

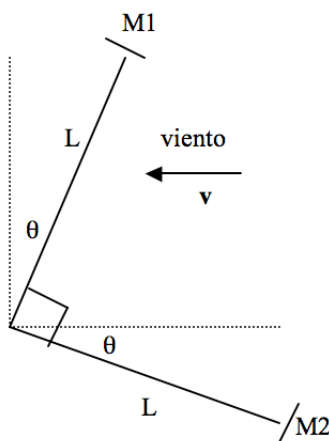
Profesor: Mario I. Molina

Ayudante: Sebastián Saldivia

Física contemporanea: Guía para la miniprueba #2

1. Considere el experimento de Michelson para el caso donde los brazos del interferómetro forman un ángulo θ , como muestra la figura. Demuestre que, para brazos del mismo largo L , la diferencia de tiempo para los dos caminos se puede aproximar de forma muy precisa como

$$\Delta t(\theta) = \frac{v^2 L}{c^3} \cos(2\theta)$$



2. Una fuente de luz se aleja de un observador con una velocidad v_s , la cual es pequeña comparada con c .
(a) Demuestre que el corrimiento fraccional en la longitud de onda medida, está dada aproximadamente por

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{v_s}{c}$$

Este resultado se conoce como “corrimiento al rojo”.

- (b) Mediciones espectroscópicas de la luz de $\lambda = 397 \text{ nm}$ desde una galaxia en la Osa Mayor, revela un corrimiento al rojo de 20 nm . Cuál es la velocidad con que retrocede la galaxia?
3. Una partícula de masa m moviéndose a lo largo del eje x con velocidad $+u$ colisiona frontalmente y queda adherida a una partícula de masa $m/3$ moviéndose a lo largo del eje x con velocidad $-u$. Cuál es la masa y la velocidad de la partícula resultante?
4. Dos naves espaciales A y B se mueven en direcciones opuestas. Si un observador en la Tierra mide que la velocidad de A es $0.75c$, y que la velocidad de B es de $0.85c$, encuentre la velocidad de B con respecto a A.

5. Un objeto móvil se dirige hacia un objeto estacionario con velocidad αc . A qué velocidad βc debiera moverse un observador de modo que en su sistema de referencia los objetos tuvieran velocidades iguales y opuestas?
6. Una barra de longitud L_0 se mueve con velocidad v a lo largo de la dirección x . La barra hace un ángulo θ_0 , con respecto al eje x del sistema en reposo con la barra.
 - (a) Muestre que la longitud de la barra medida por un observador estacionario está dada por $L = L_0[1 - (v/c)^2 \cos^2(\theta_0)]^{1/2}$.
 - (b) Muestre que el ángulo que la barra hace con el eje x del sistema estacionario es $\tan(\theta) = \gamma \tan(\theta_0)$.

Estos resultados muestran que la barra está contraída y rotada a la vez.

7. Una fuente de luz se aleja de un observador con una velocidad v_s , la cual es pequeña comparada con c .
 - (a) Demuestre que el corrimiento fraccional en la longitud de onda medida, está dada aproximadamente por

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{v_s}{c}$$

Este resultado se conoce como “corrimiento al rojo”.

- (b) Mediciones espectroscópicas de la luz de $\lambda = 397 \text{ nm}$ desde una galaxia en la Osa Mayor, revela un corrimiento al rojo de 20 nm . Cuál es la velocidad con que retrocede la galaxia?
8. Un astronauta orbita la Tierra a una distancia radial de $7 \times 10^6 \text{ m}$ (desde el centro) por una semana. Cuanto mas joven será que su hermano mellizo, cuando aterrice? (desprecie la rotación de la Tierra y otros efectos gravitacionales).
9. Un viajero espacial acelera continuamente a razón de 9.8 m/s^2 en su sistema de reposo instantáneo. Si parte en reposo desde la Tierra, qué tan lejos ha viajado cuando en la Tierra haya transcurrido un tiempo t ? Cuanto le demora alcanzar una velocidad de $c/2$?
10. Demuestre que las ecuaciones de Maxwell para la propagación de ondas electromagnéticas son invariantes de Lorentz.
11. Una partícula de masa en reposo M_0 está en reposo en el laboratorio, cuando decae en tres partículas idénticas cada una de masa m_0 . La primera partícula sale con velocidad $(4/5)c$ en la dirección $-\mathbf{x}$; la segunda partícula sale en la dirección $-\mathbf{y}$ con velocidad $(3/5)c$.
 - (a) Calcule la dirección (con respecto al eje $\mathbf{x}$) y la velocidad de la tercera partícula.
 - (b) Encuentre el cociente M_0/m_0 .
12. Demuestre que los siguientes procesos son imposibles:
 - (a) Un solo fotón choca contra un electrón estacionario y le transfiere toda su energía.
 - (b) Un solo fotón en el vacío es transformado en un electrón más un positrón.
 - (c) Un positrón rápido y un electrón estacionario se aniquilan mutuamente, produciendo un solo fotón.
13. Considere el decaimiento de un núcleo radiactivo en reposo por emisión de partículas alfa

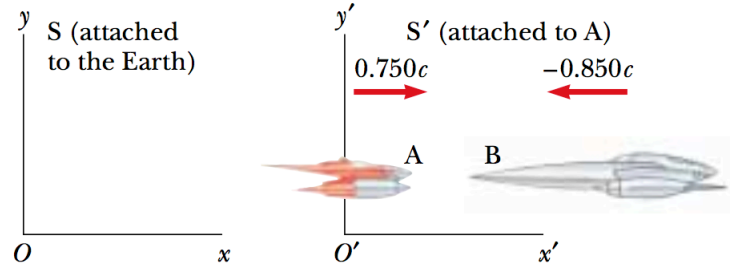
$$X \rightarrow Y + \alpha. \quad (1)$$

Definimos la energía de desintegración Q como $Q \equiv (M_X - M_Y - M_\alpha)c^2$. Esta energía debe ser compartida entre la partícula alfa y el núcleo Y con el objeto de conservar la energía y el momento del proceso de decaimiento. Encuentre una expresión para la energía cinética K_α en términos de Q y las masas en reposo de los núcleos. A partir de lo anterior, halle K_α en el límite no-relativista.

