# Álgebra 2
# Ayudantía 10

Profesor: Luis Arenas
Ayudante: Javier Pavez

14 de Octubre 2024

1. Sea $L/K$ una extensión finita separable. Sea $\alpha \in L$. Demuestre que si
$$m_{\alpha,K}(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i,$$
entonces $\mathrm{Tr}_{L/K}(\alpha) = -[L : L_{sep}]a_{n-1}$ y $\mathrm{N}_{L/K}(\alpha) = ((-1)^n a_0)^{[L:L_{sep}]}$.

2. Sea $f \in \mathbb{F}_p[x]$. Demuestre que si $\mathbb{F}_p(x)_{sep}/\mathbb{F}_p(f)$ es galoisiana, entonces $\mathbb{F}_p(x)/\mathbb{F}_p(f)$ es normal.

3. Demuestre que $\mathbb{F}_p(x)/\mathbb{F}_p(x^p - x)$ es galoisiana.

4. Sea $f \in K[x]$ irreducible separable. Sea $E$ su cuerpo de descomposición sobre $K$. Demuestre que si $H < Gal(E/K)$ es tal que actúa transitivamente sobre las raíces de $f$, entonces $f$ es irreducible en $Fix(H)$.

5. Sea $K(\alpha)/K$ una extensión galoisiana. Demuestre que si $H < Gal(K(\alpha)/K)$ es tal que actúa transitivamente sobre las raíces de $m_{\alpha,K}$, entonces $H = Gal(K(\alpha)/K)$.