UNIVERSIDAD DE CHILE

Ayudantía 2

Matías Saavedra, Catalina Olea, Kevin Guerrero
Profesora: Verónica Poblete
1 de abril de 2024

---

1. Sea $K[x]$ (es decir, los polinomios con coeficientes en K) visto como K-espacio vectorial, demuestre que no es finitamente generado.

2. Sea $K_n[x]$ (el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual que n) visto como K-espacio vectorial. Sea $p(x)$ un polinomio cualquiera de $K_n[x]$ y considere

$$B = \{p(x), p'(x), p''(x), ..., p^{(n)}(x)\}$$

   Analizar si B es o no una base de $K_n[x]$, en función de quién sea $p(x)$.

3. Demostrar que si U, V y W son subespacios vectoriales de un cierto espacio, entonces:

   a) $(U \cap V) + (U \cap W) \subseteq U \cap (V + W)$

   b) $U + (V \cap W) \subseteq (U + V) \cap (U + W)$

4. Sea V el espacio de funciones continuas de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ y considere los conjuntos:

$$U_1 = \{f \in V \mid f(1) = f(-1) = 0\}$$
$$U_2 = \{f \in V | f(x) = ax + b \text{ para ciertos } a, b \in \mathbb{R}\}$$

   Demostrar que $U_1 \oplus U_2 = V$.

5. Sean U_1 y U_2 los siguientes subespacios del espacio vectorial real $\mathbb{R}^n$:

$$U_1 = \{(x_1, x_2, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + x_2 + ... + x_n = 0\}$$
$$U_2 = \{(x_1, x_2, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = x_2 = ... = x_n\}$$

   Demostrar que $U_1 \oplus U_2 = \mathbb{R}^n$.