



Ayudantía 10

Leonardo Letelier, Kevin Guerrero

Profesora: Paulina Cecchi

25 de septiembre de 2024

UNIVERSIDAD DE CHILE

1. Sea L un real no negativo

a) Muestre que las soluciones que cumplen $y(0) = 0$, $y(L) = 0$ de la siguiente ecuación diferencial

$$y'' + \lambda y = 0$$

solo tiene la solución trivial $y = 0$ para los casos $\lambda = 0$ y $\lambda < 0$.

b) Para el caso $\lambda > 0$, encuentre los valores de λ tal que la ecuación no tiene solución trivial y encuentre la respectiva solución.

2. Sea $\alpha \neq 0$ y k un entero positivo. Generalmente para resolver este tipo de integrales $\int x^k e^{\alpha x} dx$ se integra por partes k veces. En este ejercicio hallaremos otro método de resolverlas, sea

$$y = \int e^{\alpha x} P(x) dx$$

donde

$$P(x) = p_0 + p_1 x + \dots + p_k x^k, \quad p_k \neq 0$$

a) Muestre que $y = e^{\alpha x} u$, donde

$$u' + \alpha u = P(x)$$

b) Muestre que la solución particular de la ecuación anterior es de la forma

$$u_p = a_0 + a_1 x + \dots + a_k x^k$$

y muestre que los a_j con $j \in \{0, 1, \dots, k\}$ se pueden hallar de manera recursiva.

c) Concluya que

$$\int e^{\alpha x} P(x) dx = (a_0 + a_1 x + \dots + a_k x^k) e^{\alpha x} + c$$

donde c es la constante de integración.

d) Calcule

$$\int e^{6x} (5 + x^2 + 4x^3) dx$$

3. Suponga que f es continua en un intervalo abierto que contenga a $x_0 = 0$. Use variación de las constantes para hallar una formula del problema del valor inicial

$$y'' - y = f(x), \quad y(0) = k_0, \quad y'(0) = k_1$$