Departamento de Física—Facultad de Ciencias—U. de Chile
Segundo Semestre 2023

Profesor: M. I. Molina **Ayudante**: G. Yupanqui

Fisica contemporánea: Guía para la miniprueba #3

1. Utilice la fórmula de Planck para mostrar que la intensidad total (energía por unidad de área por unidad de tiempo) de la radiación emitida por un cuerpo negro es proporcional a T^4, y encuentre la constante de proporcionalidad.

2. La Tierra recibe energía del sol a razón de 0.135 W/cm^2. Suponiendo que el sol radía como cuerpo negro, calcule su temperatura superficial de acuerdo a los resultados del problema 1 (Ley de Stefan-Boltzmann). Información util: El diámetro angular del sol visto desde la Tierra es de 0.53^o.

3. Si uno grafica la intensidad de la radiación solar en función de la longitud de onda o sea, se grafica $I(\lambda)$ tal que $I(\lambda)d\lambda$ es la intensidad total de la radiación cuya longitud de onda cae entre λ y $\lambda + d\lambda$-la máxima intensidad cae en $\lambda_{max} = 5000\mathring{A}$. Si uno repite el procedimiento, pero esta vez usando la intensidad de la radiación solar en función de la frecuencia, $I(\nu)$, se encuentra que la frecuencia que maximiza $I(\nu)$ cae en cierto ν_{max}. Compare λ_{max} y ν_{max}. Se refieren al mismo tipo de luz? Comente.

4. Si un metal ejecta electrones solo cuando la longitud de onda de la luz incidente es menor o igual a $4000\mathring{A}$. Qué longitud de onda seria requerida para ejectar electrones con energia cinética de 2 eV de este metal?

5. Un átomo de positronium (Ps) está compuesto de un positrón y de un electrón, unidos de la misma manera que un protón y un electrón en el átomo de H. (El positrón tiene la misma carga que el protón, pero una masa igual a la del electrón)
(a) Determine los radios de la órbitas de Bohr para el Ps, y haga un gráfico a escala comparando las órbitas del estado base en el Ps con las del átomo de H.
(b) Determine los niveles de energia del Ps y comparelos con los del átomo de H.

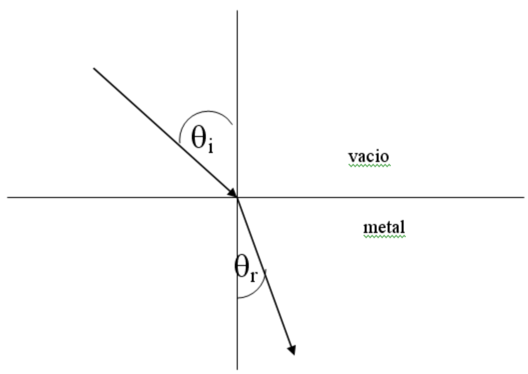
6. El muón negativo tiene una carga igual a la carga del electrón y una masa igual a 207 masas electrónicas. Si un muón reemplaza a un electrón en un átomo de H, se forma hidrógeno muónico. Calcule la masa reducida, los niveles de energía y los radios de las órbitas para el hidrógeno muónico.

7. Calcule el limite de la serie de Bracket en eV y en A. Cuál es la mayor longitud de onda de esta serie?

8. Si uno hace pasar un haz de luz blanca a través de un gas de átomos de H, se absorberán frecuencias discretas correspondientes a las energias necesarias para excitar los átomos a sus varios estados excitados. A temperatura ambiente uno solamente ve la serie de Lyman de este espectro de absorción. Explique por qué las otras series están ausentes, y determine la temperatura a la cual el uno por ciento de los átomos sería capaz de absorber las frecuencias de la serie de Balmer.

9. Calcule la velocidad y la longitud de onda de de Broglie para: (a) Un electrón cuya energia cinetica es de 5 ev.
(b) Un electrón cuya energía cinética es de 5 Mev.
(c) Un protón cuya energía cinética es de 5 Mev.
(d) Un bate de béisbol (masa $\approx$ 50 gr) cuya energía cinética es de 5 Mev.

10. Si uno no intenta localizar las partículas, la imagen ondulatoria y la corpuscular dan los mismos resultados. Por ejemplo, un haz de electrones es "refractado" cuando encuentra un cambio súbito en energía potencial. Cuando un haz de electrones de energía cinética E cruza una interface donde la energía potencial decrece súbitamente en una cantidad V (por ejemplo, al entrar a un metal), la energía cinética cambia a $E+V$. Los electrones, como partículas, reciben un impulso perpendicular a la superficie, y como resultado del cambio brusco de energía potencial, la componente de velocidad perpendicular a la superficie se incrementa, mientras que las otras componentes no cambian, y el 'rayo" se dobla hacia la normal. Por otro lado, si cada electrón es considerado como una onda de de Broglie, la longitud de onda decrece cuando el momentum se incrementa, asi es que el rayo es de nuevo doblado hacia la normal. Muestre que estos dos esquemas dan el **mismo** resultado, calculando la relación entre el ángulo θ_i y θ_r, de ambas maneras.



