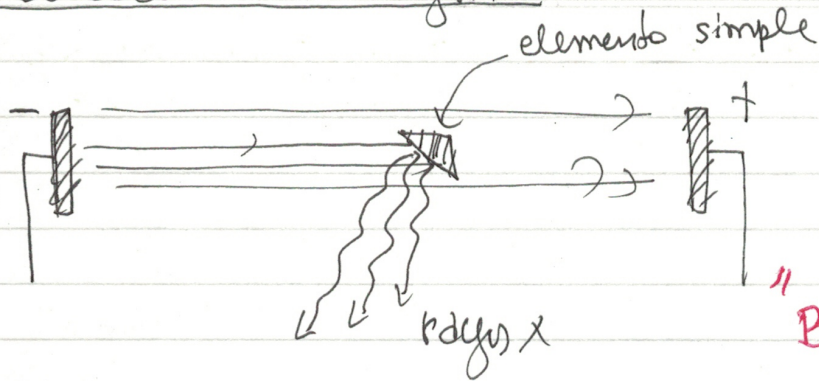
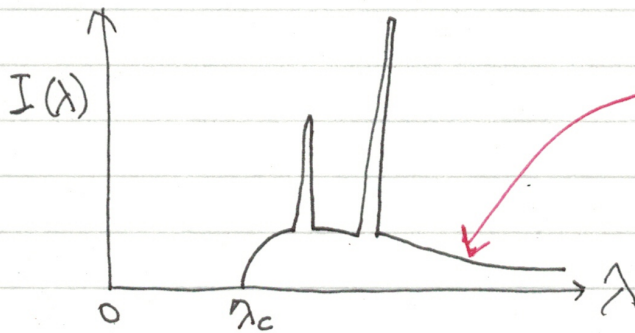


Producción de rayos X:



"BREMSSSTRahlung"

Espectro:



Espectro continuo
(radiación de frenado)

