Mecánica I: Repaso Vectores

Departamento de Física, Facultad de Ciencias

Universidad de Chile

Profesor: F. Torres

Ayudantes: Agustin Lorca, Ignacio Araya

1. Considere un objeto bajo la acción de las fuerzas $\vec{F}_1 = (-2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath})N$ y $\vec{F}_2 = (5\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 2\hat{k})N$, i) calcule la fuerza total sobre el objeto.

   Fuerza total
   $$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

   ii) Suponga que al incorporar una tercera fuerza $\vec{F}_3$, la fuerza total sobre el objeto se anula, encuentre $\vec{F}_3$.

2. El trabajo realizado por una fuerza constante $\vec{F}$ sobre un sistema es el producto punto entre dicha fuerza y el desplazamiento $\Delta\vec{r}$
   $$W = \Delta\vec{r} \cdot \vec{F}$$

   Calcule el trabajo realizado por $\vec{F}_1 = (-2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath})N$ y $\vec{F}_2 = (5\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 2\hat{k})N$ sobre un objeto que se desplaza un intervalo $\Delta\vec{r} = (3\hat{\imath} + 1\hat{\jmath} - 2\hat{k})m$ (las unidades del trabajo son $Joule = Nm$).

   El trabajo total es
   $$W = \Delta\vec{r} \cdot \vec{F}_1 + \Delta\vec{r} \cdot \vec{F}_2$$

   Hints: Sean $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$ y $\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$, el producto punto entre estos dos vectores es
   $$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

   de forma equivalente
   $$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$$

   donde $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$ y $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$ es el módulo de $\vec{A}$ y $\vec{B}$, respectivamente. θ es el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

3. El torque con respecto a un eje define el estado de rotación de un sistema . El torque $\vec{\tau}$ con respecto a un eje de rotación se define por el producto cruz entre la fuerza $\vec{F}$ que actúa sobre un punto O del objeto y el vector posición $\vec{r}$ desde el eje hasta el punto O.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}.$$

Considere una barra homogénea de largo L, calcule el torque total con respecto al punto 0 generado por las fuerzas $\vec{f_1} = 3N\,\hat{\jmath}$ y $\vec{f_2} = -2N\,\hat{\jmath}$. El vector posisción del punto de contacto de la fuerza $\vec{f_1}$ es $\vec{r}_1 = -1m\,\hat{\imath}$ y el vector posisción del punto de contacto de la fuerza $\vec{f_2}$ es $\vec{r}_2 = 2m\,\hat{\imath}$.

El torque total es

$$\vec{\tau} = \vec{r}_1 \times \vec{f_1} + \vec{r}_2 \times \vec{f_2}$$

Hints: Sean $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$ y $\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$, el producto cruz entre estos dos vectores es

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_yB_z - A_zB_y)\hat{\imath} + (A_zB_x - A_xB_z)\hat{\jmath} + (A_xB_y - A_yB_x)\hat{k}$$

o de forma equivalente

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\sin\theta\,\hat{n}$$

donde $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$ y $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$ es el módulo de $\vec{A}$ y $\vec{B}$, respectivamente. θ es el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$; $\hat{n}$ es el vector normal (perpendicular) al plano que forman $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

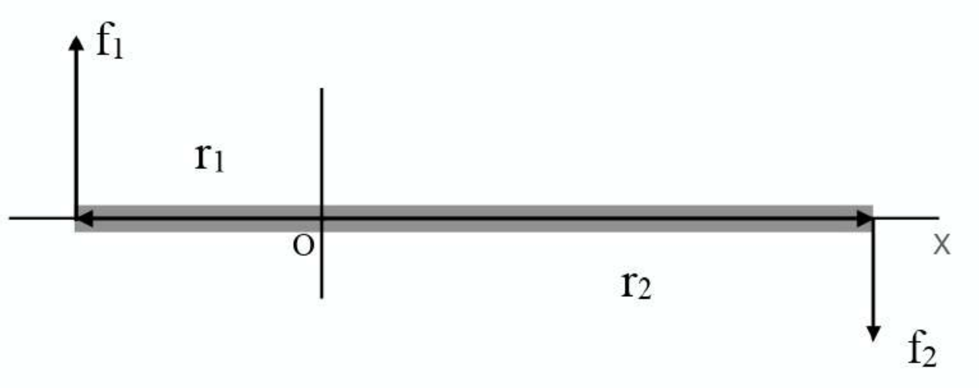

FIG. 1. Figura del ejercicio 3