Problemas para el Control 6

1. Descomponer 588 como producto de primos de Gauss **positivos**, eventualmente con una unidad.
2. Descomponer 979 como producto de primos de Gauss **positivos**, eventualmente con una unidad.
3. Encontrar un máximo común divisor de $12 - 5i$ y $99 + 66i$.
4. Encontrar un máximo común divisor de $11 + 13i$ y $1 + 18i$.
5. Encontrar **todos** los máximos comunes divisores de $8 + i$ y $14 - 5i$.
6. Demostrar que no hay divisores de 0 en $\mathbb{Z}[i]$.
7. Sean $x, y, z \in \mathbb{Z}[i]$ tales que no existe $w \in \mathbb{Z}[i]$ que los divida simultáneamente. Demuestre que existen $a, b, c \in \mathbb{Z}[i]$ tales que $ax + by + cz = 1$.
8. Determinar cuantas soluciones tiene $x^2 + y^2 = 16109$. Calcular una si es que las tiene.
9. Determinar cuantas soluciones tiene $x^2 + y^2 = 27625$. Calcular una si es que las tiene.
10. Determinar **todas** las soluciones en $\mathbb{N}_0^2$ de $x^2 + y^2 = 11025$, salvo orden.
11. Determinar **todas** las soluciones en $\mathbb{N}_0^2$ de $x^2 + y^2 = 1421$, salvo orden.
12. Determinar **todas** las soluciones en $\mathbb{N}_0^2$ de $x^2 + y^2 = 2704$, salvo orden.
13. Determinar cuantas soluciones distintas módulo 8281 existen para la congruencia
$$x^2 + x + 1 \equiv 0 \pmod{8281}.$$
14. Determinar cuantas soluciones distintas módulo 50625 existen para la congruencia
$$x^2 - 6x + 323 \equiv 0 \pmod{50625}.$$
15. Determinar cuantas soluciones distintas módulo n existen para la congruencia
$$x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{n},$$
con $n = 1091$ y $n = 1093$.