

---

## AYUDANTÍA XVI

30 de Octubre, 2023

### Ejercicios.

I. Dos vectores son ortogonales si y sólo si, sus normas cumplen el teorema de pitágoras.

II. Sea el vector  $\vec{v} = (5, -2, 3)$ , calcule las siguientes proyecciones ortogonales de  $\vec{v}$  respecto a:

- a) El eje x
- b) El eje y
- c) La recta que pasa por el origen y el punto  $(1, 1, 1)$
- d) La recta que pasa por el origen y el punto  $(0, 3, -2)$

Calcule el producto interno de las dos primeras, con el producto interno de las dos últimas.

III. Considere  $\mathbb{R}_3[x]$  espacio de polinomios de grado menor o igual a 3, unión el polinomio cero. Definimos

$$\langle p(x), q(x) \rangle = \sum_{j=1}^5 p(j)q(j)$$

- a) **Tarea Moral:** Demuestre que define un producto interno.
- b) Determine el ángulo entre  $1 + x^2$  y  $2x - 3x^3$ .
- c) Para cada  $n \in \mathbb{Z}_{>0}$ , determina la norma del polinomio  $1 + nx^3$ .
- d) Determina la distancia entre los polinomios  $1$  y  $1 + x + x^2 + x^3$ .

IV. Sea  $P(2, -6, -3)$  y  $\mathcal{L}_{Q, \vec{v}} : (x, y, z) = (-1, 1, 2) + \lambda(2, 1, -3)$ . Encuentre la proyección ortogonal de  $\overrightarrow{PQ}$  sobre  $\mathcal{L}$  y calcule la distancia de  $P$  a  $\mathcal{L}$ .

---

## AYUDANTÍA XVII

31 de Octubre, 2023

### Ejercicios.

I. Considere el plano  $\mathcal{P} : 6x + 2y + 3z + 22 = 0$  y  $A(4, 3, -1)$ . Encuentre la ecuación de la recta  $\mathcal{L}$  que pasa por  $A$  y es ortogonal a  $\mathcal{P}$ . Calcule la distancia de  $A$  a  $\mathcal{P}$  y encuentre la proyección de  $A$  sobre  $\mathcal{P}$ .

II. Calcule la distancia entre las rectas

i)  $L_1 : x = \frac{y-3}{2} = z - 2$ ,  $L_2 : x - 3 = \frac{y+1}{2} = z - 2$ .

ii)  $L_1 : \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-2}$ ,  $L_2 = \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -x + y + 2z = 1 \end{cases}$

III. Considere el triángulo de vértices  $A(0, 0)$ ,  $B(3, 3)$  y  $C(-3, 5)$  encuentre:

- Las coordenadas del ortocentro (punto de intersección de las alturas).
- Las coordenadas del baricentro (punto de intersección de las transversales de gravedad).
- El área del triángulo.
- El seno del ángulo en  $A$ .

IV. Encuentre la distancia entre los planos

$$\mathcal{P} : 2x - y + z - 8 = 0 \quad \mathcal{P}' : 4x - 2y + 2z + 24 = 0$$

V. Sean  $\mathcal{P} : 2x + 3y + 8z - 24 = 0$  y  $\mathcal{L} : \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$

Calcule la distancia entre  $\mathcal{L}$  y  $\mathcal{P}$ .