Mecánica Cuántica II: Tarea 2
Scattering Cuántico y Teoría de Perturbaciones.

Universidad de Chile

Profesor: Miguel Kiwi

Ayudante: Gabriela Yupanqui

29 de Septiembre de 2022

Fecha de Entrega: Martes 11 de Octubre al finalizar la clase.

1. Un parámetro muy importante en la teoría de Scattering es la longitud de scattering a, la cuál se encuentra definida mediante el mímite negativo de la amplitud de dispersión a medida que la energía de la partícula incidente se acerca a 0
$$a = -\lim_{k \to 0} f(\theta)$$
   a) Demuestre que, para bajas energías y fases relativamente pequeñas, este límite es
$$a = -\lim_{k \to 0} \frac{\delta_0}{k}$$
   b) Para la condición de bajas energías encuentre la sección eficaz total

   c) ¿Cuál es la longitud de scatterig para partículas puntuales *escatereadas* desde una esfera rígida de radio arbitrario R

2. Considere una partícula de masa m sujeta a un potencial esférico
$$V(r) = \alpha \delta(r - a)$$
   con α y a son constantes.

   a) En el caso de altas energías, usando la aproximación de Bohr calcule: la amplitud de Scattering $f(\theta)$, la sección eficaz diferencial $d\sigma^B/d\Omega$, y la sección diferencial total σ_B.

   b) Para el caso de bajas energías, calcule la sección eficaz diferencial.

3. Considere un sistema de 3 estados gobernado por el siguiente hamiltoniano
$$H = b \begin{pmatrix} 1+\lambda & \lambda & 0 \\ \lambda & 3-\lambda & \sqrt{2}\lambda \\ 0 & \sqrt{2}\lambda & 3 \end{pmatrix} \tag{1}$$
   donde b es constante y λ es un parámetro pequeño tal que $\lambda \ll 1$

   a) Determine los autovalores y sus correspondientes autovectores para el hamiltoniano sin perturbaciones.

   b) Calcule en teoría de perturbaciones las correcciones a primer y segundo orden de las energías de los tres estados.

4. Considere el primer estado excitado para un oscilador armónico cuántico en 2D cuyo hamiltoniano sin perturbar es
$$H^0 = -\frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} + \frac{m\omega^2(x^2 + y^2)}{2}$$
   Si el sistema está sujeto a una pequeña perturbación en la forma $V(x, y) = \alpha xy$, donde α es una constante. Encuentre la corrección de primer orden a la energía y comparela con la solución exacta.