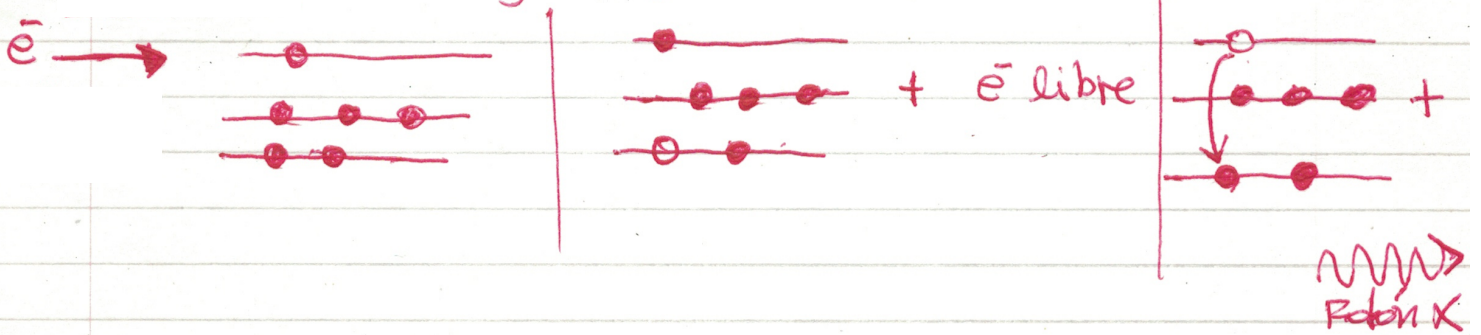
aspecto
clasico del
fenomeno

Max. energía fotón: $E_{\max} = h\nu_c = \frac{hc}{\lambda_c} = eV$

$$\Rightarrow \lambda_c = \frac{hc}{eV}$$

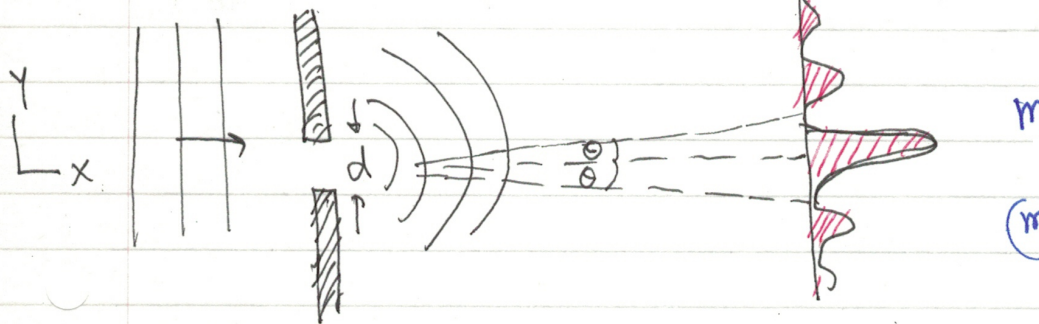
para $V = 12.400 \text{ [V]} \Rightarrow \lambda_c \approx 1 \text{ \AA}$

modelo cuantico (Moseley, 1913) (usando teor. de Bohr)



Principio de incertezze

Ej: fotón con momento p incidente sobre rendija de diámetro d .



se cumple:

$$\frac{m\lambda}{d} = \sin\theta_m \quad (+)$$

$$(m+\frac{1}{2})\frac{\lambda}{d} = \sin\theta_m \quad (-)$$

Fotón cruza rendija $\Rightarrow$ medición coord y del fotón, con error $\Delta y = d/2$

Antes de cruzar $P_y = 0$; después adquiere $\Delta P_y \approx p \sin\theta$

$$\Rightarrow \Delta y \Delta P_y \approx \frac{d}{2} \cdot p \sin\theta = \frac{dh \sin\theta}{2\lambda} = \frac{h}{2} \quad (2)$$

Ej2: e^- localizada en una zona de dimensiones atómicas $\Delta x \sim a_0 = 0.5 \text{ \AA}$

$$\Delta v = \frac{\Delta p}{m_e} = \mathcal{O}\left(\frac{h}{m_e \Delta x}\right) = \frac{1.054 \times 10^{-27}}{9.1 \times 10^{-28} \times 0.5 \times 10^{-8}} = 2000 \text{ [km/s]}$$

del orden de la veloc. promedio de un e^- atómica

Protón localizado en una zona de dim. atómicas = $\Delta v_p = \mathcal{O}\left(\frac{1}{2000} \Delta v_e\right) = 1 \text{ [km/s]}$

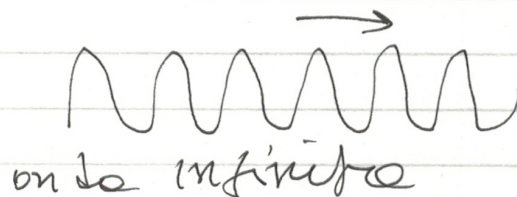
e^- loc. en zona de dim. nucleares. $\Delta x \sim 10^{-12} \text{ cm}$

de De Broglie, para el partícula con momento bien def. p , $\lambda = \frac{h}{p}$

$$\psi = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t \right) = A \sin (kx - \omega t)$$

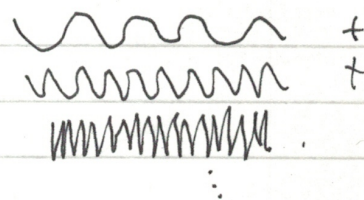
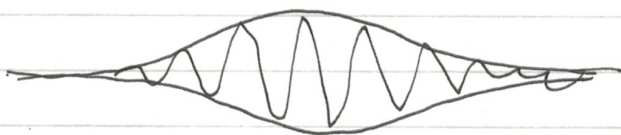
$$E = \hbar \omega = \frac{h}{2\pi} \omega = h\nu \quad \omega = \frac{E}{\hbar}$$

$$\psi(x, t) = A \sin \left[\frac{p}{\hbar} x - \frac{E}{\hbar} t \right]$$



claro / no representa una partícula "razonable"

→ necesitamos ondas más localizadas.



