

Ayudantía 5

1.- Considere la función

$$f(x,y) = \begin{cases} xy \ln(x^2+y^2) & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- a) Estudie la existencia de las derivadas parciales en el origen
- b) ¿Es f diferenciable en $(0,0)$? ¿Es f continua en $(0,0)$?
- c) Obtener $\nabla f(x,y)$
- d) Calcular la derivada direccional $D_{\vec{u}} f(1,1)$ si $\vec{u} = (3,1)$

2.- Demuestre que la función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

tiene todas sus derivadas direccionales en $(0,0)$ pero no es diferenciable

3.- Obtener la derivada direccional de $f(x,y) = 2x^2y^3 + 6xy$ en $(1,1)$ en la dirección de un vector unitario que forma un ángulo de $\pi/6$ con el eje X en sentido antihorario.

Ayudantía 6

1.- Sean $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ funciones diferenciables tales que $g(1,1,1) = (2,3)$, $Df(2,3) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y

$(f \circ g)(x,y,z) = (xy^2z^2, x^2y^2z)$. Calcule

$$\frac{\partial g_1}{\partial x}(1,1,1) \text{ y } \frac{\partial g_2}{\partial x}(1,1,1)$$

2.- Considere una función diferenciable $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ que verifica la ecuación

$$x \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) + y \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \alpha \sqrt{x^2 + y^2} \quad (*)$$

con α una constante.

a) Sea $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $g(r,\theta) = f(r \cos \theta, r \sin \theta)$.

Muestre que si f es solución de la ecuación $(*)$ entonces

$$g \text{ verifica } \frac{\partial g}{\partial r}(r,\theta) = \alpha$$

b) Hallar una función no polinomial que verifique que

$$\frac{\partial g}{\partial r}(r,\theta) = \alpha$$

c) A partir de g , encuentre una solución f para la ecuación $(*)$.

3.- Calcule el gradiente $\nabla f(x,y)$ de la función $f(x,y) = e^{-xy^2}$ en un punto (x,y) de su dominio.
¿Cuáles son las direcciones de máximo crecimiento y decrecimiento en el punto $(2, 1/2)$? Calcule las derivadas direccionales de f en tales direcciones.