Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Matemática I

Prof. Leonardo Dinamarca
Ayudante: Alejandro Araya

Pauta Ayudantía III

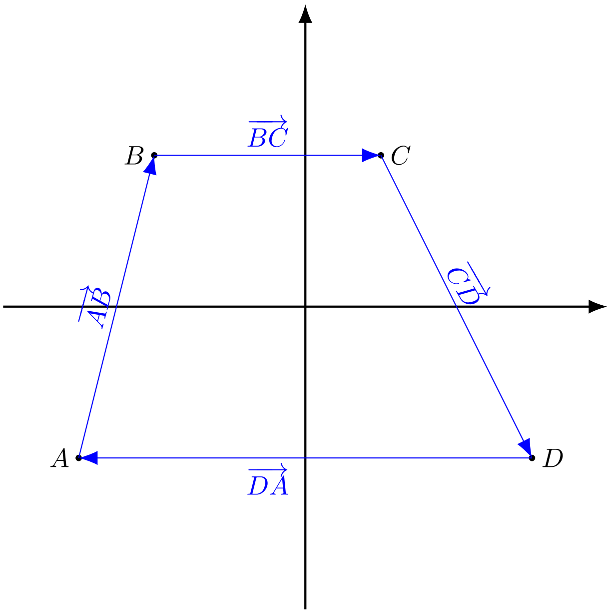
04 de Septiembre, 2024

Ejercicios.

Ejercicio 0.1. Considere los puntos $A(-3,-2)$, $B(-2,2)$, $C(1,2)$, $D(3,-2)$

I. Dibuje los vectores $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$.

Solución.



II. Obtenga el vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ y calcule su norma.

Solución. Para obtener dicho vector, podemos realizar el procedimiento algebraico de obtener las componentes de los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{BC}$, para luego realizar la suma componente a componente. Así, dado que el vector $\overrightarrow{AB}$ es el vector que comienza en el punto $A(-3,-2)$ y termina en el punto $B(-2,2)$, será de la forma:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2-(-3) \\ 2-(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Del mismo modo, como $\overrightarrow{BC}$ es el vector que comienza en el punto $B(-2,2)$ y termina en el punto $C(1,2)$, será de la forma:

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 1-(-2) \\ 2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Por tal el vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, será:

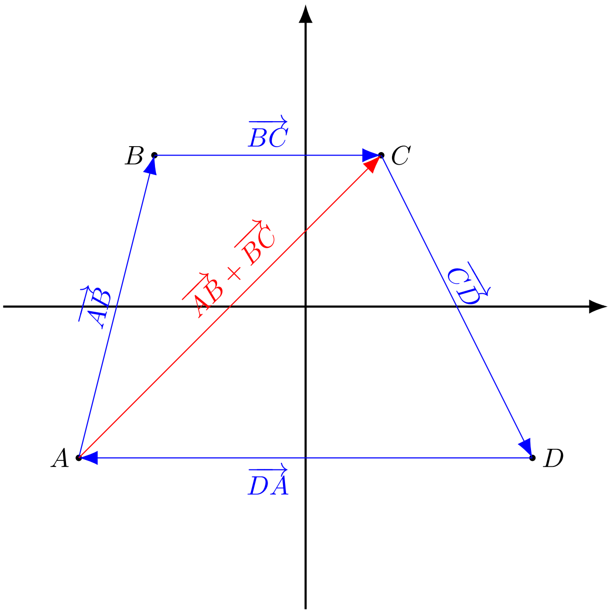
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

De esta forma el vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ es igual a $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Recordando que un vector $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ posee como norma $||\vec{v}|| = \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2}$. Tenemos que:

$$||\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}|| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}.$$

Alternativamente, se puede realizar este mismo procedimiento pero obteniendo todo en base al dibujo. Dado que el procedimiento es análogo, sólo incluiré el dibujo con el vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ en él.



III. Describa la recta que pasa por el punto D y posee a $\overrightarrow{BC}$ como vector director.

Para describir una recta, se tiene que obtener su ecuación vectorial o su ecuación cartesiana. Comenzaremos recordando que una recta vectorial es siempre de la forma $\mathcal{L} : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{p} + \lambda \vec{v}$, donde $\vec{p}$ es el vector asociado a un punto P, es decir, $\overrightarrow{OP}$ el vector que comienza en el origen y termina en P; por otra parte $\vec{v}$ es el vector director y λ denota un número Real cualquiera.

