Estructuras Algebraicas
Ayudantia 11

Profesor: Cristóbal Rivas
Ayudantes: Benajamin Martinez, Javier Pavez

Lunes 3 de Octubre 2022

1. Diremos que un grupo G es residualmente finito si $\forall g \in G \setminus \{e\}, \exists \varphi : G \to F$ homomorfismo tal que F es finito y $\varphi(g) \neq e$. Demostrar que G es residualmente finito si y solo si la intersección de todos sus subgrupos normales de índice finito es trivial.

2. Dibujar los grafos de Cayley de:

   a) $(\mathbb{Z}, \{1\})$.
   b) $(\mathbb{Z}, \{2, 3\})$.
   c) $(C_n, \{\overline{1}\})$.
   d) $(D_3, \{\tau, \sigma\})$.
   e) $(D_3, \{m, s\})$.
   f) $(D_4, \{\tau, \sigma\})$.
   g) $(D_4, \{m, s\})$.
   h) $(D_n, \{\tau, \sigma\})$.
   i) $(D_n, \{m, s\})$.
   j) $(D_\infty, \{\tau, \sigma\})$.
   k) $(D_\infty, \{m, s\})$.
   l) $(\mathbb{P}SL_2(\mathbb{Z}), \{S, ST\})$, donde $\mathbb{P}SL_2(\mathbb{Z}) \cong SL_2(\mathbb{Z})/Z(SL_2(\mathbb{Z})), S = \left(\begin{smallmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), T = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)$.
   m) $(Q_8, \{i, j, k\})$.
   n) $(Q_8, \{i, j\})$.
   ñ) $(H, \{X, Y, Z\})$, donde $X = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{smallmatrix}\right), Y = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{smallmatrix}\right), Z = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)$.
   o) $(H, \{X, Y\})$.