Ayudantia 2

Lunes 22 de Agosto 2022

1. Decida si los siguientes pares son o no son grupos. Justifique su decisión.

- a) $(\mathbb{R}, \cdot)$.
- b) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$.
- c) $(\{M \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R}) \mid \det(M) = 1\}, \cdot)$.
- d) $([-1, 1], +)$.
- e) $([-1, 1], \cdot)$.
- f) $(\mathbb{Q}, *)$, donde $x * y = x + y + xy$.

2. Demostrar que: $H \leq G \Leftrightarrow (e_G \in H \wedge gh^{-1} \in H, \forall g, h \in H)$

3. Demuestre que $f : G \rightarrow H$ es inyectivo si y solo si $\text{Ker}(f) = \{0\}$.

4. Determine si $\iota : G \rightarrow G, \iota(g) := g^{-1}$ es un homomorfismo. De serlo, ¿es un automorfismo?

5. Demuestre o de un contraejemplo:

- a) Si $(H_n)_{n \in \mathbb{N}}$ son subgrupos de G , entonces $H := \cup_{n \in \mathbb{N}} H_n$ es subgrupo de G .
- b) Si $H < G$, entonces la cantidad de clases laterales izquierdas es igual la cantidad de clases laterales derechas.
- c) Si $H < G$ tal que $[G : H] = 2$, entonces $H \triangleleft G$.
- d) $Z(G) \triangleleft G$.
- e) Si $\sigma, \tau \in S_n$, con $\tau = (a_1 \cdots a_t)$, entonces $\sigma\tau\sigma^{-1} = (\sigma(a_1) \cdots \sigma(a_t))$.
- f) Si $K \triangleleft H \triangleleft G$, entonces $K \triangleleft G$.