

Estructuras Algebraicas

Ayudantia 22

Profesor: Cristóbal Rivas

Ayudantes: Benjamín Martínez, Javier Pavez

Lunes 21 de Noviembre 2022

1. Verdadero o Falso. Justifique.

a) $R := \{a + b\sqrt[3]{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ es un anillo.

b) Si A es un DFU y $a, b \in A$ son elementos no invertibles ni nulos, entonces existe $\text{MCD}(a, b)$.

c) Si $A = \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$, entonces $f \in (A)^* \Rightarrow \deg(f) = 0$.

2. Sea $\mathbb{F}_3 := \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ el cuerpo con 3 elementos. Pruebe que $x^2 + x + 2 \in \mathbb{F}_3[x]$ es irreducible. Concluya que $\mathbb{F}_3$ admite una extensión finita que es un cuerpo con 9 elementos. Describa su tabla de multiplicar.

3. Demostrar que si R es un dominio, entonces $R[x]$ es un dominio.

4. Demostrar que si $I \subset A$ es un ideal primo, entonces $A[x]/I[x]$ es un dominio.

5. Sea R un dominio y $f \in R[x]$ monico. Demostrar que si $\exists p \subset R$ ideal primo tal que $\bar{f} \in (R/p)[x]$ es irreducible, entonces f es irreducible en $R[x]$.

6. Sean $m, n \in 2\mathbb{Z} + 1$. Determinar si $x^2 + mx + n$ es o no irreducible en $\mathbb{Q}$.