

1) Integre por fracciones parciales.

$$\int \frac{5x+3}{x^2+2x-3} dx.$$

Descomponemos el denominador:

$$x^2+2x-3 = (x+3)(x-1).$$

Así,

$$\frac{5x+3}{x^2+2x-3} = \frac{5x+3}{(x+3)(x-1)}$$

Por método de fracciones parciales,

$$\frac{5x+3}{(x+3)(x-1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+3}$$

$$= \frac{A(x+3) + B(x-1)}{(x+3)(x-1)}$$

$$= \frac{Ax+3A+Bx-B}{(x+3)(x-1)}$$

$$= \frac{x(A+B) + (3A-B)}{(x+3)(x-1)}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} 3A-B &= 3 \\ A+B &= 5 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A=2$$

$$B=3.$$

Así,

$$\frac{5x+3}{(x+3)(x-1)} = \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+3}$$

separamos en la integral:

$$\int \frac{5x+3}{x^2+2x-3} dx = \int \frac{2}{x-1} dx + \int \frac{3}{x+3} dx$$

Resolvemos cada integral:

$$\text{Con } u = x-1 \Rightarrow du = 1 dx$$

$$\int \frac{2}{x-1} dx = \int \frac{2}{u} du$$

$$= 2 \ln(|u|) + C$$

$$= 2 \ln(|x-1|) + C.$$

$$\text{Con } v = x+3 \Rightarrow dv = 1 dx$$

$$\int \frac{3}{x+3} dx = \int \frac{3}{v} dv$$

$$= 3 \ln(|v|) + C$$

$$= 3 \ln(|x+3|) + C.$$

Así, finalmente queda:

$$\int \frac{5x+3}{x^2+2x-3} dx = 2 \ln(|x-1|) + 3 \ln(|x+3|) + C.$$

Recordar.

$$A = \int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i$$

Usando la def de límite, evalúe la siguiente integral

$$\int_{-1}^2 3x^2 + 2 dx.$$

no tenemos partición así que debemos crear una. Consideramos particiones de igual tamaño.

$$\Delta x_i = \frac{2 - (-1)}{n} = \frac{3}{n}$$

Debemos elegir la altura de los respectivos triángulos
Usaremos $c_i = x_i$.

Como las particiones son de igual tamaño, entonces el punto c_i estará dado simplemente por un múltiplo del tamaño de la partición considerando el pto de partida -1.

$$c_i = -1 + i \cdot \Delta x_i$$

$$c_i = -1 + i \cdot 3x_i = -1 + \frac{3i}{n}$$

$$x_i = \frac{-3}{n}$$

$$f(c_i) = 3\left(-1 + \frac{3i}{n}\right)^2 + 2$$

$$= 3\left(1 - \frac{6i}{n} + \frac{9i^2}{n^2}\right) + 2$$

$$f(c_i) = \frac{5n^2 - 18in + 27i^2}{n^2}$$

Calculamos

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$$

$$\Delta x_i = c_i - c_{i-1}$$

$$\Delta x_i = -1 + \frac{3i}{n} - \left(-1 + \frac{3(i-1)}{n}\right)$$

$$= -1 + \frac{3i}{n} + 1 - \frac{3(i-1)}{n}$$

$$= \frac{3i}{n} - \frac{3i}{n} + \frac{3}{n}$$

$$\Delta x_i = \frac{3}{n}$$

$$\int_{-1}^2$$

$$3x^2 + 2$$

$$dx =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty}$$

$$\sum_{i=1}^n$$

$$f(c_i) \Delta x_i$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty}$$

$$\sum_{i=1}^n$$

$$\frac{5n^2 - 18in + 27i^2}{n^2} \cdot \frac{3}{n}$$

$$=$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty}$$

$$\sum_{i=1}^n$$

$$\frac{5n^2 - 18in + 27i^2}{n^2} \cdot \frac{3}{n}$$

$$=$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty}$$

$$\sum_{i=1}^n$$

$$\frac{5n^2 - 18in + 27i^2}{n^2} \cdot \frac{3}{n}$$

$$=$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{5n^2 - 18in + 27i^2}{n^3} \cdot \frac{3}{n} = \frac{3}{n^3} \sum_{i=1}^n (5n^2 - 18in + 27i^2)$$

$$\sum_{i=1}^n 5n^2 = 5n^3 \quad \sum_{i=1}^n 18in = 18n \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n 27i^2 = 27 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Reemplazo

$$\frac{3}{n^3} \sum_{i=1}^n 5n^2 - 18in + 27i^2 = \frac{3}{n^3} \left(5n^3 - 9n^2(n+1) + \frac{27n(n+1)(2n+1)}{6} \right)$$

ahora

$$\int_{-1}^2 3x^2 + 2 \, dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n^3} \left(5n^3 - 9n^2(n+1) + \frac{27n(n+1)(2n+1)}{6} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n^3} \left(5n^3 - 9n^3 - 9n^2 + \frac{27n^3 + 27n^2 + 27n}{6} \right)$$

Notamos al ojo que lo que está dentro del paréntesis que la potencia de n será 3 igual que del que está afuera.

Entonces nos quedamos con los coef. numéricos de n^3 y los otros se descartan.

$$3\left(5 - 9 + \frac{27}{6} \cdot 2\right) = 15$$

así reescribimos.

$$\int_{-1}^2 3x^2 + 2 \, dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15n^3 + r(n)}{n^3}$$

$r(n)$ será un polinomio de grado 2 que corresponde al resto de los cálculos que faltaron por hacer.

Calculamos el límite.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15n^3 + r(n)}{n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} 15 + \frac{r(n)}{n^3} = 15.$$

$$\therefore \int_{-1}^2 3x^2 + 2 \, dx = 15.$$

~~$$\int_{-1}^2 3x^2 + 2 \, dx = 15$$~~

matrices se auto val y ϵ_n es