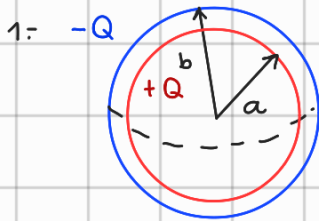


Resolución



Calculamos el campo eléctrico del condensador con Gauss en 3 regiones:

- i) $r < a \rightarrow$ No hay carga encerrada $\Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$
- ii) $a \leq r < b$
- iii) $r \geq b \rightarrow$ La carga encerrada es $+Q - Q = 0 \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$

En ii) con Gauss:

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{a} = 4\pi k_e Q_{\text{enc}}$$

$$\|\vec{E}\| \int da = 4\pi k_e Q$$

$$\|\vec{E}\| 4\pi r^2 = 4\pi k_e Q$$

$$\|\vec{E}\| = \frac{k_e Q}{r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{k_e Q}{r^2} \hat{r} \quad (\text{Campo de una carga puntual})$$

Luego la dif. de potencial ΔV :

$$\Delta V = - \int_b^a \frac{k_e Q}{r^2} \hat{r} \cdot dr \hat{r}$$

$$\Delta V = - \int_b^a \frac{k_e Q}{r^2} dr$$

$$\Delta V = - k_e Q \int_b^a \frac{1}{r^2} dr$$

$$\Delta V = - k_e Q \cdot \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_b^a$$

$$\Delta V = - k_e Q \cdot \left(-\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$\Delta V = k_e Q \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

Finalmente la capacitancia del condensador es:

$$C = \frac{1}{k_e \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)} = \frac{4\pi \epsilon_0}{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)}$$

2-

a) Resistencias en serie

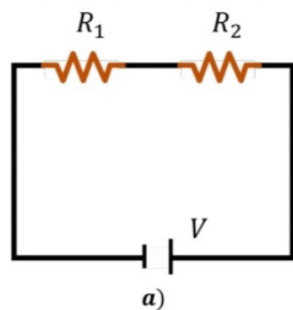
b) Condensadores en paralelo

c) Condensadores en serie

d) Mixto ; R_1 y R_2 están en serie y R_{eq} entre R_1 y R_2 se encuentra en paralelo con R_3

Calculando las resistencias y capacitancias equivalentes:

a)



Como las resistencias se encuentran en serie su resistencia eq. será:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = 15 \, \Omega + 5 \, \Omega$$

$$R_{eq} = 20 \, \Omega$$

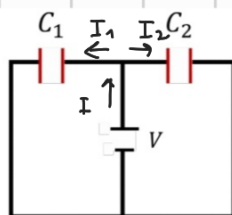
a)



Circuito eq.



b)



Los condensadores se encuentran en paralelo ya que ha un nodo entre estos, el cual indica que la corriente total se dividirá.

Entonces, la capacitancia eq. es:

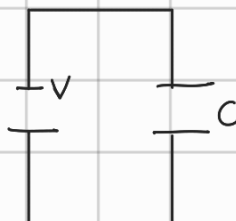
$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$C_{eq} = 3 \, \mu F + 3 \, \mu F$$

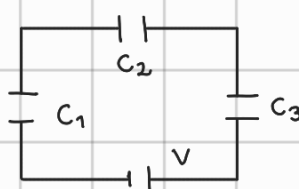
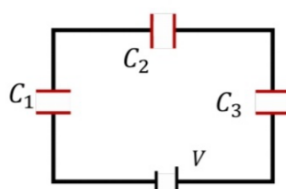
$$C_{eq} = 6 \, \mu F$$



Circuito eq.



c)



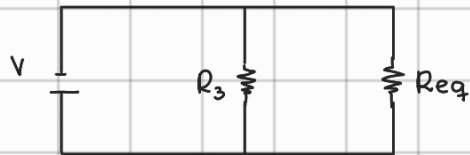
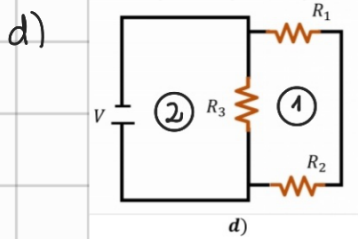
Circuito eq.

En serie:

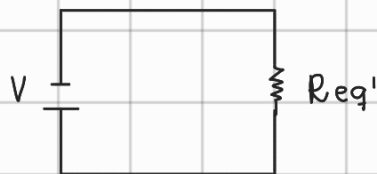
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$$

$$C_{eq} = \frac{15}{13} \, \mu F$$



Circuito
eq.