→ se necesitan superponer un # de ondas planas ∞ , cubriendo diferentes p .

si el "tamaño" espacial del pulso es Δx , el orden de p s necesarios será Δp , donde

$$\Delta x \Delta p \gg \text{cte.}$$

$$\hbar/2$$

de la teoría general
de Fourier

Regla de cuantización de Bohr-Sommerfeld



$$\oint \frac{dq}{\lambda(q)} = n, \quad n \in \mathbb{N} \quad (1)$$

Condición para q' de
onda interfiera
constructivamente
con sí mismo

Se puede re-express como: $\oint p(q) dq = nh \quad (2)$

$$dq = v dt$$

$$p = mv$$

$$\oint p dq = \oint mv^2 dt = 2 \oint T dt = 2\tau \langle T \rangle = nh$$

Si el potencial es del tipo $V(q) = Aq^S$

$$\Rightarrow \langle T \rangle = \frac{S}{S+2} E$$

← energía total

→ Demostración como ejercicio ←

$$\Rightarrow 2\tau \frac{S}{S+2} E = nh \Rightarrow E_n = h\nu \left(\frac{S+2}{2S} \right) n \quad (3)$$

$$(\nu \equiv 1/\tau)$$

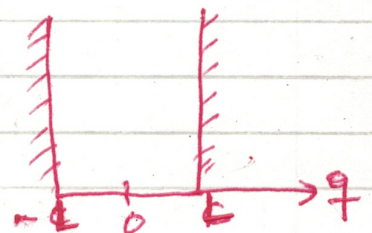
→ puede ser función de E_n .

(i) Oscilador armónico: $V(q) = \frac{1}{2} m \omega^2 q^2 \Rightarrow S=2$

$$\Rightarrow E_n = n h \nu \quad (\text{igual que Planck})$$

(ii) Partícula en pozo-infinito:

$$V(q) = \begin{cases} 0 & |q| < c \\ \infty & |q| > c \end{cases} = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\frac{q}{c} \right)^m$$



En este caso, $S=m$ con $m \rightarrow \infty$

$$\tau = \frac{1}{\nu_E} = \frac{4L}{v} = 4L \sqrt{\frac{m}{2E}} \quad \left(\begin{array}{l} \text{este es un ejemplo de} \\ v = v(E) \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow E_n = h\nu_E \left(\frac{m+2}{2m} \right) n \xrightarrow{m \rightarrow \infty} \frac{h\nu_E n}{2} = \frac{hn}{8L} \sqrt{\frac{2E_n}{m}}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \cdot n^2}$$

Teo. del Virial : $E = T + V \Rightarrow E = \langle T \rangle + \langle V \rangle$

$$\text{Si } V = Aq^S \Rightarrow q \frac{\partial V}{\partial q} = S V \Rightarrow \boxed{\left\langle q \frac{\partial V}{\partial q} \right\rangle = S \langle V(q) \rangle}$$

$$\text{Weg, } \left\langle q \frac{\partial V}{\partial q} \right\rangle = \frac{1}{2} \oint q \frac{\partial V}{\partial q} dt \stackrel{\text{Newton}}{=} -\frac{m}{2} \oint q \frac{dv}{dt} \cdot dt =$$

$$= -\frac{1}{2} \oint q dp \stackrel{\text{pp}}{=} \frac{1}{2} \oint p dq = \frac{1}{2} \oint mv^2 dt = 2 \langle T \rangle$$

$$\Rightarrow S \langle V \rangle = 2 \langle T \rangle \Rightarrow \langle V \rangle = (2/S) \langle T \rangle$$

$$E = \langle T \rangle + \frac{2}{S} \langle T \rangle = \left(\frac{S+2}{S} \right) \langle T \rangle$$

$$\boxed{\langle T \rangle = \left(\frac{S}{S+2} \right) E}$$