Mecánica Cuántica II: Tarea 1.

Universidad de Chile
Profesor: Miguel Kiwi
Ayudante: Gabriela Yupanqui

23 de Septiembre de 2022

Fecha de Entrega: 2 de Septiembre de 2022, Inicio de la Ayudantía

1. *a*) Considere las matrices de Pauli y la matriz unidad. Demuestre que cualquier matriz $\check{\mathbf{M}}_{2\times 2}$ puede ser escrita como combinacion lienal de esas matrices. Vale decir que

$$\check{\mathbf{M}} = m_0 \check{\mathbf{I}} + m_1 \check{\sigma}_x + m_2 \check{\sigma}_y + m_3 \check{\sigma}_z$$

y de expresiones pata los m_j para $j = 0, 1, 2, 3$, en término de la traza de productos de la matriz $\check{\mathbf{M}}$ con $\check{\mathbf{I}}$ y $\check{\sigma}_j$.

   b) Encuentre una expresión lineal en $\check{\sigma}_j$ para

$$\frac{1}{3\sigma_y + \check{\mathbf{I}}}$$

   c) Compruebe que es compatible con los resultados que obtuvo en *a*)

2. Sean dos partículas no idénticas, cada una de ellas con momento angular $\tilde{\mathbf{L}}_j \hbar$ descritas por el Hamiltoniano

$$H = \frac{A}{\hbar^2}\left(\tilde{\mathbf{L}}_1 + \tilde{\mathbf{L}}_2\right) \cdot \tilde{\mathbf{L}}_2 + \frac{B}{\hbar^2}\left(L_{1z} + L_{2z}\right)^2$$

donde A y B son constantes.

   a) Encuentre los niveles de energía $E_{l,m}$ para los estados del sistema de momento angular $2\hbar$.
   b) Encuentre la degeneración de estos niveles

3. Sea $\check{\mathbf{S}} = \check{\mathbf{S}}_1 + \check{\mathbf{S}}_\mathbf{2} + \check{\mathbf{S}}_\mathbf{3}$ el spin total de tres partículas independientes con spin $1/2$, donde los autoestados comunes a S_{1z}, S_{2z} y S_{3z} corresponden a $|m_1, m_2, m_3\rangle$

   a) ¿Cuáles son los valores posibles del spin total?.
   b) Encuentre, explícitanmente una base de autoestados comunes a $\check{\mathbf{S}}^\mathbf{2}$ y S_z en términos de $|m_1, m_2, m_3\rangle$.

4. Considere la adición de una partícula de spin $1/2$ junto a otra de spin desconocido s_2. Demuestre que los coeficientes C de Clebsh-Gordon vienen dados por

$$A = \sqrt{\frac{s_2 \pm m + 1/2}{2s_2 + 1}}, \quad B = \pm\sqrt{\frac{s_2 \mp m + 1/2}{2s_2 + 1}}$$

Hint: Para esto debe encontrar los coeeficientes A, B de la expansión

$$|s, m\rangle = A|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |s_2, \left(m - \frac{1}{2}\right)\rangle + B|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |s_2, \left(m + \frac{1}{2}\right)\rangle$$