

Álgebra 2

Ayudantía 11

Profesor: Luis Arenas
Ayudante: Javier Pavez

21 de Octubre 2024

1. Sea K un cuerpo y $f \in K[x]$ un polinomio irreducible de grado 3. Sean $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \overline{K}$ las raíces de f y asuma que son distintas entre si. Sea $\delta = (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_3)$.
 - a) Demuestre que $K[\alpha_1]/K$ es galoisiana si y solo si $\delta \in K$.
 - b) Demuestre que, si $f(x) = x^3 + ax + b$, entonces $\delta^2 = 27b^2 - 4a^3$. Concluya que si $K = \mathbb{R}$, entonces $x^3 + ax + b = 0$ tiene solo soluciones reales si y solo si $0 < 27b^2 - 4a^3$.
2. Determine el cuerpo de descomposición de $(x^8 - 6)(x^{21} - 5)$ sobre \mathbb{Q} , su grupo de Galois y sus cuerpos intermedios.
3. Dudas.