\mathbb{C})$ dos representaciones irreducibles bidimensionales que satisfacen $\phi(g) = \text{sgn}(g)\psi(g)$ para todo $g \in D_5$. Son conjugadas o no? Aquí sgn es la representación no trivial de dimensión 1.
4. Encuentre las dimensiones de las representaciones irreducibles complejas del grupo S_4 .
5. Calcule el número de representaciones irreducibles complejas del grupo simétrico S_7 .
6. Sea w el cuaternión definido por $w = \frac{1}{2}(-1 + i + j + k)$. Pruebe que $w^3 = 1$ y que la conjugación por w estabiliza el grupo cuaternión $\{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}$. Utilice este resultado para probar que existe un grupo G de orden 24 no abeliano con una representación compleja fiel bidimensional. Pruebe que dicho grupo no es isomorfo a S_4 . Calcule las dimensiones de las representaciones irreducibles de G .