

Problemas

Taller 12

Cálculo I

1. Demuestre, usando la definición de derivada y las propiedades conocidas de las funciones trigonométricas, que la derivada de $\cos(x)$ es $-\sin(x)$.
2. Sea $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ y $f_n(x) = x^n \cdot \cos(1/x)$.
 - a) Demuestre que, para todo n , f_n tiene una discontinuidad reparable en 0.
 - b) Demuestre que f_4 es diferenciable en todo punto y que su derivada es una función continua (en todo $\mathbb{R}$) . ¿ Puede encontrar otros valores de n donde ésto siga siendo válido?

Álgebra y Geometría I

1. Hallar la relación que debe existir entre los coeficientes de la ecuación $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ si sus raíces, en determinado orden, forman una progresión geométrica.
2. Determine los valores de $a, b \in \mathbb{R}$ para que el polinomio $q(x) = x^3 + a^2x^2 + (3a - b)x + a - b \in \mathbb{R}[x]$ cumpla $q(0) = 0$ y que al ser dividido por $x - 1$ deje resto 4. Con los valores obtenidos, factorice $q(x)$ en $\mathbb{R}[x]$.

Aritmética y Combinatoria

1. Encuentre un generador para cada uno de los siguientes grupos:
 - $(\mathbb{Z}/625\mathbb{Z})^*$;
 - $(\mathbb{Z}/242\mathbb{Z})^*$.¿Puede decir además cuántos generadores tiene cada uno?
2. Pruebe que si $x^2 + y^2 = z^2$, entonces uno de los enteros x , y es múltiplo de 3 y uno de los enteros x , y , z es múltiplo de 5.