14. Un fotón de energía E viajando en la dirección $+x$ colisiona elásticamente con un electrón de masa m moviéndose en la dirección opuesta. Después de la colisión, el fotón se mueve a lo largo de la dirección $-x$ con la misma energía E .
- (a) Demuestre que los momentos iniciales y finales del electrón son iguales y opuestos y de magnitud E/c .
- (b) En base a lo anterior demuestre que la velocidad del electrón es

$$v/c = (1 + (mc^2/E)^2)^{-1/2} \quad (2)$$

15. Dos naves espaciales A y B se mueven en direcciones opuestas, como lo muestra la figura. Un observador en la Tierra mide que la velocidad de la nave A es de $0.750c$, y que la velocidad de la nave B es de $0.850c$. Encuentre la velocidad de la nave B, medida desde la nave A.



16. Una partícula de masa M decae en vuelo en dos partículas m_1 y m_2 . m_1 tiene momento p_1 y energía total E_1 , mientras que m_2 tiene momento p_2 y energía total E_2 . p_1 y p_2 hacen un ángulo θ .

Utilizando la información que la cantidad $E^2 - c^2|\vec{p}|^2$ es un invariante relativista, demuestre que $E_1E_2 - c^2p_1p_2\cos(\theta)$ es un invariante, y calcule el valor de tal invariante.

17. Un rayo gamma interactúa con un protón estacionario y produce un pión neutral de acuerdo al esquema:

$$\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$$

Calcule la energía umbral dado $M_p = 940 \text{ MeV}$ y $M_\pi = 135 \text{ MeV}$.

18. Un objeto se desintegra en dos fragmentos. Uno de los fragmentos tiene una masa de $1.0 \text{ MeV}/c^2$ y un momento de $1.75 \text{ MeV}/c$ en la dirección x positivo. El otro fragmento tiene una masa $1.5 \text{ MeV}/c^2$ y un momento de $2.0 \text{ MeV}/c$ en la dirección y positivo. Hallar (a) La masa (b) la velocidad del objeto original.
19. Imagine que todo el Sol colapsara a una esfera de radio R_g , de modo que el trabajo requerido para remover una pequeña masa m desde la superficie sea igual a su energía en reposo, mc^2 . este radio se llama el “radio gravitatorio” del Sol. Encuentre R_g .

20. Una partícula de masa m moviéndose a lo largo del eje x con velocidad $+u$ colisiona frontalmente y queda adherida a una partícula de masa $m/3$ moviéndose a lo largo del eje x con velocidad $-u$. Cuál es la masa de la partícula resultante?
21. Un rayo gama (onda electromagnética de alta frecuencia) se comporta en colisiones como una partícula de masa en reposo cero. Un rayo gama puede chocar contra un electrón y desaparecer, y su energía usada para crear un electrón y un positrón, cada uno de masa m_e . Demuestre que si el electrón original está en reposo, este proceso requiere que el rayo gama posea una energía de al menos $4m_e c^2$.
22. Una partícula de carga eléctrica q se mueve con velocidad u a lo largo del eje x en presencia de un campo eléctrico uniforme E , también dirigido a lo largo de x .
(a) Demuestre que la aceleración de la partícula está dada por

$$a = \frac{du}{dt} = \frac{qE}{m} \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}$$

- (b) Encuentre la velocidad de la partícula para todo instante t , y muestre que es siempre menor a la velocidad de la luz.
(c) Encuentre la posición de la partícula para todo instante t , suponiendo que parte del reposo en $t = 0$.
23. Una partícula de masa en reposo m_1 y velocidad v_1 colisiona con una partícula de masa en reposo m_2 y ambas partículas se funden en una. Encuentre la masa M y la velocidad V de la partícula compuesta en términos de m_1, m_2 y v_1 .
24. Haces de muones de alta energía se pueden obtener generando haces intensos de mesones π^+ y permitiendo que estos decaigan en vuelo. Qué fracción de los mesones π^+ en un haz de momentum 240 GeV/c decaerán al atravesar una distancia de 300 metros? (La vida media del meson π^+ es de 2.6×10^{-8} segs, y su masa es de $140 \text{ MeV}/c^2$)
25. Un protón moviéndose con una velocidad βc colisiona con un electrón estacionario de masa m y lo arroja a un ángulo θ con respecto a la dirección incidente.
(a) Encuentre la energía cinética impartida al electrón.
(b) Demuestre que en el límite cuando la energía en reposo del electrón es mucho menor que la energía incidente del protón, la energía cinética final del electrón se reduce a

$$T \approx \frac{2mc^2\beta^2 \cos^2(\theta)}{1 - \beta^2 \cos^2(\theta)} \quad (3)$$

26. Una partícula inestable decae en vuelo en tres piones cargados (de masa $140 \text{ MeV}/c^2$). Los trazos registrados se muestran en la figura. Los tres decaimientos son coplanares. Las energías cinéticas y los ángulos de emisión son: $T_1 = 190 \text{ MeV}$, $T_2 = 321 \text{ MeV}$, $T_3 = 58 \text{ MeV}$, $\theta_1 = 22.4^\circ$, $\theta_2 = 12.25^\circ$. Encuentre la masa de la partícula primaria y la dirección de vuelo de la partícula primaria con respecto a la trayectoria de la partícula 2.

