



Ayudantía 3

Matías Saavedra, Catalina Olea, Kevin Guerrero

Profesora: Verónica Poblete

8 de abril de 2024

UNIVERSIDAD DE CHILE

1. Sea \mathbb{R}^3 visto como K -espacio vectorial y considere el subespacio vectorial

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + 2z = 0\}$$

Determine la dimensión y una base de \mathbb{R}^3/S .

2. Sea $T : V \rightarrow W$ una función lineal entre dos K -espacios vectoriales.
 - a) Suponga que V es finitamente generado y T epiyectiva. Demuestre que W es finitamente generado. ¿Qué desigualdad hay entre $\dim(V)$ y $\dim(W)$?
 - b) Suponga que W es finitamente generado y T inyectiva. Demuestre que V es finitamente generado. ¿Qué desigualdad hay entre $\dim(V)$ y $\dim(W)$?
3. Demuestre que la relación entre espacios vectoriales (sobre un K fijo) “es isomorfo a” es una relación de equivalencia.
4. Demuestre que K no es isomorfo a $K \times K$ como K -espacios vectoriales.
5. Sean V_1, V_2 K -espacios vectoriales y $f : V_1 \times V_2 \rightarrow V_1 + V_2$ la función $f(v_1, v_2) := v_1 + v_2$.
 - a) Demuestre que f es una función lineal epiyectiva.
 - b) ¿Bajo que condición (sencilla) es f un isomorfismo? Cuando lo sea, escriba su función inversa $f^{-1} : V_1 + V_2 \rightarrow V_1 \times V_2$.