

# Álgebra 2

## Ayudantía 2

Profesor: Luis Arenas  
Ayudante: Javier Pavez

19 de Agosto 2024

1. Sean  $m, n \in \mathbb{Z}$ . Encuentre un conjunto de generadores libres para

$$\left\{ (x_1, \dots, x_m) \in \mathbb{Z}^m \mid \sum_{i=1}^m x_i \equiv 0 \pmod{n} \right\}.$$

2. Escriba el grupo abeliano

$$\langle x, y, z \mid 3x = y, y = 5z, 9x + 2y = 0, 4x + 11z = 0 \rangle_{ab}$$

como un producto de grupos cíclicos.

3. Describa al  $\mathbb{Z}[i]$ -módulo finitamente generado con matriz de relaciones

$$\begin{pmatrix} 1+i & 2 \\ 4 & 5+5i \end{pmatrix}$$

como producto de módulos cíclicos.

4. Sea  $n \in \mathbb{Z}^+$ . Demuestre que si  $n$  es libre de cuadrados, entonces existe un único grupo abeliano de orden  $n$ .
5. Determine todas las clases de isomorfía de  $\mathbb{Q}[x]/(x^7 + x^6 + x^5 - x^2 - x - 1)$ -módulos finitamente generados.
6. Determine las clases de similitud de las matrices en  $\mathcal{M}_{6 \times 6}(\mathbb{Q})$  tales que tienen polinomio minimal  $(x+2)^2(x-1)$ .