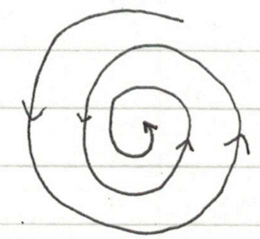
Orbita circular: $F_{cent} = F_{coulomb}$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{+e^2}{r^2} \Rightarrow \boxed{mv^2 = \frac{+e^2}{r}}$$

$$y \quad a = v^2/r = \frac{+e^2}{mr^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dW}{dt} = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\left(\frac{e^2}{mr^2}\right)^2 = \frac{2e^6}{3c^3m^2r^4} \qquad (1)$$



Energia: $E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{r} = -\frac{e^2}{2r}$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{e^2}{2r^2}\frac{dr}{dt} \qquad (2)$$

Cons de Energia $\Rightarrow$ $0 = \frac{dW}{dt} + \frac{dE}{dt}$

$$\frac{2e^6}{3c^3m^2r^4} = -\frac{e^2}{2r^2}\frac{dr}{dt} \Rightarrow dt = \frac{3c^3m^2r^4(-e^2)\,dr}{4e^6r^2}$$

$$dt = \frac{-3c^3m^2}{4e^4}r^2dr \quad \Big/ \int_{r=a_0}^{r=0}$$

$a_0 = 0.529 \times 10^{-8}$ [cm]

$$\boxed{\tau = \frac{m^2c^3a_0^3}{4e^4} \sim 10^{-11}\,[s]}$$

Modelo de Bohr

1. ∃ órbitas (estacionarias) que NO irradian
2. El átomo irradia cuando el e- cambia de órbita

$\hbar\omega = \Delta E = E_n - E_{n-1}$ (órbitas vecinas)

3. Pero $n \to \infty$, la frec. de la radiación debe coincidir con la clásica (P. de correspondencia).

frec. clásica

$$3 \Rightarrow \hbar\omega = \frac{E_n - E_{n-1}}{n-(n-1)} \longrightarrow \frac{dE(n)}{dn} = \hbar\bar{\omega} = \hbar\frac{v}{r}$$

y como $mv^2 = \frac{e^2}{r} \Rightarrow r = e^2/mv^2$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{\omega} = \frac{mv^3}{e^2}}$$

luego, $\frac{dE}{dn} = \hbar\bar{\omega} = \frac{\hbar m v^3}{e^2} = \frac{\hbar m}{e^2}\left(\frac{-2E}{m}\right)^{3/2} =$

$$\Rightarrow (-E)^{-3/2} dE = \frac{\hbar}{e^2}\sqrt{\frac{8}{m}}\, dn \quad / \int$$

$$-2E^{-1/2} = \frac{\hbar}{e^2}\sqrt{\frac{8}{m}}\, n \Rightarrow E_n = -\left(\frac{me^4}{2\hbar^2}\right)\frac{1}{n^2} = -\frac{R_y}{n^2}$$

$$\therefore \boxed{E_n = -\frac{R_y}{n^2}} \qquad n = 1, 2, \ldots$$

donde $R_y = \frac{me^4}{2\hbar^2} = \frac{e^2}{2a_0} \simeq 13.6$ [eV]

donde $a_0 \equiv \hbar^2/m \simeq 0.53 \times 10^{-8}$ [m] "radio de Bohr"

$$r_n = \frac{-e^2}{2E_n} = \frac{-e^2 n^2}{2(-R_y)} = n^2 a_0$$

$$\boxed{r_n = n^2 a_0}$$

Al cambiar un e^- de la orbita n_2 a la n_1, se emite un fotón

$$\Delta E = \underbrace{\hbar\omega}_{\frac{hc}{\lambda}} = R_y\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{R_y}{hc}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

En otras palabras, $\boxed{\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)}$ Explica todas las series conocidas.

con $R \equiv \frac{R_y}{hc} = \frac{me^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{hc} = \frac{\pi m e^4}{\hbar^3 c} = 1.09486 \times 10^7 [m^{-1}]$.

Momento angular: $L = rp = \frac{e^2}{mv^2} \cdot mv = \frac{e^2}{v} = \sqrt{\frac{-m}{2E}} \cdot e^2$

$$= \sqrt{\frac{\hbar^2 n^2}{e^4}} \cdot e^2 = n\hbar$$

$\boxed{L_n = n\hbar}$ (cuantización del momento angular)

La hipótesis de Louis de Broglie

Relatividad $\Rightarrow$ $E = pc$ (luz)

Planck: $E = h\nu$

$pc = h\nu \Rightarrow p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ $\therefore$ $\boxed{p = \frac{h}{\lambda}}$ para la luz.