Solución.

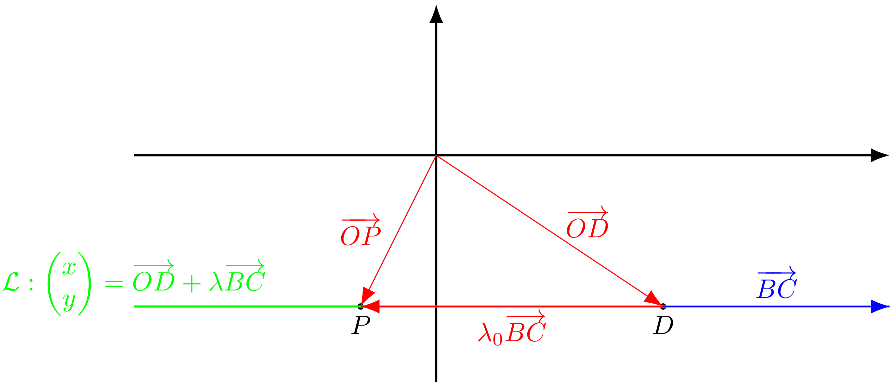
Primero obtengamos el vector asociado al punto $D(3, -2)$; en este caso $\overrightarrow{OD} = \begin{pmatrix} 3-0 \\ -2-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

El vector director es $\overrightarrow{BC}$, el cual fue obtenido en el ejercicio anterior, luego $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Así, nuestra ecuación vectorial sería:

$$\mathcal{L} : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ Con } \lambda \in \mathbb{R}.$$

Es importante notar que en la ecuación vectorial sólo hay vectores, de hecho, siempre que uno obtiene $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, a partir de asignar un valor a λ se está obteniendo un vector asociado a un punto en la recta, en el dibujo se puede apreciar dicha idea:



En este caso, en verde tenemos a la recta de la ecuación vectorial obtenida. Por otra parte, es importante notar que λ_0 denota a un número real fijo, tal que se cumpla $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OD} + \lambda_0\overrightarrow{BC}$.

Alternativamente podemos obtener la ecuación cartesiana. En un control o prueba se le dirá explícitamente cual debe tener como respuesta.

Solución. Para obtener la ecuación cartesiana, necesitamos la pendiente y algún punto de la recta. Así, la pendiente se puede determinar a través del vector director, si $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$, con $v_1 \neq 0$, su pendiente será $m = \frac{v_2}{v_1}$.

Así, el vector director es $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ y por tal la pendiente de su recta asociada será $m = \frac{0}{3} = 0$.

Por último, para obtener una recta que pasa por el punto $P(x_1, y_2)$ y tiene como pendiente m, se usa la fórmula:

$$y - y_1 = m(x - x_1).$$

Luego, nuestra recta pasa por el punto $D(3, -2)$ y tiene pendiente $m = 0$. Reemplazando los valores en la fórmula, obtenemos:

$$\begin{aligned} y - (-2) &= 0 \cdot (x - 3) \\ y + 2 &= 0 \\ y &= -2. \end{aligned}$$

Por tal, $y = -2$ es la recta cartesiana que buscábamos

IV. Determine el punto en el que se intersecan las rectas asociadas a los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$.

Solución. Por el primer ejercicio sabemos que $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$. Así, nos falta obtener el vector $\overrightarrow{CD}$. Dado que $\overrightarrow{CD}$ comienza en $C(1, 2)$ y termina en $D(3, -2)$, obtenemos:

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 3 - 1 \\ -2 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

De esta forma, tenemos que $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Ahora obtendremos la recta asociada al vector $\overrightarrow{AB}$, dicha recta posee como vector director a $\overrightarrow{AB}$ y cumple que los puntos $A(-3, -2)$ y $B(-2, 2)$ son parte de ella, por lo que podemos escoger a cualquiera de los dos puntos, en nuestro caso escogeremos el punto $A(-3, -2)$, cuyo vector asociado es $\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$. Así la recta asociada al vector $\overrightarrow{AB}$ es:

$$\mathcal{L}_{A,\overrightarrow{AB}} : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \text{ Con } \lambda \in \mathbb{R}.$$