11. (Conservación de la energía y el momento en transiciones radiativas). Considere la fórmula de Bohr $h\nu = \Delta E$, donde ΔE es la diferencia en los niveles electrónicos, y ν es la frecuencia del cuanto de luz absorbido ó emitido.
(a) Argumente por qué esta fórmula no conserva el momentum del sistema durante la absorción ó emisión del cuanto de luz.
(b) Considere un proceso de *emisión* $E_i \to E_f$ por un átomo en reposo de masa (en reposo) M. Obtenga una fórmula exacta para la frecuencia del cuanto de luz emitido.
(c) Suponiendo que $Mc^2 \gg \Delta E$, obtenga la corrección principal a la fórmula de Bohr.
(d) Repita (b) y (c) para un proceso de *absorción.*

12. (Estimación aproximada de la energía fundamental). Considere una partícula no-relativista de masa m, sujeta a un potencial externo $V(x)$. Por ejemplo, $V(x) = (1/2)kx^2$. Es razonable suponer que en el estado de más baja energía E, la partícula está confinada a una región de tamaño similar al de su longitud de onda de De Broglie, $x \sim \lambda$. Esto implica que su momentum será del orden , $\sim h^2/2m\lambda^2$. La

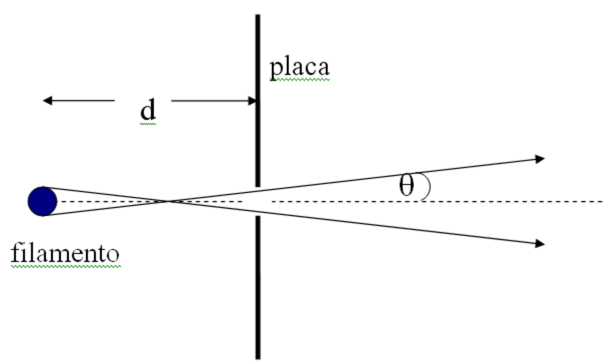
energía total será del orden de:

$$E \to \frac{h^2}{2m\lambda^2} + \frac{1}{2}k\lambda^2.$$

Notar que un λ grande disminuye la energía cinética y hace crecer la energía potencial; por otra parte, un λ pequeño hace crecer la energía cinética pero disminuye la energía potencial. Se puede conjeturar que el λ "correcto" es aquel que minimiza E. En base a lo anterior,
(a) Use $V(x) = \gamma|x|^q$ y estime E, como función de q, para $q = 1, 2, 3, 4$.
(b) Tome $V(r) = -Ze^2/r$, y estime la energía del estado fundamental del átomo de H.
(c) Tome $V(r) = (r/a)^q$, en el límite $q \to \infty$, y obtenga E. A qué caso físico corresponde esto?

13. Utilizando la teoria de Bohr-Sommerfeld halle todos los niveles de energía $E_n(1D)$ para un átomo hidrogenoide **unidimensional**, donde la energia potencial es $V(x) = -Ze^2/|x|$. Compare el resultado con los niveles de energia $E_n(3D)$ del atomo de H tridimensional. Calcule el cuociente $E_n(1D)/E_n(3D)$.

14. Se evaporan electrones de un alambre delgado los cuales son atraídos a una placa metálica a potencial V, en donde hay una abertura estrecha paralela al alambre (el alambre es perpendicular a la figura). De esta manera un fino haz de electrones puede ser generado. El haz diverge un poco debido al espesor del alambre y al ancho de la abertura, pero pareciera que uno podra hacer el haz tan plano como se quisiera haciendo la distancia d suficientemente grande. Explique como el principio de incertidumbre pone una limitante a esta posibilidad y calcule (a) La divergencia "geométrica" θ y (b) La divergencia θ requerida por el principio de incertidumbre, cuando el diámetro del filamento y el ancho de la abertura valen 10^{-5} cm, $d = 1$ cm, y existe una diferencia de potencial de 5 V que acelera los electrones entre el filamento y la placa.



15. Un entusiasta estudiante de física contemporánea I está dejando caer bolitas de masa m desde una altura H, tratando de acertar "medio a medio" sobre un blanco, pegado en el piso. Para apuntar utiliza un sofisticado mecanismo que le permite seleccionar cualquier precisión deseada. Demuestre, que **en el mejor de los casos**, las bolitas

errarán el centro del blanco por una distancia del orden de

$$\left(\frac{\hbar}{m}\right)^{1/2} \left(\frac{H}{g}\right)^{1/4},$$

donde g es la aceleración de gravedad. Usando $m = 1$ gr., $H = 1$ m, $g = 9.8$ (m/s^2), evalúe esta distancia. Comente.

16. Ley de Wien: Considere la función de distribución de frecuencias para la radiación de cuerpo negro, vista en clases. A partir de ella, obtenga la frecuencia ν_{max} que maximiza la distribución, como función de la temperatura (deberá resolver una ecuacion trascendental numéricamente). Calcule ahora la longitud de onda λ_{max} que maximiza la distribución de cuerpo negro, como función de la temperatura. Finalmente, obtenga numéricamente el valor de $\lambda_{max}\ \nu_{max}/c$. Comente.
Datos:

   $c = 3 \times 10^8$ m/s
   $h = 6.62607 \times 10^{-34}\ m^2\ kg/s$
   $K_B = 1.38064 \times 10^{-23}\ m^2\ kg\ s^{-2}\ K^{-1}$

17. Calcule la primera corrección relativista para la energía cinética de una partícula de masa m confinada en un pozo infinito de ancho L.

18. Una partícula no-relativista de masa m se mantiene en órbita circular alrededor del origen mediante una fuerza atractiva $f(r) = -kr^2$ donde k es una constante positiva. Utilizando la cuantización del momento angular, halle:

   (a) Los radios permitidos r de las órbitas de la partícula como función de $\hbar, m, k$.
   (b) Las velocidades permitidas v de la partícula en su órbita como función de $\hbar, m, k$.
   (c) Las energías totales permitidas E de la partícula como función de $\hbar, m, k$.