1. A pesar de que Python posee un módulo para generar números aleatorios, tan sólo posee una cantidad limitada de distribuciones de probabilidad (*i.e.* uniforme, gaussiana, binomial y quizás alguna otra). Por lo que nos es útil aprender a producir números aleatorios con una distribución particular que nosotros queramos (*e.g.* Poisson, Cauchy, gamma, exponencial, logarítmica, etc...). En este ejercicio generaremos números aleatorios con una distribución exponencial en el intervalo $[0, 5]$:

   - Defina la función $f(x) = 5 \cdot 2^{-x}$
   - Genere un par de números aleatorios (con la función *random.uniform*)
   $$(x, y) \text{ con } 0 \leq x \leq 5, \quad 0 \leq y \leq 5$$
   - Si estos puntos cumplen que $y \leq f(x)$ entonces consérvelos. Si no, repita hasta obtener esta condición.

   El número y obtenido con estos pasos es una variable aleatoria con distribución exponencial.

2. Siguiendo los mismos pasos del ejercicio anterior genere $N = 100$ puntos (x, y) y, con *matplotlib*, grafíquelos. Y sobre esos puntos grafique la función $f(x) = 5 \cdot 2^{-x}$ en el intervalo $[0, 5]$

3. Tenemos un objeto moviéndose en una superficie con roce cinético constante, es decir, su ecuación de movimiento está dada por:
   $$\ddot{x} = -\mu g$$
   Con $\mu = 0.1$ y $v_0 = 10$. Es fácil demostrar que esta ecuación se puede resolver obteniendo:
   $$x(t) = x_0 + v_0 - \frac{1}{2}\mu g t^2$$
   Resuelva numéricamente esta ecuación (usando $g = 9.8$) y grafique la solución analítica y numérica en el mismo plano cartesiano. Para resolver numéricamente la ecuación siga los siguientes pasos:

   - Defina las variables
   $$\begin{aligned} t &= 0 \\ x &= 0 \\ v &= v_0 \\ a &= -9.8\mu \end{aligned}$$
   - Cree un loop que actualice las variables cada $dt = 10^{-2}$ segundos.
   $$\begin{aligned} t &\mathrel{+}= dt \\ x &\mathrel{+}= v \cdot dt - \tfrac{1}{2}\mu g \cdot dt^2 \\ v &\mathrel{+}= -\mu g \cdot dt \end{aligned}$$

4. En este ejercicio resolveremos numéricamente la ecuación del lanzamiento de un cohete dada por:

$$\frac{dm}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{si } m < M_c \\ c < 0 & \text{si } m \geq M_c \end{cases}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \begin{cases} -mg & \text{si } m < M_c \\ F - mg & \text{si } m \geq M_c \end{cases}$$

   Es decir, un cohete cuyo armatoste tiene masa M_c y que va quemando combustible (perdiendo masa en el proceso) produciendo una fuerza constante F en el proceso.

   - Defina variables iniciales

$$\begin{aligned} t &= 0 \\ m &= 100 \\ M_c &= 30 \\ v &= 0 \\ F &= 1200 \\ x &= 0 \\ a &= \tfrac{1200}{100} - 9.8 \end{aligned}$$

   - Cree un loop que actualice las variables cada $dt = 10^{-2}$ segundos.(considere que algunas de ellas se mantienen constantes en todo momento)
   - Grafique la posición del cohete en función del tiempo con color azul mientras éste tenga combustible, en rojo una vez que el combustible se haya acabado pero siga subiendo y en verde mientras el cohete cae al piso.

5. Usando el método de Newton-Raphson encuentre todas las soluciones reales en el intervalo $[-5, 5]$ de la ecuación:

$$e^{-x} = x\sin(x) + 1$$

6. Haga un gráfico de las funciones

$$\begin{aligned} f(x) &= e^{-x} \\ g(x) &= x\sin(x) + 1 \end{aligned}$$

   Use el color azul para la función f, color rojo para la función g y en color verde marque los puntos de intersección.