Del mismo modo, para la recta asociada al vector $\overrightarrow{CD}$ escogemos el punto $C(1, 2)$, cuyo vector asociado es $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Así, la recta asociada al vector $\overrightarrow{CD}$ es:

$$\mathcal{L}_{C,\overrightarrow{CD}} : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}, \text{ Con } \mu \in \mathbb{R}.$$

Las rectas se intersecan si existe un vector $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ tal que $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, para algún valor de λ y también cumple, $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ para algún valor de μ. Luego:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -3 + 1 \cdot \lambda \\ -2 + 4 \cdot \lambda \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 + 2 \cdot \mu \\ 2 + (-4) \cdot \mu \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Esto último se cumple si $-3 + \lambda = 1 + 2\mu$ y $-2 + 4\lambda = 2 - 4\mu$. Lo que se traduce en el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{aligned} -3+\lambda &= 1+2\mu \\ -2+4\lambda &= 2-4\mu \end{aligned}\right\}.$$

Donde realizando los debidos movimientos algebraicos obtenemos:

$$\left.\begin{aligned} \lambda-2\mu &= 4 \\ 4\mu+4\lambda &= 4 \end{aligned}\right\}.$$

Existen varios procedimientos para resolver un sistema de ecuaciones lineales, en este caso se mostrarán dos formas de hacerlo

- **Resolución por Sustitución:** Para usar el método de sustitución, escogeremos una de las ecuaciones, despejaremos una de las incógnitas y reemplazaremos dicho valor en la otra ecuación.
  En nuestro caso, escogemos la ecuación $\lambda-2\mu=4$ y despejamos el valor λ, así obtenemos $\lambda=4+2\mu$. Así, reemplazamos este valor en la segunda ecuación:

  $$\begin{aligned} 4\mu+4\lambda &= 4 \\ 4\mu+4\cdot(4+2\mu) &= 4 \\ 4\mu+16+8\mu &= 4 \\ 12\mu &= 4-16 \\ \mu &= \frac{-12}{12} \\ \mu &= -1. \end{aligned}$$

  Así, con este valor, podemos reemplazar μ en la ecuación $\lambda=4+2\mu$ y obtener el valor de λ:

  $$\begin{aligned} \lambda &= 4+2\mu \\ \lambda &= 4+2\cdot(-1) \\ \lambda &= 4-2 \\ \lambda &= 2. \end{aligned}$$

- **Resolución por Reducción:** Para usar el método de reducción, debemos escoger una de las ecuaciones y multiplicarla por algún número real, tal que si sumamos la ecuación obtenida con la ecuación que no escogimos, obtenemos una ecuación con una sola incógnita.
  En este caso, multiplicaremos la primera ecuación por 2 y luego sumaremos.

  $$\left.\begin{aligned} 2\cdot[\lambda-2\mu=4] \\ 4\mu+4\lambda=4 \end{aligned}\right\}$$

  $$\left.\begin{aligned} 2\lambda-4\mu=8 \\ +\ 4\mu+4\lambda=4 \end{aligned}\right\}$$

  $$\begin{aligned} 6\lambda &= 12 \\ \lambda &= \tfrac{12}{6} \\ \lambda &= 2. \end{aligned}$$

  Así, reemplazando el valor de λ en la ecuación $\lambda-2\mu=4$, obtenemos

  $$\begin{aligned} \lambda-2\mu &= 4 \\ 2-2\mu &= 4 \\ 2-4 &= 2\mu \\ \frac{-2}{2} &= \mu \\ -1 &= \mu. \end{aligned}$$

Así, tenemos que $\lambda=2$ y $\mu=-1$, si reemplazamos λ en su ecuación, obtenemos:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -3+2\cdot 1 \\ -2+2\cdot 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

En cambio, si reemplazamos μ en su ecuación, obtenemos:

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + (-1) \cdot 2 \\ 2 + (-1) \cdot (-4) \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Así, el vector obtenido es $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$ que está asociado al punto $P(-1, 6)$. Por lo tanto la intersección entre ambas rectas es el punto $P(-1, 6)$.

Obs: Notar que bastaba con encontrar el valor de sólo una de las incógnitas.