1924: Broglie $\rightarrow$ $p = \frac{h}{\lambda}$ válido también para partículas de materia.

$\Rightarrow$ $\boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$

1925: Davisson & Germer descubren efectos de difracción de electrones, cuando e^- de 40 (eV) inciden sobre un monocristal de níquel.

1937: Stern & Frisch obs. difracción de átomos de He sobre cristales de fluoruro de Litio.

Mas sobre de Broglie

Luz: $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ $\Rightarrow$ $pc = \frac{hc}{\lambda}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$

$E = pc$

materia: por ej, $\lambda = \frac{hc}{E}$ que es igual a $\frac{h}{p}$ sólo para la luz.

$mc^2 = h\nu$ ← internal frequency de "algo"

"desplazamiento" asoc. a esta "vibración" es

$$\psi = A\sin(2\pi\nu t)$$

En otro sist. coord. donde la partícula se mueve a veloc. v:

$$t = \frac{t' - x'v/c^2}{(1-(\frac{v}{c})^2)^{1/2}}$$

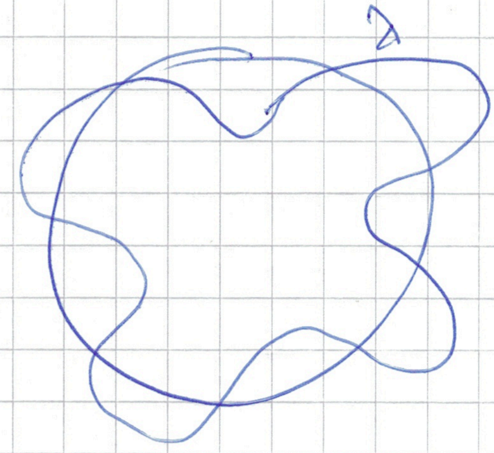
$$\Psi = A\sin\left(2\pi\nu\left(\frac{t' - x'v/c^2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}\right)\right)$$

pero queremos $\Psi = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t'}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right)\right]$ ← onda sinusoidal viajera

$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu v/c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$, pero $\nu = mc^2/h$

$\Rightarrow \frac{h}{\lambda} = \frac{mv}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = p \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$ es consistente con la relatividad

EL Atomo de H según De Broglie



Interferencia constructiva:

$2\pi R = n\lambda$, con $\lambda = h/p$

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{eZe}{R^2} \Rightarrow (mv)^2 = \frac{Ze^2m}{R} \qquad (1)$$

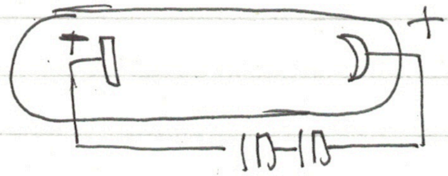
de $$2\pi R = n\lambda = \frac{nh}{p} = \frac{nh}{mv} \Rightarrow R = \frac{n\hbar}{mv} \qquad (2)$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{n^2\hbar^2}{(mv)^2} = \frac{n^2\hbar^2}{mZe^2}R \Rightarrow \boxed{R = \frac{n^2\hbar^2}{mZe^2}} \qquad (3)$$

Por otro lado, $$E = -\frac{Ze^2}{2R} \Rightarrow \boxed{E_n = -\frac{mZ^2e^4}{2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}} \qquad (4)$$

onda estacionaria se auto-interfiere constructivamente

Rayos X : Descubiertos por W.K. Röntgen en 1895



(a) los rayos X se producen cuando los rayos catódicos chocan contra una superficie sólida

(b) los rayos X no son deflectados por campos $\vec{B}$.

(c) El paso de rayos X a través de un gas, incrementa la conductividad eléctrica del gas.

(d) Las emulsiones fotográficas son sensible a los rayos

(e) Los rayos no son refractados apreciable/ por su paso a través de la materia.

Aplicación [inesperada]: Fotografía de los huesos del cuerpo humano

Von Laue: rayos X son difractados por cristales

—> caracter ondulatorio

Figura 3. *Radiografía de la mano de Anna Roentgen.*