Álgebra y Geometria II
Ayudantía 1 de Junio 2023

Profesor de Cátedra: Andrés Navas
Ayudante: Javier Pavez

1. Sean V un espacio vectorial, $\{v_1, v_2, v_3\} \subset V$ un conjunto linealmente independiente y $w_1 = v_1 - v_2, w_2 = v_1 - v_3, w_3 = v_2 - v_3$. Determine si $\{w_1, w_2, w_3\}$ es linealmente independiente.
2. Sea V un espacio vectorial. Demuestre que $\{v_1, \ldots, v_n\}$ es linealmente dependiente si y solo si existe $k \in \{1, \ldots, n\}$ tal que $v_k \in \langle \{v_1, \ldots, v_n\} \setminus \{v_k\} \rangle$.
3. Determine la dimensión de $\mathbb{R}_n[x]$ y $M_{m\times n}(\mathbb{R})$.
4. Sea V un espacio vectorial finitamente generado, con $\dim(V) = n$. Sea S un subespacio de V. Demuestre que $\dim(S) \leqslant n$ y que si $\dim(S) = n$ entonces $S = V$.
5. Sea
$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}$$
Demuestre que S es una base de $M_2(\mathbb{R})$.
6. Sea $(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n \setminus \{0_V\}$ un vector fijo. Demuestre que
$$W := \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n | a_1x_1 + \cdots + a_nx_n = 0\}$$
es un subespacio de $\mathbb{R}^n$ y determine su dimensión.