V. Determine que la figura dibujada por los vectores de la sección I, es un trapecio.

Solución. Un trapecio es una figura convexa de cuatro lados que posee dos lados paralelos. Por el ejercicio anterior, sabemos que $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ no son paralelos, luego debemos determinar si $\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{DA}$ son paralelos. El vector $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ por el primer ejercicio, en cambio el vector $\overrightarrow{DA}$ empieza en $D(3, -2)$ y termina en $A(-3, -2)$, luego:

$$\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} -3 - 3 \\ -2 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Donde no es difícil notar que $\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-2) \cdot 3 \\ (-2) \cdot 0 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = -2\overrightarrow{BC}$. Luego uno es ponderado del otro y por tal son paralelos. Luego la figura de la sección I, es un trapecio.

VI. busque un vector que sea perpendicular a $\overrightarrow{DA}$ y determine la altura del trapecio.

En la generalidad, si uno tiene un vector $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$, luego el vector $\vec{p} = \begin{pmatrix} -v_2 \\ v_1 \end{pmatrix}$ es un vector perpendicular a $\vec{v}$. Revisemos su producto punto:

$$\vec{v} \bullet \vec{p} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} -v_2 \\ v_1 \end{pmatrix} = v_1 \cdot (-v_2) + v_2 \cdot v_1 = -v_1 v_2 + v_2 v_1 = 0.$$

Solución. Por la sección anterior $\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix}$. Luego el vector $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ es perpendicular a $\overrightarrow{DA}$.

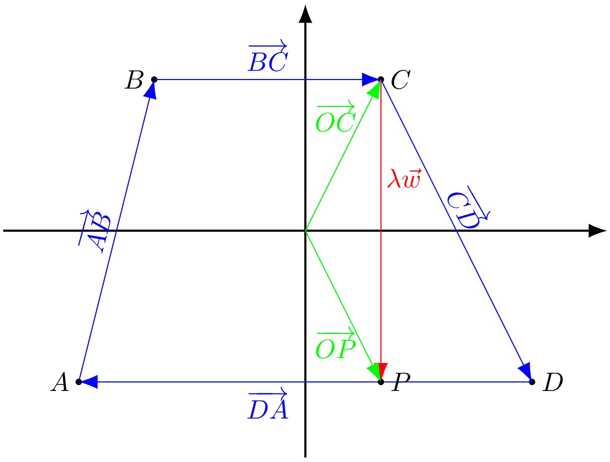
Luego si realizamos la recta que posee a $\vec{w}$ como vector director y pasa por el punto $C(1, 2)$, obtenemos la siguiente recta $\mathcal{L}_{C,\vec{w}} : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \end{pmatrix}$, con $\lambda \in \mathbb{R}$.

Del mismo modo, podemos obtener la recta que pasa por el punto $D(3, -2)$ y posee como vector director al vector $\overrightarrow{DA}$. Luego, es de la forma $\mathcal{L}_{D,\overrightarrow{DA}} : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix}$, con $\mu \in \mathbb{R}$.

El punto donde se intersecan ambas rectas, nos dará un valor de λ tal que la norma de $\lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ es la altura del trapecio. Así, buscaremos la intersección entre ambas rectas, donde tendremos que $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 0\lambda \\ 2 + (-6)\lambda \end{pmatrix}$ por la primera recta y $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 + (-6)\mu \\ -2 + 0\mu \end{pmatrix}$ por la segunda recta. De esta forma, conseguimos $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 - 6\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - 6\mu \\ -2 \end{pmatrix}$. Por tal $1 = 3 - 6\mu$ y $2 - 6\lambda = -2$, tomando la segunda ecuación y despejando λ obtenemos:

$$2 - 6\lambda = -2$$
$$4 = 6\lambda$$
$$\frac{4}{6} = \lambda.$$

Con este valor de λ podemos obtener el vector $\lambda\vec{w}$ y por consecuente, conseguir la altura del trapecio. El dibujo adjunto permite notar la importancia de este vector para dicha labor.



Luego $\lambda\vec{w} = \frac{2}{3}\begin{pmatrix} 0 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2}{3}\cdot(-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$. Donde si calculamos su norma, obtenemos:

$$||\lambda\vec{w}|| = \sqrt{0^2 + (-4)^2} = 4$$

Por lo tanto, la altura del trapecio es 4.