① R_1 y R_2 se encuentran en serie entre sí
ya que por ambas pasa la misma corriente.
Entonces:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = 15 \, \Omega + 5 \, \Omega$$

$$R_{eq} = 20 \, \Omega$$

Luego, R_{eq} con R_3 quedan conectadas
en paralelo, entonces:

$$\frac{1}{R_{eq'}} = \frac{1}{R_{eq}} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{eq'}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{R_{eq'}} = \frac{3}{60} + \frac{4}{60}$$

$$\frac{1}{R_{eq'}} = \frac{7}{60}$$

$$R_{eq'} = \frac{60}{7} \, \Omega = 8,57 \, \Omega$$

2.-

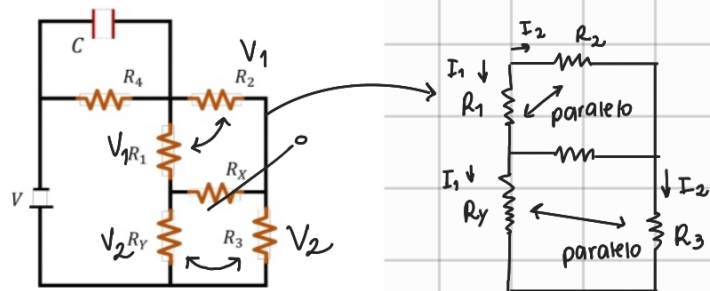


Figura 2: Circuito mixto

Como en R_x no hay corriente significa que es como si no estuviese esa
resistencia. Así entonces R_2 con R_3 se encuentran en paralelo con R_1 y R_y .
Como estos pares de resistencias están en paralelo entre sí, el potencial de las
resistencias R_1, R_2 y R_3, R_y es el mismo (ya que el voltaje de elementos de
un circuito en paralelo es el mismo)

Así entonces podemos decir que:

$$V_1 = V_{R_1} = V_{R_2}$$

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 \quad (1)$$

y

$$V_2 = I_1 R_y = I_2 R_3 \quad (2)$$

Dividiendo (1) y (2):

$$\frac{R_1}{R_y} = \frac{R_2}{R_3}$$

$$\frac{R_1 R_3}{R_2} = R_y$$

b) Calculando la resistencia equivalente entre R_1, R_2, R_3 y R_y :

R_2 y R_3 se encuentran en serie:

$$R_{eq} = R_2 + R_3$$

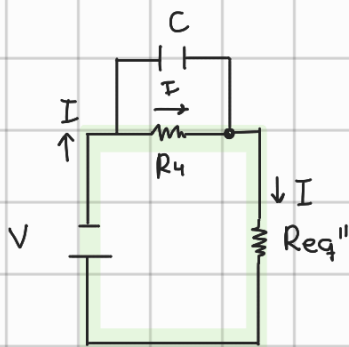
R_1 y R_y también:

$$R_{eq'} = R_1 + R_y$$

R_{eq} y $R_{eq'}$ se encuentran en paralelo:

$$R_{eq''} = \frac{R_{eq} \cdot R_{eq'}}{R_{eq} + R_{eq'}}$$

$$R_{eq''} = \frac{(R_2 + R_3)(R_1 + R_y)}{R_2 + R_3 + R_1 + R_y} \rightarrow R_{eq''} = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2}$$



↗ Está completamente cargado

Dado que C está en regimen permanente, no circula corriente por este, teniendo unicamente R_4 y $R_{eq''}$ en serie, así

$$I = \frac{V_0}{R_4 + R_{eq''}} \quad (3)$$

Y por mientras el condensador almacena una carga

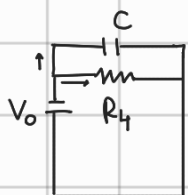
$$Q = C \Delta V \quad (4)$$

Donde, al estar en paralelo con R_4 , estos poseen el mismo voltaje:

$$\Delta V = I R_4 \quad (5)$$

luego, reemplazando (5) en (4)

$$Q = C I R_4 \quad (6)$$



Reemplazando (3) en (6), y evaluando $R_{eq''}$:

$$Q = C \cdot \frac{V_0}{R_4 + R_{eq''}} \cdot R_4$$

$$Q = C \cdot \frac{V_0}{R_4 + \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2}} \cdot R_4$$

$$Q = \frac{C \cdot V_0 \cdot R_4}{\frac{R_1 R_4 + R_2 R_4 + R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2}}$$

$$Q = \frac{C V_0 R_4 (R_1 + R_2)}{R_4 (R_1 + R_2) + R_1 (R_2 + R_3)}$$