

Estructuras Algebraicas

Ayudantia 25

Profesor: Cristóbal Rivas

Ayudantes: Benjamín Martínez, Javier Pavez

Lunes 28 de Noviembre 2022

1. Sea $K \subset L$ una extensión de cuerpos. Sean $\alpha \in L$ y $\{a_i\}_{i=0}^n$ tales que $\sum_{i=0}^n a_i \alpha^i = 0$. Demuestre que α es algebraico.
2. Demuestre o refute:
 - a) $(\alpha \text{ transcendental sobre } F) \Rightarrow (\alpha^n \text{ transcendental sobre } F, \forall n \in \mathbb{N})$.
 - b) $(\alpha^n \text{ transcendental sobre } F \text{ para algún } n \in \mathbb{N}) \Rightarrow (\alpha \text{ transcendental sobre } F)$.
3. Demuestre que $\mathbb{Q}(\sqrt{n}, \sqrt{m}) = \mathbb{Q}(\sqrt{n} + \sqrt{m})$.
4. Determine si los siguientes cuerpos tienen alguna inclusión entre ellos. Calcular el grado de extensión cada vez que tenga sentido.
 - a) $\mathbb{Q}(\sqrt[1001]{2})$ y $\mathbb{Q}(\sqrt[30]{2})$.
 - b) $\mathbb{Q}(\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{3}})$ y $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$.
 - c) $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ y $\mathbb{Q}(\sqrt{2}i)$
 - d) $\mathbb{Q}(i)$ y $\mathbb{Q}(\omega)$, donde ω es raíz de $x^2 + x - 1$.
 - e) $\mathbb{Q}(\pi)$ y $\mathbb{Q}$.
 - f) $\mathbb{Q}(\pi^3)$ y $\mathbb{Q}(\pi)$
 - g) $\mathbb{F}_3$ y $\mathbb{Q}(\alpha)$, con $\alpha \in \mathbb{C}$.
5. Encontrar el polinomio minimal de $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ sobre $\mathbb{Q}$.
6. Determine si un 19-agono regular es constructible.