

## Problemas para el Control 2

1. ¿Cuántas hileras distintas de 10 frutas se puede formar con 5 manzanas, 3 peras y 2 naranjas?  
 ¿Y si fuesen 10 frutas distintas?
2. ¿Cuántas hileras distintas de 10 frutas se puede formar con 5 manzanas, 3 peras y 2 naranjas si queremos que las frutas del mismo tipo queden juntas?
3. Cuántas combinaciones de 22 letras se pueden hacer usando las letras de la palabra

ESTERNOCLEIDOMASTOIDEO

de forma que la letra “C” aparezca siempre con la letra “R” inmediatamente a su derecha?

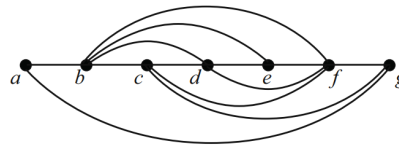
4. ¿Cuántas diagonales tiene un 125-ágono?
5. Sea  $r \in \mathbb{N}$ . Demuestre que  $\forall n \geq r$  se verifica

$$\sum_{i=r}^n \binom{i}{r} = \binom{n+1}{r+1}.$$

6. Demuestre que  $\forall n \geq 0$  se cumple que

$$\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n-k}{k} + \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor} \binom{n+1-k}{k} = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n+2}{2} \rfloor} \binom{n+2-k}{k}.$$

7. Determine si es verdadera falsa la siguiente proposición (justificando en cada caso). Existe un grafo que tiene exactamente un vértice con valencia impar.
8. Demuestre que un grafo sin loops con 11 vértices, tal que cada vértice tenga valencia mayor o igual a 5 debe ser conexo.
9. Fáry y Wagner probaron (independientemente) que cada grafo planar tiene un representación en la que cada arista es un segmento recto. Encuentre una tal representación para el siguiente grafo.



10. Sea  $n \geq 3$ . Encuentre un árbol de  $n$  vértices tal que alguno de sus vértices tenga valencia  $a$  lo más grande posible. ¿Cuál es el valor de  $a$  y por qué no puede ser mayor?
11. Sea  $n \geq 3$ . Encuentre un árbol de  $n$  vértices tal que sus vértices tengan valencia menor o igual a  $c$  para el menor  $c$  posible. ¿Cuál es el valor de  $c$  y por qué no puede ser menor?
12. Determine el máximo número de vértices de un grafo conexo sin loops de 59 aristas. Justifique su respuesta. (*Hint: Árbol.*)
13. Demuestre que todo grafo conexo finito puede convertirse en un árbol al remover un número finito de aristas.
14. Decimos que una caminata en un grafo  $G$  es un *camino* si todos los vértices involucrados en la caminata son distintos entre si. Demuestre que en un grafo, si dos vértices están conectados por una caminata entonces están conectados por un camino.
15. Muestre que si se parte de alguno de los vértices de valencia 2 del siguiente grafo no es posible recorrer el grafo con una caminata que recorra todas las aristas sin repetirlas.