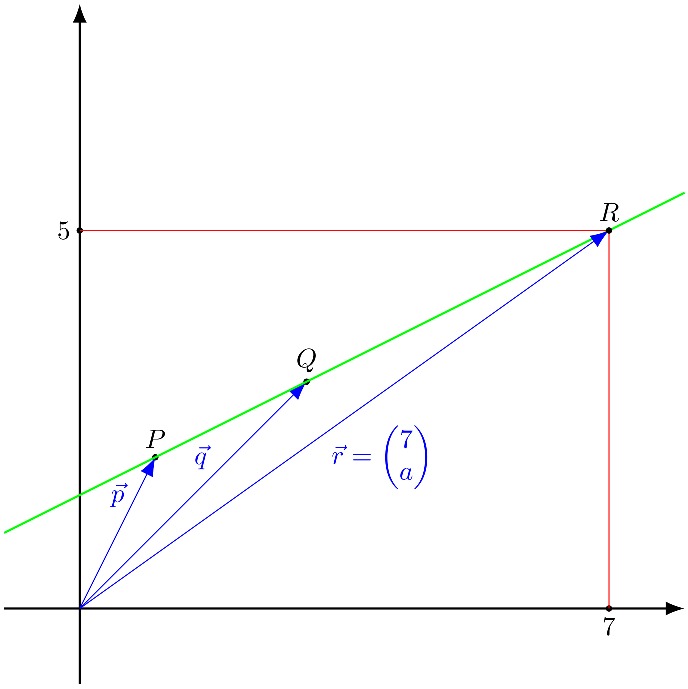
Obs: Si decidimos buscar el valor de μ, no obtendríamos el vector cuya norma es la altura del trapecio. Ya que μ pondera al vector $\overrightarrow{DA}$ que es horizontal.

Obs2: Este ejercicio era mil veces más fácil de hacer sólo observando el dibujo.

Ejercicio 0.2. Se sabe que los puntos P, Q y R son colineales donde $\vec{p} = \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$, $\vec{q} = \begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$ y $\vec{r} = \begin{pmatrix}7\\a\end{pmatrix}$. Para determinar el valor de a, proceda de las siguientes dos formas:

I. **Método gráfico:** Dibuje los puntos P y Q, dibuje la recta que pasa por esos puntos y busque dónde debiera estar el punto R.

Solución.



Primero, dibujamos los vectores $\vec{p}$ y $\vec{q}$, así obtenemos los puntos $P(1,2)$ y $Q(3,3)$. Luego, podemos trazar la recta que pasa por dichos puntos (en el dibujo es de color verde). Ahora, trazamos el vector $\vec{r}$, el cual sabemos que debe chocar con la recta en la abcisa 7. Luego siguiendo el dibujo tenemos que $a = 5$. Por lo tanto, el valor de a para que el punto $R(7,a)$ sea colineal a $P(1,2)$ y $Q(3,3)$ es $a = 5$.

II. **Método analítico:** Escriba las coordenadas de los vectores $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{QR}$. Con esto determine el valor de $a-3$ de modo que los vectores sean paralelos. Finalmente obtenga el valor de a.

Solución. Los vectores $\vec{p}$, $\vec{q}$ y $\vec{r}$ son los vectores asociados a los puntos P, Q y R, respectivamente. Luego, tenemos que $\vec{p} + \overrightarrow{PQ} = \vec{q}$ y que $\vec{q} + \overrightarrow{QR} = \vec{r}$, luego obtenemos las siguientes ecuaciones $\overrightarrow{PQ} = \vec{q} - \vec{p}$ y $\overrightarrow{QR} = \vec{r} - \vec{q}$. Así, tenemos que:

$$\overrightarrow{PQ} = \vec{q} - \vec{p} = \begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3-1\\3-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{QR} = \vec{r} - \vec{q} = \begin{pmatrix}7\\a\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}7-3\\a-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\a-3\end{pmatrix}.$$

Para que P, Q y R sean colineales, $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{QR}$ deben ser paralelos, luego tenemos que cumplen $\overrightarrow{PQ} = \lambda\overrightarrow{QR}$, para $\lambda \in \mathbb{R}$. Así,

$$\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix}4\\a-3\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\lambda\\(a-3)\lambda\end{pmatrix}.$$

