

Aritmética y Combinatoria

Ayudantía 23 de Mayo 2023

Profesor de Cátedra: Giancarlo Lucchini
Ayudante: Javier Pavez

1. Determine si $(\mathbb{Q}, \cdot)$ es un grupo. Justifique.
2. Sean $S^1 := \{(\cos(\theta), \sin(\theta)) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq \theta < 2\pi\}$ y

$$\begin{aligned} \star : S^1 \times S^1 &\rightarrow S^1 \\ ((\cos(\theta), \sin(\theta)), (\cos(\tau), \sin(\tau))) &\mapsto (\cos(\theta + \tau), \sin(\theta + \tau)) \end{aligned}$$

Determine si $(S^1, \star)$ es un grupo. Justifique.

3. Sea

$$\begin{aligned} \oplus : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} &\rightarrow \mathbb{Z} \\ (n, m) &\mapsto n + m + 1 \end{aligned}$$

Determine si $(\mathbb{Z}, \oplus)$ es un grupo.

4. Sea

$$\begin{aligned} \otimes : \mathbb{Q} \setminus \{-1\} \times \mathbb{Q} \setminus \{-1\} &\rightarrow \mathbb{Q} \setminus \{-1\} \\ (x, y) &\mapsto x + xy + y \end{aligned}$$

Determine si $(\mathbb{Q} \setminus \{-1\}, \otimes)$ es un grupo.

5. Determine el orden de las siguientes clases:

- a) $[2]_{46}$
- b) $[7]_{105}$
- c) $[11]_{1001}$
- d) $[n]_p$, donde p es primo y $0 < n < p$.

6. Determine el inverso multiplicativo de las siguientes clases:

- a) $[7]_{13}$
- b) $[6]_{35}$
- c) $[8]_{65}$
- d) $[5]_{13}$