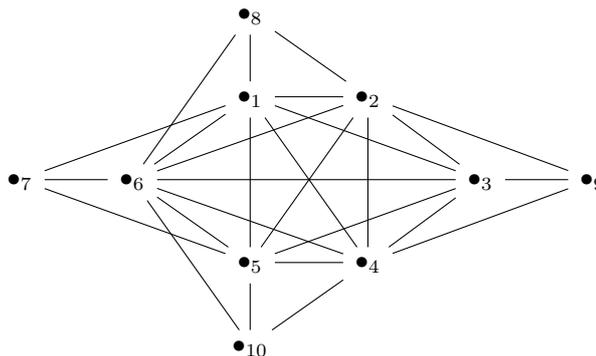


Aritmética y Combinatoria

Ayudantía 5 de Abril 2023

Profesor de Cátedra: Giancarlo Lucchini
Ayudante: Javier Pavez

1. Considere el siguiente grafo:



Determine la valencia de cada vertice y el número de aristas.

2. Sea Γ un grafo sin loops con 27 aristas y 10 vértices. Demuestre que si hay cuatro vértices de valencia 3, entonces al menos uno de los vértices restantes tiene valencia 7.
3. Sean $a, b, c \in \mathbb{N}$ tales que $c \leq b \leq a$. Demuestre que $\binom{a}{b} \binom{b}{c} = \binom{a}{c} \binom{a-c}{b-c}$.
4. Demostrar que $\forall n \in \mathbb{N}$ se cumple que

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k = 3^n.$$

5. Demostrar que $\forall n \in \mathbb{N}$ se cumple que

$$\sum_{k=r}^n \binom{n}{k} \binom{k}{r} 2^k = \binom{n}{r} 2^r 3^{n-r}.$$