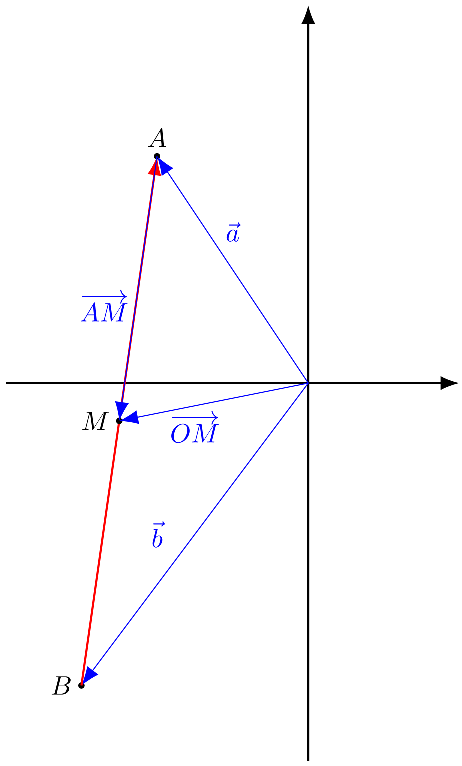
Lo cual se cumple cuando $2 = 4\lambda$ y $1 = (a-3)\lambda$, despejando la primera ecuación, obtenemos que $\lambda = \frac{1}{2}$ y reemplazando dicho valor en la segunda ecuación, tenemos que:

$$\begin{aligned}1 &= (a-3)\lambda\\ 1 &= (a-3)\cdot\frac{1}{2}\\ 2\cdot 1 &= (a-3)\\ a &= 5\end{aligned}$$

Luego, el valor de a para que los puntos P, Q y R sean colineales, es $a = 5$.

Ejercicio 0.3. Encuentre los valores para x e y que garanticen que A, B y M son colineales, sabiendo que $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ y $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} x+y \\ x-y \end{pmatrix}$.

Solución. Dibujaremos la situación para que se entienda el procedimiento a seguir



Los puntos $A(-2,3)$ y $B(-3,-4)$ son colineales, luego el vector $\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} -2-(-3) \\ 3-(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ (es de color rojo en el dibujo) es director de la recta que pasa por ambos puntos. Escogeremos el punto B y así, obtenemos la recta:

$$\mathcal{L}_{B,\overrightarrow{BA}} : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}, \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}.$$

El vector $\overrightarrow{OM} = \vec{a} + \overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x+y \\ x-y \end{pmatrix}$, luego para que A, B y M sean colineales, tenemos que $\overrightarrow{OM}$ debe ser un vector en la recta $\mathcal{L}_{B,\overrightarrow{BA}}$. Por ello, tenemos que

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x+y \\ x-y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x+y \\ x-y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3+\lambda \\ -4+7\lambda \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x+y \\ x-y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1+\lambda \\ -7+7\lambda \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Lo cual ocurre para las soluciones de este sistema de ecuaciones: $\left.\begin{aligned} x+y &= -1+\lambda \\ x-y &= -7+7\lambda \end{aligned}\right\}$ De esta forma, sumando ambas ecuaciones obtenemos:

$$\begin{aligned} x+y+(x-y) &= -1+\lambda+(-7+7\lambda) \\ 2x &= -8+8\lambda \\ x &= -4+4\lambda. \end{aligned}$$

Reemplazando dicho valor en la primera ecuación, obtenemos:

$$\begin{aligned} x+y &= -1+\lambda \\ (-4+4\lambda)+y &= -1+\lambda \\ y &= 3-3\lambda. \end{aligned}$$

Luego estos valores de x e y hacen que los puntos A, B y M sean colineales. En particular, tenemos que el punto M está asociado al vector:

$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1+\lambda \\ -7+7\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3+\lambda \\ -4+7\lambda \end{pmatrix}$$

Por tal, el punto $M(-3+\lambda, -4+7\lambda)$ es un punto colineal con $A(-2,3)$ y $B(-3,-4)$, para cualquier valor real de λ.

En conclusión, los valores $x = -4+4\lambda$ e $y = 3-3\lambda$ aseguran que A, B y M sean colineales.

Obs: Existen infinitos valores para x e y dependiendo del λ que escoja, puede ir probando con $\lambda = 1$ o $\lambda = 2$. Podrá ver que los valores obtenidos le darán un punto M que cumple $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} x+y \\ x-y \end{pmatrix}$, que también cumple $\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} -3+\lambda \\ -4+7\lambda \end{pmatrix}$ y que es colineal con A y B.