

Problemas para el Control 6

1. Determinar cuantas soluciones tiene $x^2 + y^2 = 1421$. Calcular una si es que las tiene.
(*Hint*: $1421 = 29 \cdot 49$.)
2. Determinar cuantas soluciones tiene $x^2 + y^2 = 2704$. Calcular una si es que las tiene.
(*Hint*: $2704 = 16 \cdot 169$.)
3. Determinar cuantas soluciones tiene $x^2 + y^2 = 16109$. Calcular una si es que las tiene.
(*Hint*: $16109 = 89 \cdot 181$.)
4. Determinar cuantas soluciones tiene $x^2 + y^2 = 27625$. Calcular una si es que las tiene.
(*Hint*: $27625 = 5^3 \cdot 13 \cdot 17$.)
5. Demuestre que $a \equiv 1 \pmod{8}$ implica que a es un cuadrado modulo 2^n para todo $n \in \mathbb{N}$.
6. ¿Tiene solución la ecuación $x^2 - 117x \equiv 131 \pmod{248}$?
(*Hint*: $248 = 8 \cdot 31$.)
7. Determine si 1001 es un cuadrado modulo 1009.
8. Determine si 2805 es un cuadrado modulo 2819.
(*Hint*: $2805 = 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 17$.)
9. Decida cuantas soluciones tiene la congruencia $12x^2 + 7x + 2022 \equiv 0 \pmod{159}$.
(*Hint*: $159 = 53 \cdot 3$.)
10. Determine cuantas soluciones tiene la congruencia $12x^2 + 7x + 2022 \equiv 0 \pmod{159 \cdot 211}$.
11. Determine si la congruencia $12x^2 + 7x + 2022 \equiv 0 \pmod{109^2}$ tiene soluciones.
12. ¿Para cuáles p primos tiene solución la congruencia $x^2 + x + 1 \equiv 0 \pmod{p}$?
13. Calcular $\left(\frac{899}{1001}\right)$. (*Hint*: $899 = 29 \cdot 31$.)
14. Calcular $\left(\frac{1001}{15300}\right)$. (*Hint*: $15300 = 900 \cdot 17$.)
15. Sean $m, n \in \mathbb{N}$ impares distintos. Demostrar que $\left(\frac{m}{n}\right) = -1$ esto implica que m no es un cuadrado modulo n .