UNIVERSIDAD DE CHILE

Ayudantía 6

Matías Saavedra, Catalina Olea, Kevin Guerrero
Profesora: Verónica Poblete
6 de mayo de 2024

---

1. Sea $\mathbb{R}_n[x]$ el $\mathbb{R}$-espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a n con coeficientes en $\mathbb{R}$ y considere la base usual $B = \{1, x, x^2, ..., x^n\}$. Hallar la matriz cambio de la base de B a B_a donde:

$$B_a = \{1, x-a, (x-a)^2, ..., (x-a)^n\} \quad \text{con } a \in \mathbb{R}$$

2. Sean V K-espacio vectorial de dimensión finita, $v \in V$ y $B = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ una base de V, se define

$$[v]_B = (x_1, x_2, ..., x_n)^t \in K^n$$

   donde $x_1, x_2, ..., x_n$ representa las coordenadas del vector v en la base B. Demuestre que existe a lo más una matriz D de tamaño $n \times n$ tal que $[v]_{B'} = D[v]_B$.

3. Demuestre que $[id_V]_B^{B'} \cdot [id_V]_{B'}^{B} = I_n = [id_V]_{B'}^{B} \cdot [id_V]_B^{B'}$ con I_n la matriz identidad de $n \times n$. Concluya que

$$([id_V]_B^{B'})^{-1} = [id_V]_{B'}^{B}$$

4. Decimos que dos matrices A y B de tamaño $n \times n$ son semejantes si y solo si existe una matriz invertible C de tamaño $n \times n$ tal que $A = C^{-1}BC$. Demuestre que la semejanza de matrices es una relación de equivalencia sobre el conjunto de matrices $n \times n$.