



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Análisis real | Ayudantía 2
Profesor de cátedra: Gonzalo Robledo
Ayudante: Claudio Carrasco
Contacto: claudio.carrasco.g@ug.uchile.cl

-
- 1.- Sea (X, d) un espacio métrico. Demuestre que $\text{diam}(B(a, r)) \leq 2r$, con $r > 0$ y $a \in X$, y que la igualdad se alcanza si el espacio métrico es un espacio vectorial real normado no trivial. Muestre un ejemplo de un espacio métrico en el cual $\text{diam}(B(a, r)) < 2r$, para algún $a \in X$ y $r > 0$.
 - 2.- Encuentre un espacio métrico (X, d) , y subconjuntos A y B no vacíos de X tales que $A \cap B = \emptyset$ y $d(A, B) = 0$. Concluya que la asignación $(A, B) \rightarrow d(A, B)$ no define una métrica en $P(X) - \{\emptyset\} \times P(X) - \{\emptyset\}$.
 - 3.- Muestre que $d(x, \mathbb{Q}^n) = 0$, para cualquier $x \in \mathbb{R}^n$, dotando a \mathbb{R}^n con la métrica euclídeana. ¿Qué pasa si tomamos otra norma de \mathbb{R}^n ?
 - 4.- Sea \mathbb{R}^3 con la métrica $d(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2}$. Muestre que $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por $T(a, b, c) = (c, a, b)$ es una isometría, pero que $T(a, b, c) = (2c, 3a, b)$ no lo es.
 - 5.- ¿Cuáles son las inmersiones isométricas de $(\mathbb{R}, |\cdot|)$ en $(\mathbb{R}, |\cdot|)$? y ¿cuáles de ellas son isometrías?