

Aritmética y Combinatoria

Ayudantía 22 de Marzo 2023

Profesor de Cátedra: Giancarlo Lucchini
Ayudantes: Javier Pavez y Sebastián Rosselot

1. Demuestre que si se escogen 7 números entre el 1 y el 11, entonces hay al menos un par de ellos que suman 12.
2. Demuestre que si tomamos $n + 1$ números entre el 1 y el $2n - 1$, entonces hay al menos un par de ellos que suman $2n$.
3. Demuestre que si escogemos 10 números entre el 1 y el 18, entonces hay al menos una pareja de estos en donde uno divide al otro.
4. Demuestre que si escogemos $n + 1$ números entre el 1 y el $2n$, entonces hay al menos una pareja de estos en donde uno divide al otro.
5. **Palomar Fuerte.**
Demuestre que si n palomas son distribuidas entre k palomares, entonces hay al menos un palomar con $\lceil \frac{n}{k} \rceil$ palomas.
6. En un encuentro de matemáticos los organizadores necesitaron conseguir 200 empanadas para alimentar a todos los inscritos durante el almuerzo, pero como es de costumbre llego menos gente de la inscrita, a decir, 30 matemáticos. Asumiendo que todas las empanadas fueron consumidas, demuestre que hay al menos un matemático que comió 7 empanadas.¹
7. Recordemos la primera vez que se nos enseñó a multiplicar, esto es, la operación

$$m \times n = \underbrace{n + n + \cdots + n}_{m \text{ veces.}}$$

para cualquier $m, n \in \mathbb{N}$. Demuestre que $m \times n = n \times m$, $\forall m, n \in \mathbb{N}$.

8. Demuestre que en un evento al que asisten 750 personas, existen dos personas tales que la primera y ultima letra de sus nombres son iguales.
9. Demuestre que si consideramos un conjunto arbitrario con 25 números existen al menos dos cuya diferencia es divisible por 24.
10. Demuestre el **principio del palomar (extra) fuerte** (una de las muchas versiones): Si $a_1 + a_2 + \cdots + a_{n+1}$ objetos se distribuyen en n cajas entonces para algún $k \in \{1, 2, \dots, n\}$, la k -ésima caja contiene por lo menos a_k objetos.

¹Este ejercicio fue inspirado por sucesos ocurridos en el VI encuentro nacional de teoría de números.